Branche infinie – Branche parabolique de direction $y = ax$

Si $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \boxed{\infty}$ et $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x} = \boxed{a}$

avec $(a \in \mathbb{R}^*)$

et $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) - ax = \boxed{\infty}$.

donc $\mathcal{C}_f$ admet une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = ax$.

Exemples : Soit $f(x) = 3x - 2\sqrt{x}$

déterminer le type de branche infinie au voisinage de $+\infty$.

Rep :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 3x - 2\sqrt{x}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} x\left(3 - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$$

$$= \boxed{+\infty}.$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x - 2\sqrt{x}}{x}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} 3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$= \boxed{3}$$

•) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-3x = \lim\limits_{x\to+\infty} \cancel{3x}-2\sqrt{x}-\cancel{3x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} -2\sqrt{x}$

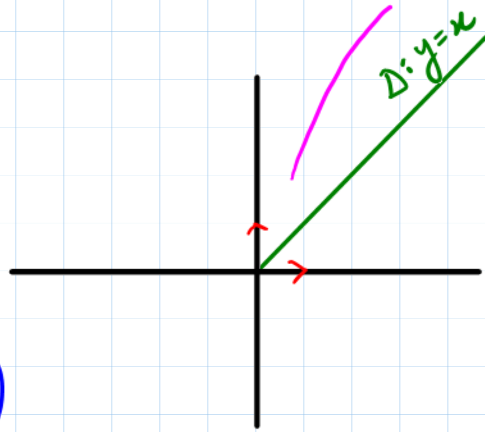
$= \boxed{-\infty}$.

Ainsi C_f admet une branche parabolique de direction la droite d'équation $\boxed{y=3x}$

📌 déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ dans chaque cas :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{+\infty} \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \boxed{1} \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x = \boxed{+\infty} \end{cases}$$

(car C_f au dessus de Δ)



$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{+\infty} \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \boxed{1} \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x = \boxed{-\infty} \end{cases}$$

(car C_f au dessous de Δ)