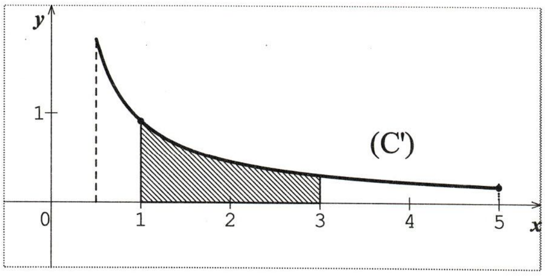
REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 4 h	Coefficient : 4
SECTION : Mathématiques		SESSION PRINCIPALE	

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[\frac{1}{2}, 5]$ telle que sa courbe représentative (C) passe par les points A(1,0) et B(3, 1). Dans la figure ci-contre, on a représenté la courbe (C') de la dérivée f ' de la fonction f.



Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

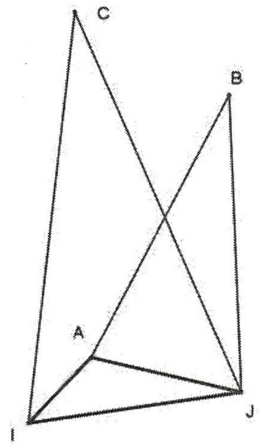
1) (C) admet une tangente de coefficient directeur -1.

2) L'aire de la partie hachurée est égale à 1.

3) (C) admet une tangente de coefficient directeur $\frac{1}{2}$.

4) Pour tous a et b de [1,3], $|f(b)-f(a)| \leq |b-a|$.

Exercice 2 (5 points)



Dans le plan orienté, AIJ est un triangle quelconque, BAJ et CIJ sont deux triangles isocèles respectivement en B et C tels que

$(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BJ}}) \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CJ}}) \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

On désigne par t la translation de vecteur $\overrightarrow{IA}$ et par r_B et r_C les rotations de même angle $\frac{\pi}{6}$ et de centres respectifs B et C.

1) a) Déterminer $r_C(I)$.
b) Montrer que $r_B \circ t(I) = J$.
c) En déduire que $r_B \circ t = r_C$.

2) Soit K = t (C).

Montrer que BC = BK et $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BK}}) \equiv -\frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

3) Soit D le point du plan tel que le triangle DIA est isocèle en D et $(\widehat{\overrightarrow{DI},\overrightarrow{DA}}) \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

a) Soit O le milieu de [AC].
Montrer que l'image du triangle DIA par la symétrie centrale de centre O est le triangle BKC.

b) Montrer que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 3 (3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par A le point de coordonnées $(3 , 2)$.

Soit N un point de l'axe $(O, \vec{u})$ et P le point de l'axe $(O, \vec{v})$ tel que ANP est un triangle rectangle en A.

1) a) Soit les points E(3 ,0) et F(0,2).

Montrer qu'il existe une unique similitude directe S de centre A qui transforme E en F. Donner son rapport et son angle.

b) Déterminer l'image de l'axe $(O, \vec{u})$ par S.

c) En déduire que S(N) = P.

d) Soit M un point d'affixe z et M' le point d'affixe z' tel que M' = S(M).

Montrer que $z' = -\frac{3}{2} i z + \frac{13}{2} i$.

2) a) On note x l'abscisse du point N et y l'ordonnée du point P.

Montrer que $3x + 2y = 13$.

b) Déterminer les points N et P dont les coordonnées sont des entiers.

Exercice 4 (3 points)

Un laboratoire de sciences physiques dispose d'un ensemble d'oscilloscopes de même modèle. La durée de vie, en nombre d'années, d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,125.

Dans tout l'exercice on donnera les résultats à 10^{-3} près par défaut.

1) a) Montrer que $p(X > 10) = 0{,}286$.

b) Calculer la probabilité qu'un oscilloscope ait une durée de vie inférieure à 6 mois.

2) Le responsable du laboratoire veut commander n oscilloscopes $(n \geq 2)$.

On suppose que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres.

On note p_1 la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

a) Exprimer p_1 en fonction de n.

b) Combien d'oscilloscopes, au minimum, devrait commander le responsable pour que p_1 soit supérieure à 0.999 ?

Exercice 5 (6 points)

I] On considère la fonction f_2 définie sur $]0,+\infty[$ par $f_2(x)=x^2-\ln x$ et on désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f_2(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f_2(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f_2(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variation de f_2.

2) Dans l'annexe ci-jointe on a tracé, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (L) de la fonction ln et la courbe (C) d'équation $y = x^2$.

a) Soit $x > 0$. On considère les points M et M_2 de même abscisse x et appartenant respectivement à (L) et (C). Vérifier que $MM_2 = f_2(x)$.

b) Construire alors dans l'annexe les points de la courbe (Γ) d'abscisses respectives 2, $\dfrac{1}{e}$ et $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$.

c) Tracer la courbe (Γ) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de l'annexe.

II] 1) Soit k un entier supérieur ou égal à 2.

On considère la fonction f_k définie sur $]0,+\infty[$ par $f_k(x)=x^k-\ln x$.

a) Déterminer f_k' la fonction dérivée de f_k.

b) Montrer que f_k admet un minimum en $\sqrt[k]{\dfrac{1}{k}}$ égal à $\dfrac{1+\ln k}{k}$.

c) Pour tout réel $x > 0$, on considère les points $M_k(x,x^k)$ et $M(x,\ln x)$.

Déterminer la valeur minimale de la distance MM_k.

2) Pour tout entier $k \geq 2$, on pose $u_k=\sqrt[k]{\dfrac{1}{k}}$.

a) Vérifier que $\ln u_k = -\dfrac{\ln k}{k}$ et en déduire la limite de (u_k).

b) Soit A(1, 0) et A_k le point de coordonnées $(u_k, f_k(u_k))$.

Calculer la limite de la distance AA_k lorsque k tend vers $+\infty$.

Annexe (à rendre avec la copie)