NETSCHOOL1 ACADEMY

Exponentielle de base a

on a : $a^x = e^{x\ln(a)}$; $\forall x \in \mathbb{Q}$ et $a > 0$

Le second membre de cette égalité est défini $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ce qui permet de poser :

Si a est un réel strictement positif et x est un réel quelconque, la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $\boxed{x \longmapsto a^x = e^{x\ln a}}$ est :

L'exponentielle de base a.

Propriétés : $\forall x, y \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ on a :

- $a^x > 0$
- $a^x a^y = a^{x+y}$
- $\dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{xy}$.

Dérivée et sens de variation :

La fonction $x \longmapsto a^x$ est dérivable

Sur $\mathbb{R}$ et $\forall x \in \mathbb{R}$ on a :

$$\boxed{(a^x)' = \ln(a) \cdot a^x}$$

en effet :

$$(a^x)' = \left(e^{x\ln(a)}\right)' = \ln(a)\, e^{x\ln(a)}$$
$$= \boxed{\ln(a)\ a^x}$$

Ainsi la dérivée de l'exponentielle de base a est du signe de $\ln(a)$.

$\boxed{\text{Si } 0 < a < 1}$ alors $\ln(a) < 0$

dans ce cas la fonction $x \longmapsto a^x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \to -\infty} a^x = \boxed{+\infty} \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} a^x = \boxed{0}.$$

x	$-\infty$		$+\infty$
a^x	$+\infty$	$\searrow$	0

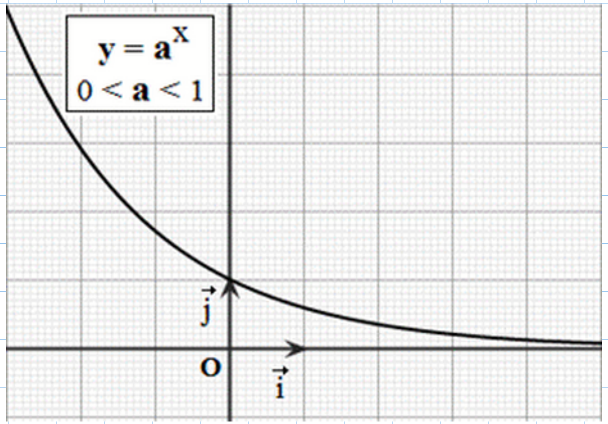
•) La droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe au $V(+\infty)$.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{a^x}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{e^{x\,\text{Ln}(a)}}{x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{e^{x\,\text{Ln}(a)}}{x\,\text{Ln}(a)} \cdot \text{Ln}(a) .$$

$$= \boxed{-\infty} .$$

donc au voisinage de $(-\infty)$ la courbe admet une branche parabolique de direction celle de l'axe $(O\vec{j})$.



Si $a > 1$ alors $\text{Ln}(a) > 0$.

dans ce cas la fonction $x \longmapsto a^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to -\infty} a^x = \boxed{0} \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} a^x = \boxed{+\infty} .$$

•) La droite $y=0$ est asymptote à la Courbe au Voisinage de $-\infty$.

•) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{a^x}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x\,Ln(a)}}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x\,Ln(a)}}{x\,Ln(a)}\times Ln(a)$$

$$=\boxed{+\infty}.$$

donc au Voisinage de $+\infty$ la Courbe admet une branche parabolique de direction celle de $(O\vec{j})$.

x	$-\infty$	$+\infty$
a^x	0	$+\infty$.