NETSCHOOL1 ACADEMY

Dérivabilité en un point.

Définition :

on dit que f est dérivable en a si la limite suivante : $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe et finie.

Vocabulaire :

f est dérivable en a si $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ avec l finie ; ce réel est appellé le **nombre dérivée** en a et on le note $\boxed{f'(a)}$.

Interprétation géométrique :

Si f est dérivable en a donc C_f admet au point d'abscisse a une tangente d'équation :

$$\boxed{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$$

Exemples : Soit $f(x) = x^2+1$, définie sur $\mathbb{R}$

montrer que f est dérivable en 1 et déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

NETSCHOOL1
ACADEMY

Rep : Dérivabilité en 1 :

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2+1-2}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}$$

$$= \boxed{2 \in \mathbb{R}}$$

Ainsi $\boxed{f \text{ est dérivable en } 1 \text{ et } f'(1) = 2}$

Déterminons l'équation de la Tangente au point d'abscisse 1 :

$$T_1 : y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$= 2(x-1) + 2$$

$$= 2x - \cancel{2} + \cancel{2}$$

Ainsi $\boxed{T_1 : y = 2x}$.