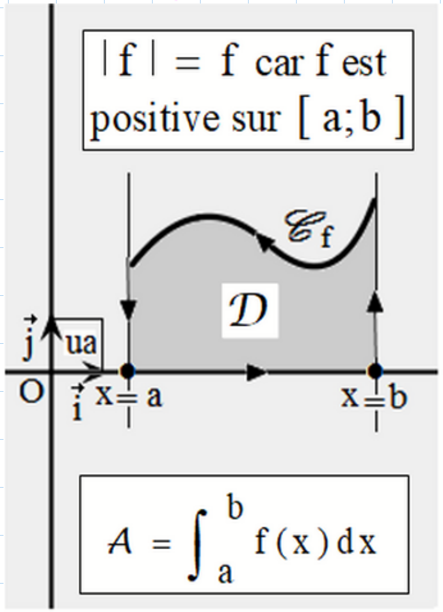
Calcul D'Aires

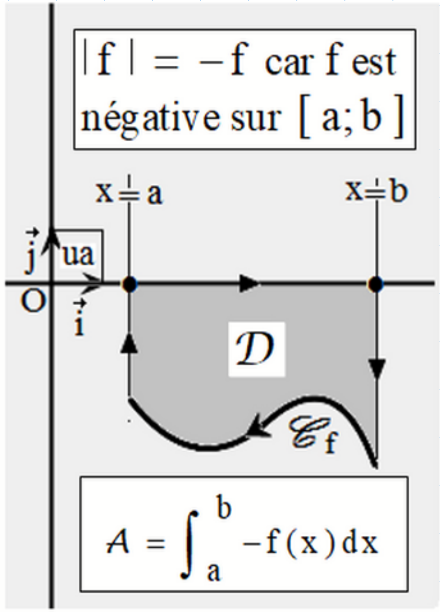
f et g sont deux fonctions continues sur l'intervalle $[a,b]$ où $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ désigne leurs courbes présentatives dans un repère orthogonal $(o,\vec{i},\vec{j})$ où l'unité d'aire est :

$$\boxed{u.a = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|}$$

L'aire du domaine D du plan limité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe $(o,\vec{i})$ et les droites $x=a$ et $x=b$

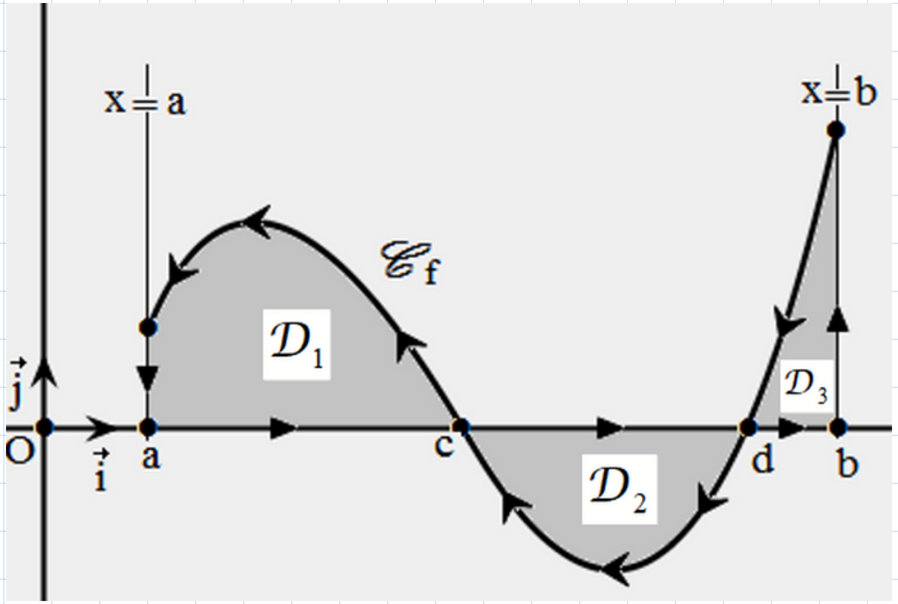
est $A = \int_a^b |f(x)|\,dx$





Calcule de L'aire A dans le cas où le signe de la fonction f est variable sur $[a,b]$:

- on réalise la subdivision de l'intervalle $[a,b]$ en plusieurs intervalles de sorte que la fonction f garde un signe constant sur chacun d'eux.



