Primitive de la fonction exponentielle

Conséquence :

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors les primitives, sur I, de la fonction : $x \longmapsto u'(x)\, e^{u(x)}$ sont les fonctions :

$$\boxed{x \longmapsto e^{u(x)} + k \; ; \; k \in \mathbb{R}}$$

Exemples :

déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = x\, e^{x^2}$

2) $g(x) = (x+1)\, e^{x^2+2x+2}$

3) $h(x) = \dfrac{e^{3x}+2}{e^x}$

Rep :

1) $f(x) = \frac{1}{2} \times \underbrace{2x \; e^{x^2}}_{u'(x)\, e^{u(x)}}$

donc $\boxed{F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2} + k}$; $k \in \mathbb{R}$.

NETSCHOOL1 ACADEMY

2) $g(x) = (x+1)\, e^{x^2+2x+2}$

$$= \frac{1}{2} \times 2\, (x+1)\, e^{x^2+2x+2}$$

$$= \frac{1}{2}\, \underbrace{(2x+2)}_{u'(x)}\, \underbrace{e^{x^2+2x+2}}_{e^{u(x)}}$$

donc $\boxed{G(x) = \frac{1}{2}\, e^{x^2+2x+2} + k \quad ; k \in \mathbb{R}}$.

3) $h(x) = \dfrac{e^{3x}+2}{e^{x}} = \dfrac{e^{3x}}{e^{x}} + \dfrac{2}{e^{x}}$

$$= e^{2x} + 2e^{-x}$$

$$= \frac{1}{2} \times \underbrace{2}_{u'(x)}\, \underbrace{e^{2x}}_{e^{u(x)}} - 2 \times \underbrace{(-1)}_{u'(x)}\, \underbrace{e^{-x}}_{e^{u(x)}}$$

donc $\boxed{H(x) = \frac{1}{2}\, e^{2x} - 2\, e^{-x} + k \quad ; k \in \mathbb{R}}$.

NETSCHOOL1
ACADEMY