EXERCICE N°1 :	15'	4 points	

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1) $y' - 2y = 0$

Rappel :

1 $E : y' = ay \quad (a \in \mathbb{R})$

l'ensemble des solutions de E est les fonctions définies et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto Ce^{ax}$; $(C \in \mathbb{R})$

$y' - 2y = 0 \iff y' = 2y$

donc l'ensemble des solutions de cette équation est les fonctions définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto Ce^{2x}$

avec $(C \in \mathbb{R})$

2) $4y' + 3y = 0$

$4y' + 3y = 0 \iff 4y' = -3y$

$\iff y' = -\dfrac{3}{4}y$.

l'ensemble des solutions de cette équation est les fonctions définies dérivables sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto C e^{-\frac{3}{4}x}$

avec $(C \in \mathbb{R})$

3) $2y'' + y' + 3 = 0$

on pose $z = y'$ $\Leftrightarrow$ $2z' + z + 3 = 0$

$\Leftrightarrow$ $z' = -\frac{1}{2}z - \frac{3}{2}$

Rappel : $E : y' = ay + b$; $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

l'ensemble des solutions de E est les fonctions définies dérivable sur $\mathbb{R}$ par :

$x \longmapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$

donc l'ensemble des solutions de cette équation est les fonctions définie dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $z = C\,e^{-\frac{1}{2}x} - \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = Ce^{-\frac{1}{2}x} - 3$

donc $y' = Ce^{-\frac{1}{2}x} - 3$ donc $y = -2k\,e^{-\frac{1}{2}x} - 3x + C$

4) $2y' + 3y + 1 = 0$

$E : y' = ay + b \; ; \; (a,b) \in \mathbb{R}^2$

l'ensemble des solutions de E est les fonctions déf dérivables sur $\mathbb{R}$ par :

$$x \longmapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

$(C \in \mathbb{R})$

$$2y' + 3y + 1 = 0 \iff 2y' = -3y - 1$$

$$\iff y' = -\frac{3}{2}y - \frac{1}{2}$$

l'ensemble des solutions de cette éq est les fonctions déf dérivables sur $\mathbb{R}$ par :

$$x \longmapsto Ce^{-\frac{3}{2}x} - \frac{1}{3}.$$

5) $y'' + y' + 2 = 0$

on pose $z = y'$ $\iff z' + z + 2 = 0$.

$\iff z' = -z - 2$.

$E : y' = ay + b$; $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

l'ensemble des solutions de E est les fonctions déf dérivables sur $\mathbb{R}$ par :

$$x \longmapsto C e^{ax} - \frac{b}{a}$$

$(C \in \mathbb{R})$

l'ensemble des solutions de l'équation est les fonctions déf dérivables sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto C e^{-x} - 2$

or $z = y'$ $\Leftrightarrow$ $y' = Ce^{-x} - 2$

$\Leftrightarrow$ $y = -Ce^{-x} - 2x + k$

$k \in \mathbb{R}$; $C \in \mathbb{R}$

6) $4y'' + 9y = 0.$

$$4y'' + 9y = 0 \iff y'' + \frac{9}{4}y = 0$$

$$\iff y'' + \left(\frac{3}{2}\right)^2 y = 0$$

$E : y'' + \omega^2 y = 0 \quad (\omega \in \mathbb{R}^*)$

l'ensemble des solutions de E est les fonctions déf dérivable sur $\mathbb{R}$ par :

$x \longmapsto A\cos \omega x + B\sin \omega x$

avec $(A, B) \in \mathbb{R}^2$

l'ensemble des solutions de cette éq est les fonctions déf dérivables sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto A\cos\left(\frac{3}{2}x\right) + B\sin\left(\frac{3}{2}x\right)$

$(A, B) \in \mathbb{R}^2$