Définition d'une fonction primitive

NETSCHOOL1 ACADEMY

Activité :

dans chacun des cas suivants, déterminer une fonction F dérivable sur l'intervalle I et telle que $F' = f$

f	I	F
$x \longmapsto 2$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 2x + 2$

$x \longmapsto 2x$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto x^2 + 3$
$x \longmapsto 3x^2$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto x^3 + 1$
$x \longmapsto \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto \sin x + 5$
$x \longmapsto -\frac{1}{x^2}$	$]0, +\infty[$	$x \longmapsto \frac{1}{x} - 3$
$x \longmapsto 1 + tg^2 x$	$]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$	$x \longmapsto tg(x) + \frac{\pi}{4}$

Définition : Soit f et F deux fonctions définie sur un intervalle

I de $\mathbb{R}$.

La fonction F est une primitive de f sur I si :

F est dérivable sur I et $\forall x \in I$

$$F'(x) = f(x).$$

Conséquence :

Si la fonction F est une primitive de f sur I ; alors la fonction $x \longmapsto F(x) + k$ $(k \in \mathbb{R})$ est aussi une primitive de f sur I.

Exemple :

- la fonction $F : x \longmapsto -x^2 + x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f : x \longmapsto -2x + 1$.

(Trouver deux autres primitives de f)

- la fonction $G : x \longmapsto -\cos x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction

NETSCHOOL1 ACADEMY

$g : x \longmapsto \sin(x)$

La fonction $H : x \longmapsto 2\sqrt{x}$ est une primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction $h : x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Théorème : Soit f une fonction qui admet une primitive F sur un intervalle I. Alors toute autre primitive G de f sur I

vérifie : $G(x) = F(x) + k \ ; \ (k \in \mathbb{R})$