



Méthodes d'Intégration

✦ Explicité une primitive :

C'est la méthode qui consiste à déterminer une primitive F de la fonction f qu'on cherche à intégrer. une telle méthode utilise la définition :

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

on se réfère au Tableau des primitives usuelles et aux formules de dérivation pour expliciter la primitive F .

exemple: Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

Rep:

La fonction $x \mapsto \frac{1}{\cos^2(x)}$ est la dérivée de la fonction $x \mapsto \operatorname{tg}(x)$. on a alors :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \left[\operatorname{tg} x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}(0) = 1$$

exemple :

$$I = \int_{-2}^0 (3x^2 + 2x - 4) dx$$

$$J = \int_0^2 \frac{2x}{(x^2+1)^2} dx$$

Rep :

$$I = \int_{-2}^0 (3x^2 + 2x - 4) dx$$

$$= \left[x^3 + x^2 - 4x \right]_{-2}^0$$

$$= -4$$

$$J = \int_0^2 \frac{2x}{(x^2+1)^2} dx = \left[\frac{-1}{x^2+1} \right]_0^2 = \frac{4}{5}$$



Exemple =

$$\text{Calculer } \int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^3)^5} dx$$

Rep:

La fonction $x \mapsto \frac{x^2}{(1+x^3)^5}$ est presque de

la forme $\frac{u'}{u^5}$.

avec $u(x) = 1+x^3$

en écrivant $\frac{x^2}{(1+x^3)^5} = \frac{1}{3} \frac{3x^2}{(1+x^3)^5}$ il vient:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^3)^5} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{3x^2}{(1+x^3)^5} dx$$

$$= \frac{1}{3} \left[\frac{-1}{4(1+x^3)^4} \right]_0^1$$

$$= \frac{5}{64}$$