

EXERCICE N°1

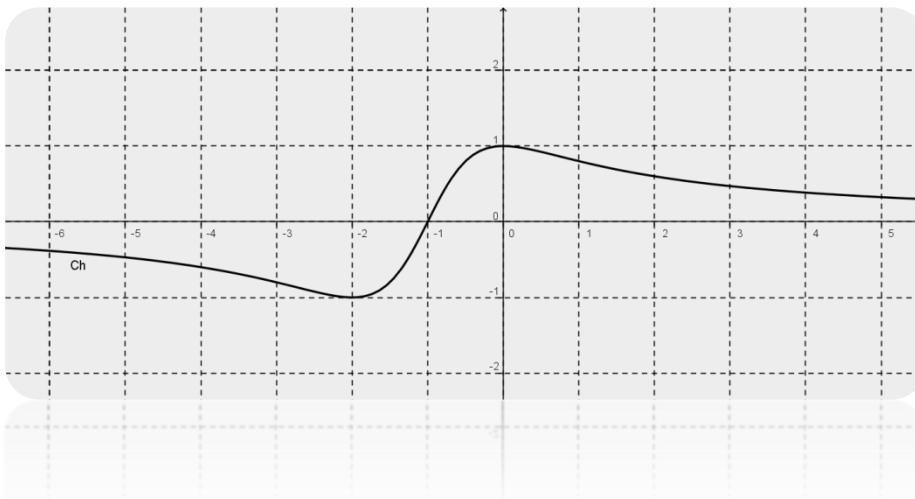
A- Soit la fonction f définie par : $g(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

- Déterminer D_g et Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$;
- Déduire que g est prolongeable par continuité en 0.
- Etudier la continuité de g sur D_g .
- Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet au moins une solution α dans $]0.1, 0.5[$.
- Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

B- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+9} + 5 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+4}-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Montrer que f est continue en 0.
- Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{-1}{\sqrt{x+4}-2} \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x+4}-2}$.
- En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- Montrer que $f(\alpha) = \frac{\sin(2\alpha)}{\alpha^2}$

C- La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction h définie et continue sur \mathbb{R} .



- Déterminer graphiquement : $h(0)$, $h(-2)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.
- Déterminer les images des intervalles suivantes par h : $I =]-\infty, -1[$; $J = [0, +\infty[$ et $K = \mathbb{R}$.
- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} h \circ f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f \circ h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h \circ f(x)$.
- b) Détermine le sens de variation de h sur $-\infty, 0]$; Déterminer $f \circ h(]-\infty, -1[)$.

EXERCICE N°2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit les points A, B, C et D du plan complexe d'affixes respectives :

$$z_A = 2\sqrt{3} + 2i, \quad z_B = 2\sqrt{3} - 2i, \quad z_C = 2e^{\frac{i\pi}{6}} \text{ et } z_D = 4i.$$

- 1) a) Calculer le module et un argument de z_A , z_B et z_D .
b) Placer les points A, B et C.
c) Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$; Quelle est la nature du triangle OAB ?
- 2) a) Ecrire z_C sous forme algébrique. Montrer que C est le milieu du segment [OA] et du segment [BD].
b) Calculer $\frac{z_B - z_D}{z_A}$. En déduire la nature du quadrilatère OBAD.
- 3) Soit le point E d'affixe $z_E = z_A + z_B$
 - a) Construire le point E puis déterminer z_E sous forme algébrique.
 - b) Montrer que E est le symétrique de D par rapport à A.

EXERCICE N°3

On pose $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ et $z_2 = 1 + \sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1)i$.

- 1) Écrire z_1 et $Z = z_1 \cdot z_2$ sous forme trigonométrique.
- 2) a- En déduire la forme exponentielle de z_2 .

b- En déduire $\cos \frac{\pi}{12}$ et de $\sin \frac{\pi}{12}$

- 3) Retrouver les résultats de la question précédentes en calculant $(z_2)^2$.

EXERCICE N°4

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{U}, \vec{V}) . Soit $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

On considère les points A, B, M et N d'affixes respectives

$$z_A = -1, \quad z_B = \frac{-1}{2}, \quad z_M = -\cos\theta e^{i\theta} \text{ et } z_N = i \cdot \sin\theta e^{i\theta}$$

- 1) Montrer que B est le milieu du segment [MN].
- 2) Ecrire z_M et z_N sous formes ON) sont perpendiculaires.
- 3) a) Montrer que le quadrilatère OMAN est un rectangle.
b) Déterminer la valeur de θ pour laquelle OMAN est un carré.

4) Calculer $\left| z_M + \frac{1}{2} \right|$

Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie dans l'intervalle $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

EXERCICE N°5

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

Soit les points A, B et C du plan complexe d'affixes respectives : $z_A = 2\sqrt{3} + 2i$, $z_B = 2\sqrt{3} - 2i$ et $z_C = 2e^{\frac{i\pi}{6}}$. a)

- 1) Calculer le module et un argument de z_A et z_B .
 - b) Placer les points A, B et C.
 - c) Calculer $z_A - z_B$.
 - d) Quelle est la nature du triangle OAB ?
- 2) a) Ecrire z_C sous forme algébrique.
 - b) Montrer que C est le milieu du segment [OA].
- 3) Quelle est la nature du triangle ABC