

Calcul de Limite - limite à droite - Limite à gauche

Théorème :

Soit a , un nombre réel ayant des voisins appartenant au domaine d'une fonction f .

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

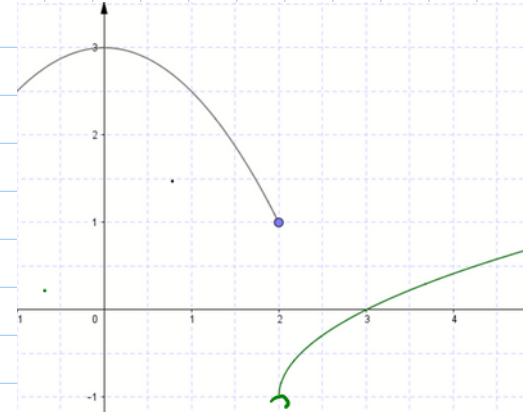
(où $L \in \mathbb{R}$)

Si $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ n'existe pas

Exemple :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 3 & x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} - 1 & x > 2 \end{cases}$$



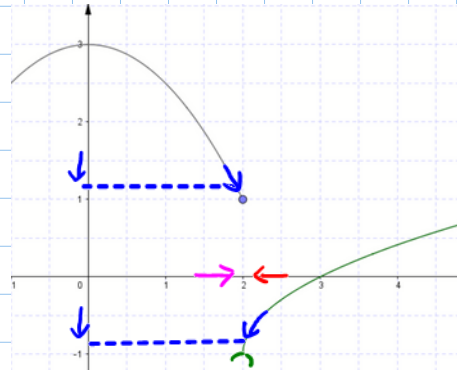
déterminer graphiquement puis par le calcul $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.

Rep:

graphiquement:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1$$



Conclusion:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Donc f n'admet pas de limite en 2

Par le calcul:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 3 & x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} - 1 & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{1}{2}x^2 + 3 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x-2} - 1 = -1$$

Conclusion:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Donc f n'admet pas de limite en 2