

Axe de Symétrie

✦ Définition :

Soit f une fonction définie sur D et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) ; Soit a un réel et Δ la droite d'équation $x = a$.

La droite Δ est un axe de symétrie de \mathcal{C}

$$\text{Si : } \begin{cases} x \in D ; 2a - x \in D \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$$

Exemple :

$$\text{Soit } f : x \mapsto \frac{2x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2}$$

Montrer que la droite $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie de \mathcal{C} .

Rep : f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{on a : } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} ; 2 - x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$f(2-x) = \frac{2(2-x)^2 - 4(2-x) + 3}{(2-x-1)^2} = \frac{2(4-4x+x^2) - 8 + 4x + 3}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2} = f(x)$$

Donc la droite $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie de \mathcal{C}