Théorème des Valeurs intermédiaire

Théorème :

Soit f une fonction Continue sur un intervalle I, alors pour tout $k \in f(I)$ l'équation $f(x) = k$ admet **au moin** une solution sur I.

Rq : Si de plus f est strictement monotone donc la solution sera **unique**.

Méthode :

Q : montrer que l'équation $f(x) = k$ admet au moin (ou bien une) solution sur I (I de la forme $]a, +\infty[$ ou $]-\infty, a[$ ou $\mathbb{R}$)

Rep : dans ce cas là il y a deux étapes :

- il faut montrer que f est continue sur I
- on cherche $f(I)$ et si $k \in f(I)$

alors d'après le T.V.I il existe au moin une solution $\alpha \in I$ tq

$$\boxed{f(\alpha) = k}.$$

NETSCHOOL1 ACADEMY

Q : Si on ajoute le mot unique à la place de au moin.

Rep : dans ce cas là il y a 3 étapes :

- il faut montrer que est continue sur I
- f est strictement monotone sur I
- on cherche $f(I)$; si $k \in f(I)$

alors d'après le T.VI il existe une unique solution $\alpha \in I$ tq $\boxed{f(\alpha) = k}$.

Q : m.que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solutions sur $[a,b]$

Rep : il y a 3 étapes à respecter

- f continue sur $[a,b]$
- f strictement monotone sur $[a,b]$
- k comprise entre $f(a)$ et $f(b)$

alors d'après le T.VI il existe une unique solution $\alpha \in]a,b[$ tq $\boxed{f(\alpha) = k}$.

Q : Montrer que $f(x)=0$ admet une unique Sol dans $[a,b]$

Rep: il y a 3 étapes à respecter.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{📌 } f \text{ continue sur } [a,b] \\ \text{📌 } f \text{ strictement monotone sur } [a,b] \\ \text{📌 } f(a) \times f(b) < 0 \end{array} \right.$

donc d'après le T.VI il existe une unique Solution $\alpha \in]a,b[$ tq $\boxed{f(\alpha)=0}$.

Q : Montrer que L'équation $f(x)=g(x)$ admet une unique Solution sur I.

Rep: Tout d'abord on pose $\boxed{h(x)=f(x)-g(x)}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{📌 } h \text{ est continue sur } I. \\ \text{📌 } h \text{ est Strictement monotone sur } I. \\ \text{📌 on cherche } h(I) \text{ ; Si } 0 \in h(I) \end{array} \right.$

donc d'après le T.VI il existe

NETSCHOOL1 ACADEMY

une unique Solution $\alpha \in I$ tq $\boxed{h(\alpha)=0}$

c'est à dire $\boxed{f(\alpha)=g(\alpha)}$

Q : Montrer que $f(x)=g(x)$ admet une unique Solution α dans $]a,b[$

Rep: même principe Soit $h(x)=f(x)-g(x)$

- h est continue Sur $]a,b[$
- h strictement monotone Sur $]a,b[$
- $h(a)\times h(b)<0$

donc d'après le T.VI il existe une unique Solution $\alpha \in]a,b[$ tq. $\boxed{h(\alpha)=0}$ c'est à dire $\boxed{f(\alpha)=g(\alpha)}$.