Ordre et Integration

Si a et b deux réels telque $a \leqslant b$ et f une fonction Continue et positive sur un intervalle $[a,b]$ alors :

$$\int_a^b f(x)\,dx \geqslant 0$$

Démonstration = Soit F une primitive de f puisque $f(x) \geqslant 0$, pour tout $x \in [a,b]$ et que

$$F'(x) = f(x) \geqslant 0 .$$

donc F est croissante sur $[a,b]$ d'où :

$$\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a) \geqslant 0 .$$

Si a et b deux réels telque $a \leqslant b$ f et g deux fonctions Continues et $\forall x \in [a,b]$ $f(x) \leqslant g(x)$ alors $\int_a^b f(x)\,dx \leqslant \int_a^b g(x)\,dx$

Si a et b deux réels telsque $a \leqslant b$ f est une fonction Continue

Sur $[a,b]$ alors :

$$\left| \int_a^b f(x)\, dx \right| \leqslant \int_a^b |f(x)|\, dx \, .$$