E 1 Soit la fonction f définie par $f(x)=\begin{cases} -2x^2-3x+4 & \text{si } x\leq 1 \\ \dfrac{x^2-7x+4}{x^2+1} & \text{si } x>1 \end{cases}$

1/ déterminer les limites de en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$.

2/ f est-elle continue en 1 ?

E 2 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{si } x<0 \\ \dfrac{x}{x+1} & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. a) Montrer que pour tout $x<0$, $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$

   b) Montrer que f est continue en 0.
3. a) Montrer que pour tout réel $x<0$, $f(x)=\dfrac{1}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}+\dfrac{1}{x}}$

   b) Calculer alors la limite de f en $-\infty$.

E 3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & \text{si } x>0 \\ x^2+1 & \text{si } x\leq 0 \end{cases}$

1) Calculer $f(0)$

2) a) Montrer que pour $x>0$ on a $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{2x+1}+1}$

   b) Montrer que f est continue en 0

3) Etudier la continuité de f sur chacune des intervalles $]-\infty,0[$ et $]0,+\infty[$.

4) Déduire le domaine de continuité de f.