Continuité en un point.

Théorème :

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et $a \in I$.

f est continue en $a \iff \lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

Exemples :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{x^2-1} & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\} \\ f(-1) = 1 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 4.

2) f est elle continue en -1.

Rep :

1) $f(4) = \dfrac{4+1}{16-1} = \dfrac{5}{15} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$

$\lim\limits_{x \to 4} f(x) = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x+1}{x^2-1} = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3} = f(4)$

Ainsi f est continue en 4.

2) $f(-1) = 1$

$$\lim_{x\to -1} f(x) = \lim_{x\to -1} \frac{x+1}{x^2-1}$$

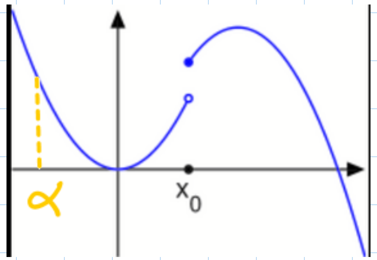
$$= \lim_{x\to -1} \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{(x+1)}(x-1)}$$

$$= \frac{1}{-2} = \boxed{-\frac{1}{2}} \neq f(-1).$$

Ainsi f n'est pas continue en -1.

graphiquement :

·) f est continue en α car il n'y a pas de rupture au niveau de la courbe au point d'abscisse α.



·) par contre f n'est pas continue en x_0 car il y a une rupture ou bien un saut au point d'abscisse x_0.