Approximation affine.

Définition :

Si f est dérivable en a, alors le réel $f(a)+f'(a).h$ est une approximation affine de $f(a+h)$ pour h voisin de zéro.

Exemple : Soit $f(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$ et $g(x)=\sqrt{x+1}$

déterminer une valeur approcher des nombres $-\dfrac{1}{(0{,}998)^2}$ et $\sqrt{4{,}0002}$

Rep :

$$-\frac{1}{(0{,}988)^2}=f(1{,}998)$$

or $f'(x)=\left(\dfrac{-1}{(x-1)^2}\right)'=-\dfrac{-2(x-1)}{(x-1)^4}=\dfrac{2}{(x-1)^3}$

donc $f'(2)=\dfrac{2}{1}=\boxed{2}$

et $f(2)=\boxed{-1}$

$$f(1{,}998)\simeq f'(2)\times(-0{,}002)+f(2)$$
$$\simeq 2(-0{,}002)-1$$
$$=\boxed{-1{,}004}.$$

$$\sqrt{4{,}0002} = g(3{,}0002)$$

$$\simeq g'(3) \times 0{,}0002 + f(3)$$

or $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$

donc $g'(3) = \dfrac{1}{4}$ et $g(3) = 2$

Ainsi $g(3{,}0002) \simeq \dfrac{1}{4} \times 0{,}0002 + 2$

$$= \boxed{2{,}00005}$$