LE DIPOLE RC

Corrigé exercice 4 :

1 a. Lorsqu'on ferme le commutateur sur (1) le condensateur se charge.

b. Au cours de la charge u_c augmente progressivement pendant un régime transitoire puis devient constante lorsque le régime permanent s'établit donc c'est le document 2 qui correspond à u_c au cours de la charge.

c. A $t=0$ $u_c = 0 \Rightarrow q = 0 \Rightarrow$ le condensateur est initialement déchargé.

d. La durée du régime transitoire est $\Delta t = 25\,ms$.

* En régime permanent $u_c = E = 10V$.

LE DIPOLE RC

2 a. Loi des mailles

$$u_C + u_{R_1} - E = 0$$

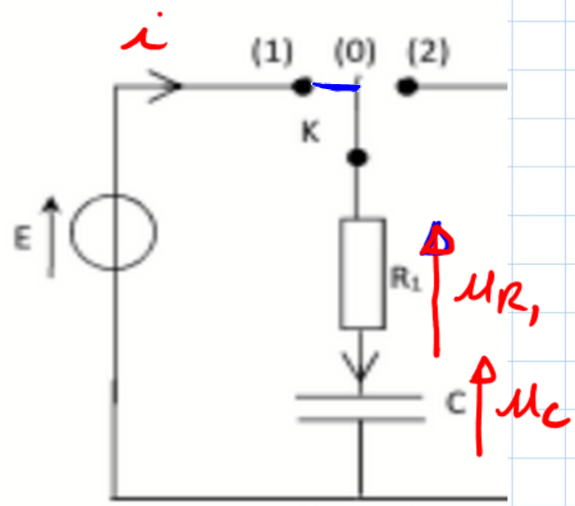


Figure 4

$$\frac{q}{C} + u_{R_1} = E$$

$$\frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + \frac{du_{R_1}}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

or $i = \frac{dq}{dt}$ et $\frac{dE}{dt} = 0$ car $E = c^{te}$.

$$u_{R_1} = R_1 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_1}}{R_1}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_1 C} u_{R_1} + \frac{du_{R_1}}{dt} = 0} \quad (1)$$

b. $u_{R_1} = E e^{-t/\tau}$.

$$\frac{du_{R_1}}{dt} = -\frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$$

LE DIPOLE RC

① donne : $\frac{E}{R_1C}\,e^{-t/\tau} - \frac{E}{\tau}\,e^{-t/\tau} = 0$

$E\,e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{R_1C} - \frac{1}{\tau}\right) = 0$ Ceci est vraie $\forall t$ si $\boxed{\tau = R_1C}$.

c. $u_C = E - u_{R_1} = E - E\,e^{-t/\tau}$

$$\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}.$$

d. $q = C.u_C \Rightarrow \boxed{q(t) = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

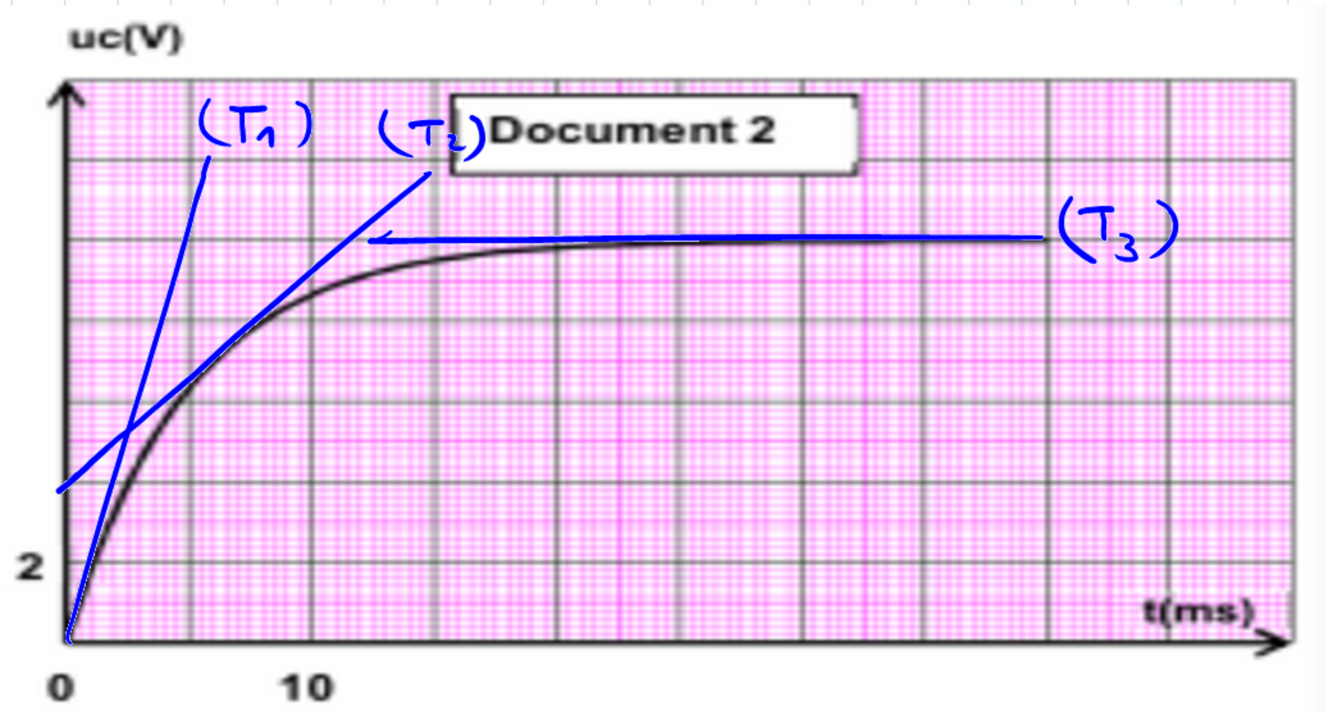
$i = \frac{u_{R_1}}{R_1} \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R_1}\,e^{-t/\tau}}$

