

Généralités sur les fonctions

Sens de variation d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

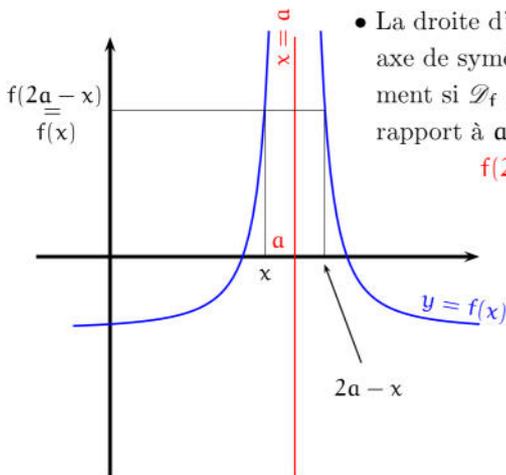
- f est croissante sur I si et seulement si pour tous réels a et b de I , si $a \leq b$ alors $f(a) \leq f(b)$.
- f est décroissante sur I si et seulement si pour tous réels a et b de I , si $a \leq b$ alors $f(a) \geq f(b)$.
- f est strictement croissante sur I si et seulement si pour tous réels a et b de I , si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$.
- f est strictement décroissante sur I si et seulement si pour tous réels a et b de I , si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.
- f est monotone sur I si et seulement si f est croissante sur I ou f est décroissante sur I .
- f est strictement monotone sur I si et seulement si f est strictement croissante sur I ou f est strictement décroissante sur I .

Extrema des fonctions

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et x_0 un réel de I .

- On dit que f admet un maximum global en x_0 (ou encore que $f(x_0)$ est le maximum de la fonction f sur l'intervalle I) si et seulement si pour tout réel x de I , on a $f(x) \leq f(x_0)$.
- On dit que f admet un minimum global en x_0 (ou encore que $f(x_0)$ est le minimum de la fonction f sur l'intervalle I) si et seulement si pour tout réel x de I , on a $f(x) \geq f(x_0)$.
- On dit que f admet un maximum local en x_0 (ou encore que $f(x_0)$ est un maximum local de la fonction f sur l'intervalle I) si et seulement si il existe un intervalle ouvert J contenant x_0 tel que, pour tout réel x de $I \cap J$, on a $f(x) \leq f(x_0)$.
- On dit que f admet un minimum local en x_0 (ou encore que $f(x_0)$ est le minimum de la fonction f sur l'intervalle I) si et seulement si il existe un intervalle ouvert J contenant x_0 tel que, pour tout réel x de $I \cap J$, on a $f(x) \geq f(x_0)$.

Symétries, fonction paires et impaires

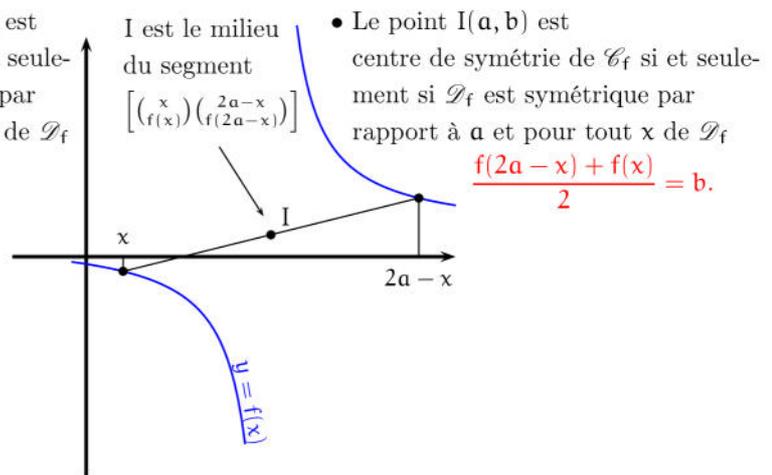


- La droite d'équation $x = a$ est axe de symétrie de \mathcal{C}_f si et seulement si \mathcal{D}_f est symétrique par rapport à a et pour tout x de \mathcal{D}_f $f(2a-x) = f(x)$.

- Il revient au même de dire que pour tout réel h tel que $a+h$ est dans \mathcal{D}_f , on a

$$f(a-h) = f(a+h)$$

- Quand $a = 0$ et que \mathcal{D}_f est symétrique par rapport à 0 , on a pour tout réel x de \mathcal{D}_f , $f(-x) = f(x)$. f est alors dite **paire** et l'axe (Oy) est axe de symétrie de \mathcal{C}_f .



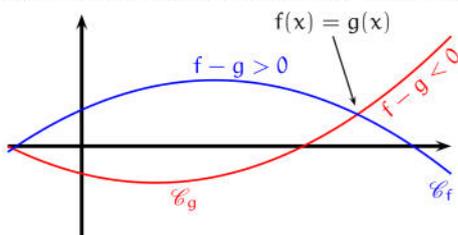
- Le point $I(a, b)$ est centre de symétrie de \mathcal{C}_f si et seulement si \mathcal{D}_f est symétrique par rapport à a et pour tout x de \mathcal{D}_f $\frac{f(2a-x) + f(x)}{2} = b$.

- Il revient au même de dire que pour tout réel h tel que $a+h$ est dans \mathcal{D}_f , on a

$$\frac{f(a-h) + f(a+h)}{2} = b$$

- Quand $a = 0$ et que \mathcal{D}_f est symétrique par rapport à 0 , on a pour tout réel x de \mathcal{D}_f , $f(-x) = -f(x)$. f est alors dite **impaire** et le point O est centre de symétrie de \mathcal{C}_f .

Positions relatives de courbes. Intersection de courbes



- Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
- Le signe de $f - g$ fournit les positions relatives de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g :
 - si $f - g \geq 0$ sur I \mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g sur I ,
 - si $f - g \leq 0$ sur I \mathcal{C}_f est au-dessous de \mathcal{C}_g sur I .