Calcul limite _ Limites au points qui annule le dénominateur

Méthode : on calcule la valeur prise par le numérateur.

1er Cas : Si elle est différent de 0 dans ce cas la limite est infinie $\left(\frac{cste}{0}\right)$

exemple :

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{2x+5}{2-x} = \boxed{-\infty} \qquad (2x+5 \to 9,\ 2-x \to 0^-)$$

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{2x+5}{2-x} = \boxed{+\infty} \qquad (2x+5 \to 9,\ 2-x \to 0^+)$$

2ème Cas : Si elle est nulle

Astuce 1 : Factoriser le numérateur et le dénominateur puis Simplifier.

exemple :

$$\lim_{x \to 3} \frac{3x^3-10x^2+x+6}{x-3} = \lim_{x \to 3} \frac{\boxed{(x-3)}(ax^2+bx+c)}{\boxed{x-3}}$$

Cherchons a, b et c :

$$3x^3-10x^2+x+6 = (x-3)(ax^2+bx+c)$$

$$= ax^3+bx^2+cx-3ax^2-3bx-3c$$

$$= ax^3 + (b-3a)x^2 + (c-3b)x - 3c$$

Par identification :

$$\begin{cases} a = 3 \\ b - 3a = -10 \\ c - 3b = 1 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

donc $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\cancel{(x-3)}(3x^2 - x - 2)}{\cancel{x-3}}$

$$= \lim_{x \to 3} 3x^2 - x - 2$$

$$= 3 \times (3^2) - 3 - 2$$

$$= \boxed{22}$$

Astuce 2 : utiliser le nombre dérivé

exemple :

$$\lim_{x \to 8} \frac{\sqrt{2x} - 4}{x - 8} = \lim_{x \to 8} \frac{f(x) - f(8)}{x - 8}$$

$$= f'(8)$$

NETSCHOOL1 ACADEMY

avec $f(x) = \sqrt{2x}$; $\boxed{D_f = \mathbb{R}_+}$

on f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et on a :

$f'(x) = \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2x}} = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2x}}}$

donc $f'(8) = \dfrac{1}{\sqrt{16}} = \boxed{\dfrac{1}{4}}$

Ainsi $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{2x} - 4}{x - 8} = \boxed{\dfrac{1}{4}}$

NETSCHOOL1
ACADEMY