Rq : $\boxed{CE = Q_m}$

$$\boxed{\frac{E}{R_1} = I_0}$$

e. $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

graphiquement $i = C \cdot p(T)$.



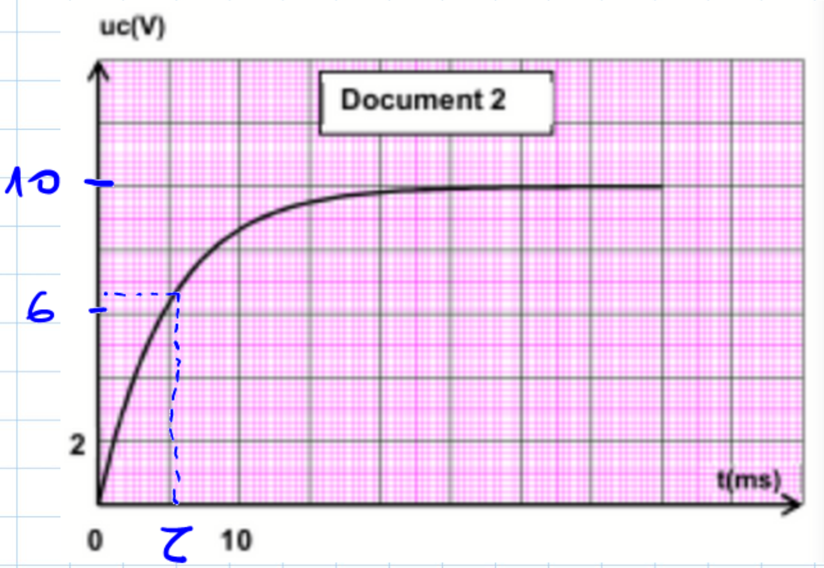
i(t) est maximale à $t=0$, diminue au cours du temps jusqu'à s'annuler

LE DIPOLE RC

3 a.

$\Delta t = \tau \Rightarrow u_c = 0{,}63E = 6{,}3V.$

$\Rightarrow \boxed{\tau = 5ms}$



b. $\tau = R_1 C \Rightarrow R_1 = \dfrac{\tau}{C}$

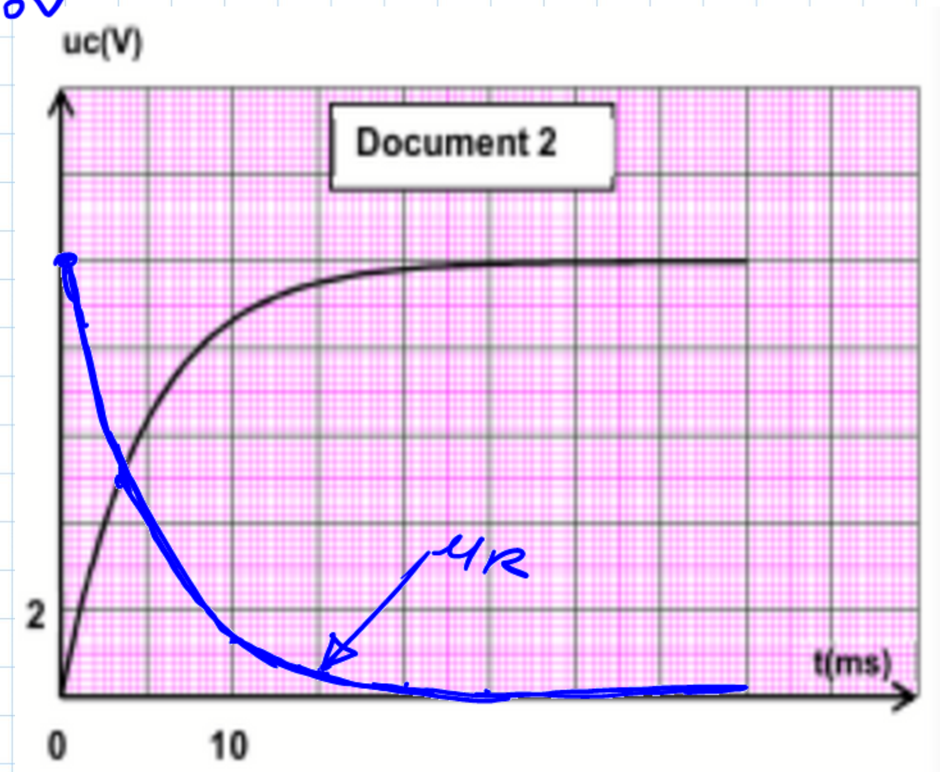
$R_1 = \dfrac{5.10^{-3}}{50.10^{-6}} = 100\,\Omega.$

