SERIE FONCTION LN

Exercice n°01:

1. Déterminer le domaine de définition D_{f_i} et calculer $f_i'(x)$ dans chacun des cas suivants:

$f_1(x) = \ln(1+x^2)$	$f_2(x) = \ln(\lvert x\rvert)$	$f_3(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	$f_4(x) = \frac{\ln(x)}{1-\ln(x)}$	$f_5(x) = \ln[\sin(x)]$

2. Calculer:

$\lim\limits_{x\to+\infty} [x - \ln(x)]$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{1+\ln(x)}$	$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{\ln\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos(x)}$	$\lim\limits_{x\to 0^+} x.\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to 1^+} (x-1)^{2016}.\ln^{2017}(x-1)$

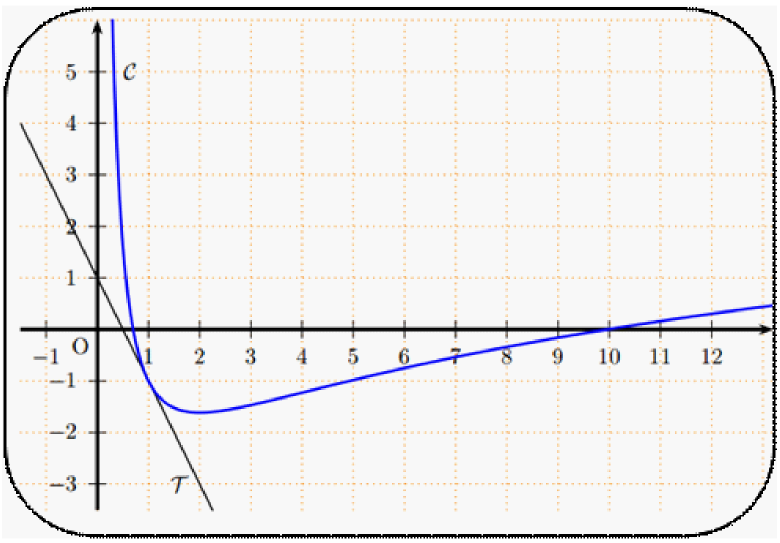
Exercice n°02:

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes:

$f_1(x) = \frac{x^2}{x-1}$, $x \in]1, +\infty[$	$f_2(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, $x \in]0, +\infty[$	$f_3(x) = \frac{1}{x\ln(x)}$, $x \in]3, +\infty[$
$f_4(x) = \tan(x)$, $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$	$f_5(x) = \frac{2\cos(2x)}{\sin(2x)}$, $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$	$f_6(x) = \frac{x+2}{x+3}$, $x \in]-\infty, -3[$

Exercice n°03:

On donne la courbe représentative d'une fonction f .



1. Déterminer graphiquement:

(a) D_f

(b) $f(1)$ et $f'(1)$.

(c) Une équation de la tangente $(\mathcal{T})$

2. On sait que $f(x) = 2\ln(x) + \frac{a}{x} + b$; $(a; b) \in \mathbb{R}^2$.

(a) Calculer $f'(x)$.

(b) Déterminer alors a et b.

Exercice n°04:

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$.

1. Déterminer D_f.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-1, +\infty[$

(a) Montrer que g réalise une bijection de $]-1, +\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera.

(b) Déterminer le domaine de dérivabilité de g^{-1}.

(c) Tracer $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$.

Exercice n°05:

Soit $f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x+1}\right)$.

1. Déterminer D_f.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Montrer que le point $A\left(-\frac{3}{4}; \ln(2)\right)$ est un centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.
4. Tracer $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.
5. Soit g la restriction de f à $]-\infty, -1[$.

(a) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty, -1[$ sur un intervalle I que l'on précisera.

(b) Déterminer le domaine de dérivabilité de g^{-1}.

(c) Tracer $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$.

Exercice n°06:

Soit $f(x) = \begin{cases} x^2\sqrt{|\ln(x)|} & \text{si} \quad x \in]0, +\infty[\\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$.

1. Etudier la continuité de f à droite en 0.
2. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Tracer $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.
5. Soit g la restriction de f à $[1, +\infty[$.

(a) Montrer que g réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera.

(b) Déterminer le domaine de dérivabilité de g^{-1}.

(c) Tracer $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$.