NETSCHOOL1 ACADEMY

Méthodes d'Integration

Intégration par parties:

Cette méthode est basée sur la règle de dérivation du produit de deux fonctions dérivables : $\boxed{(f \cdot g)' = f'g + g'f}$.

Théorème :

Si $f, g : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ sont deux fonctions dérivables et si leurs dérivées f' et g' sont continues sur $[a,b]$, alors :

$$\int_a^b f(t)\, g'(t)\, dt = \Big[f(t)\, g(t)\Big]_a^b - \int_a^b f'(t)\, g(t)\, dt$$

Exemples :

$$A = \int_0^{\pi/2} x \cos x \, dx$$

on pose $U(x) = x \longrightarrow U'(x) = 1$

$V'(x) = \cos x \longrightarrow V(x) = \sin x$

NETSCHOOL1 ACADEMY

(on a u, v, u', v' sont continues sur $[0, \frac{\pi}{2}]$)

d'après la formule d'intégration par parties

on a :

$$A = \left[x \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \boxed{\frac{\pi}{2} - 1}.$$

$$B = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} \, dx$$

on pose : $u(x) = x \longrightarrow u'(x) = 1$

$v'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} \longrightarrow v(x) = 2\sqrt{x+1}$

(u, v, u', v' sont continues sur $[0,1]$)

Par suite :

$$B = \left[2x\sqrt{x+1} \right]_0^1 - \int_0^1 2\sqrt{x+1} \, dx$$

$$= 2\sqrt{2} - \left[\frac{4}{3}(x+1)\sqrt{x+1}\right]_0^1$$

$$= \boxed{\frac{4-2\sqrt{2}}{3}}$$

NETSCHOOL1 ACADEMY