LE DIPOLE RC

4. $u_{R_1}(t) = E\, e^{-t/\tau}$; $u_C + u_R = E$

A $t = 0 \Rightarrow u_{R_1} = E = 10V$

si $t \to \infty$, $u_{R_1} = 0$



5. $E_e = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C E^2$ en régime permanent.

$$\boxed{E_e = \frac{1}{2}\, 50.10^{-6} \times 10^2 = 2{,}5.10^{-3} J}$$

Partie B :

1 a. $u_C + u_{R_1} + u_{R_2} = 0$

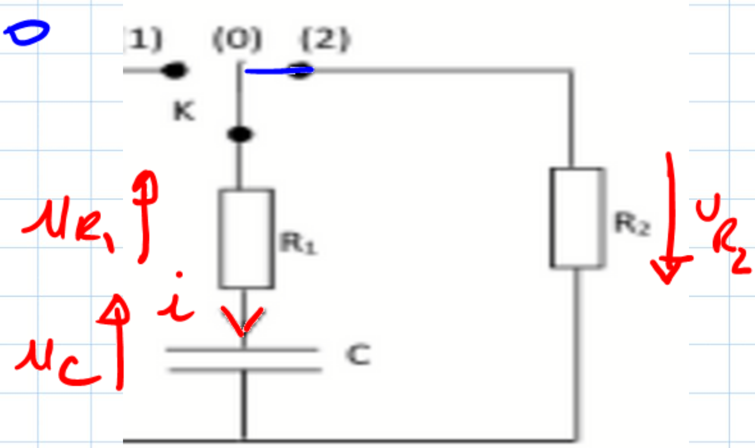


Figure 4

$u_C + R_1 i + R_2 i = 0$

$u_C + (R_1 + R_2)\, i = 0$

or $i = C \cdot \dfrac{du_C}{dt}$

$$\boxed{u_C + (R_1 + R_2)\, C \cdot \frac{du_C}{dt} = 0} \quad (2)$$

2. $u_C = A e^{-\alpha t}$

si $t = 0$ $\quad u_C = A = E$

$u_C = A e^{-\alpha t} \Rightarrow \dfrac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

(2) donne : $A e^{-\alpha t} - \alpha A (R_1 + R_2) C e^{-\alpha t} = 0$

$A e^{-\alpha t} \left[1 - \alpha (R_1 + R_2) C \right] = 0$ ceci est vrai $\forall\, t$ si $1 - \alpha (R_1 + R_2) C = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{(R_1+R_2)C}} \boxed{= \frac{1}{\tau_2}}$$

3. Le condensateur va prendre plus de temps pour se décharger car

$$\tau_2 = (R_1+R_2)C > \tau_1 = R_1 C$$

4. $u_C = E e^{-t/\tau_2}$

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = -C \frac{E}{\tau_2} e^{-t/\tau_2}$$

$$u_{R_1} = R_1 i = -\frac{R_1 C E}{\tau_2} e^{-t/\tau_2}$$

$$\boxed{u_{R_1} = -\frac{R_1 E}{R_1+R_2} e^{-t/\tau_2}}$$

De m̄

$$\boxed{u_{R_2} = -\frac{R_2 E}{R_1+R_2} e^{-t/\tau_2}}$$

LE DIPOLE RC

A $t=0$ $\quad u_{R_1} = -\dfrac{R_1 E}{R_1+R_2}$

$$u_{R_2} = -\frac{R_2 E}{R_1+R_2}$$

Si $t \to \infty$ $\quad u_{R_1}$ et $u_{R_2} \longrightarrow 0$.