



## Branche infinie - Asymptote oblique :

📌 1<sup>er</sup> Cas : équation donnée.

Méthode :

Q: montrer que la droite d'équation  $y = ax + b$  est asymptote à  $\mathcal{C}_f$  au  $V(\infty)$

Rep: il faut calculer directement  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (ax + b)$  et le résultat sera certainement 0.

📌 2<sup>ème</sup> Cas : équation non donnée.

Méthode :

Q: montrer que  $\mathcal{C}_f$  admet une asymptote oblique au voisinage de  $\infty$  qu'on déterminera.

Rep: 📌 on calcule  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  qu'on va trouver certainement  $\infty$  (si on a fait une faute).

✦ on passe juste après pour calculer  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n}$  qu'on va trouver un  
 réel  $a \in \mathbb{R}^*$

✦ on passe après à la dernière étape  
 et on calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) - ax$  qu'on  
 va trouver un réel  $b \in \mathbb{R}$

**Conclusion:** la droite d'équation  
 $y = ax + b$  est asymptote oblique

à  $\ell_f$  au voisinage de  $\infty$ .

**Exemples:**

✦ Soit  $f(n) = 2n - 3 + \frac{3}{n-1}$ ;  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$   
 montres que  $P_f$  droite  $y = 2x - 3$   
 est asymptote oblique à  $\ell_f$  au voisinage  
 de  $+\infty$ .

**Rep:** Comme vous remarquez l'équation  
 est donnée, donc on pense directem-  
 ent à la 1<sup>ère</sup> méthode

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) - (2n-3) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n-1} = 0$$

Ainsi la droite d'équation  $y = 2x - 3$  est asymptote oblique à  $\ell_f$  au voisinage de  $+\infty$ .

♣ Soit  $f(x) = x + 1 - \frac{3}{x+1}$  ;  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$   
Montrer que  $\ell_f$  admet une asymptote oblique au voisinage de  $+\infty$  qu'on précisera.

Rep: (Équation non donnée).

$$\begin{aligned} \cdot) \lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} n + 1 - \frac{3}{n+1} \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{n} &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + 1 - \frac{3}{n+1}}{n} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{n} - \frac{3}{n(n+1)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot) \lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) - x &= \lim_{n \rightarrow +\infty} n + 1 - \frac{3}{n+1} - n \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{3}{n+1} = 1 \end{aligned}$$

Ainsi la droite d'équation  $y = x + 1$  est asymptote à  $\ell_f$  au  $(+\infty)$