01 série

BAC

ANALYSE
Equations Différentielles

NETSCHOOL1 ACADEMY

EXERCICE N°1 :	15'	4 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1) $y' - 2y = 0$ **2)** $4y' + 3y = 0$ **3)** $2y'' + y' + 3 = 0$ **4)** $2y' + 3y + 1 = 0$ **5)** $y'' + y' + 2 = 0$

6) $4y'' + 9y = 0$.

EXERCICE N°2 :	40'	6 points

Soit l'équation différentielle (E): $y' - y = -x^2 + 3$

1) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' - y = 0$.

2) Soit $g(x) = ax^2 + bx + c$, déterminer les réels a, b et c tel que g soit solution de (E).

3) Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est solution de (E').

4) En déduire les solutions de (E).

EXERCICE N°3 :	40'	6 points

On considère l'équation différentielle (E): $y' - y = -(x - 1)^2$.

1) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer les réels a, b et c pour que g soit une solution de l'équation (E).

2) Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E_0): $y' - y = 0$.

3) Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E_0).

4) Déterminer alors les solutions de (E).

EXERCICE N°4 :	40'	6 points

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = 5\cos x$

1) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + 2y = 0$.

2) Soit $g(x) = a\cos x + b\sin x$. Déterminer les réels a et b pour que g soit une solution de l'équation (E).

3) Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E').

4) En déduire les solutions de (E).

EXERCICE N°5 :	40'	6 points

Soit l'équation différentielle $(E) : y' + y = x$.

1) Résoudre l'équation différentielle $(E_0) : y' + y = 0$.

2) Soit la fonction $g(x) = ax + b$ où a et b sont deux réels. Déterminer a et b pour que g soit une solution de (E).

3) **a)** Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E_0).

b) Expliciter $f(x)$ sachant que C_f courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. passe O.

4) Calculer $\int_0^2 f(x)\ dx$

EXERCICE N°6 :	40'	6 points

1) Résoudre les équations différentielles $(E): y' + y \ln 2 = \ln 2$ et $(E') : y'' + \pi^2 y = 0$

2) On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux fonctions f et g solutions respectivement des équations (E) et (E').

a) Reconnaitre la courbe de f et celle de g.

b) Expliciter $f(x)$ et $g(x)$.

3) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan colorée sur la figure 2.

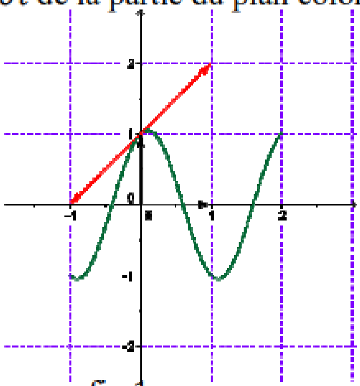

fig 1

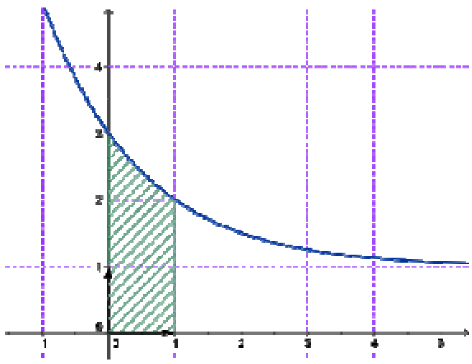

fig 2