- on calcule les aires arithmétiques des sous ensembles plan associés à à f sur chacun des intervalles de la subdivision.

📌 L'aire $\mathcal{A}$ est alors la somme des aire arithmétiques comme c'est indiqué sur la figure.

📌 Dans la figure $\boxed{\mathcal{D} = D_1 \sqcup D_2 \sqcup D_3}$

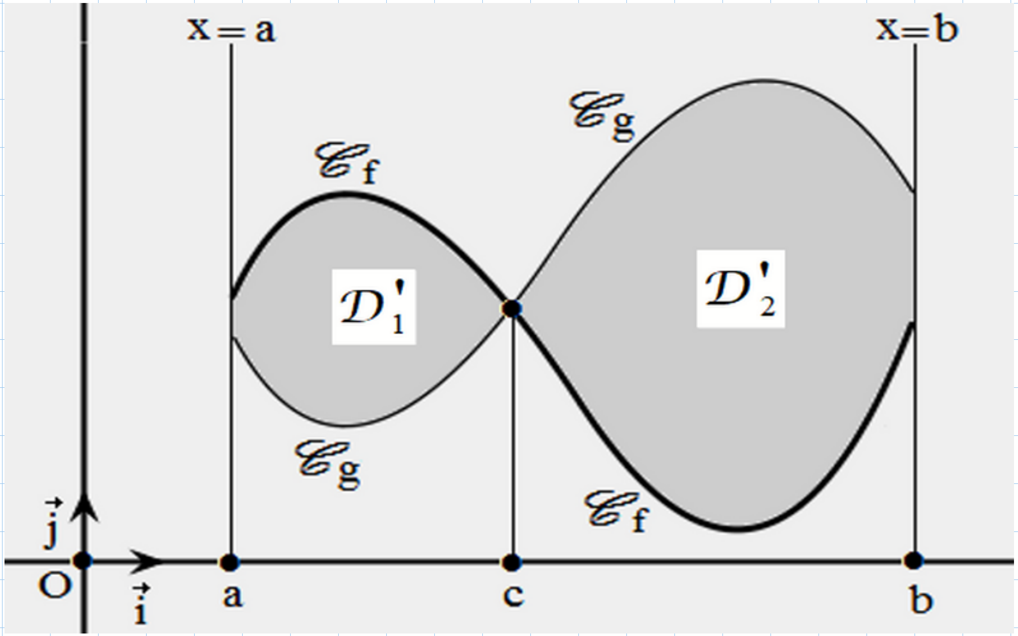
donc $\text{aire}(\mathcal{D}) = \text{aire}(D_1) + \text{aire}(D_2) + \text{aire}(D_3)$

$$= \boxed{\int_a^c f(x)\,dx + \int_c^d -f(x)\,dx + \int_d^b f(x)\,dx}$$

📌 **Aire d'un domaine entre deux Courbes :**

L'aire arithmétique du domaine du plan limité par les courbes $\boxed{\mathcal{C}_f}$ et $\boxed{\mathcal{C}_g}$ et les droites d'équation $\boxed{x = a}$ et $\boxed{x = b}$ est :

$$\mathcal{A}' = \int_a^b |f(x) - g(x)|\,dx$$



Sur $[a,c]$ on a : $|f-g| = f-g$

car $f \geqslant g$.

alors que sur $[c,b]$ on a : $|f-g| = g-f$

car $f \leqslant g$

$D' = D'_1 \cup D'_2$ donc

$$\boxed{A' = \int_a^c (f(x)-g(x))\,dx + \int_c^b (g(x)-f(x))\,dx}$$