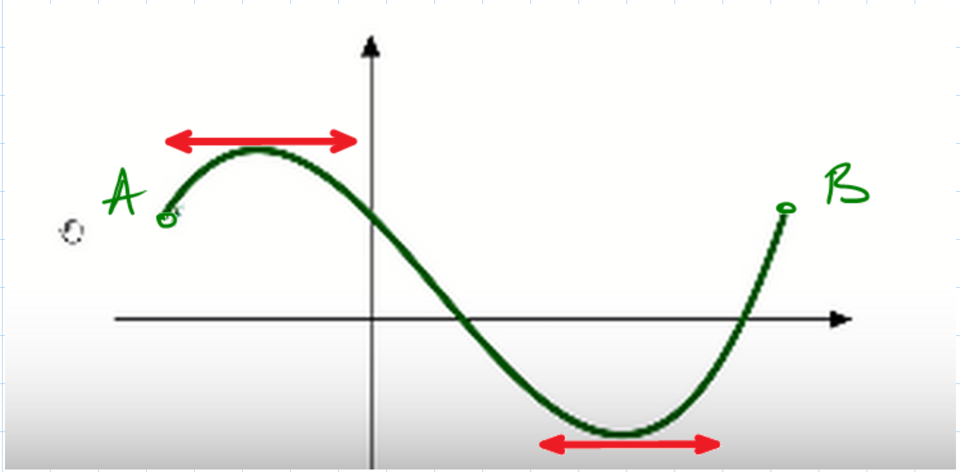
Théorème de rolle

Soit $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction Continue Sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$ et telle que $f(a) = f(b)$.

Alors il existe c appartient à $]a,b[$ telque $\boxed{f'(c) = 0}$

Interprétation géométrique :

Si Ces Conditions Sont vérifié alors il existe au moin une tangente à C_f parallèle à La droite des abscisses.



NETSCHOOL1
ACADEMY

Exemples :

Soit f la fonction définie par :

$f(x) = x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 15x^2 + 4x + 2$

et $\mathcal{C}$ sa Courbe représentative

1) Calculer $f(1)$ et $f(-1)$

2) on déduire que $\mathcal{C}$ admet au moin une tangente parallèle à l'axe des abscisses

Rep :

1) $f(1) = \cancel{1} - 3 - \cancel{5} + 15 + \cancel{4} + 2 = \boxed{14}$

$f(-1) = -\cancel{1} - 3 + \cancel{5} + 15 - \cancel{4} + 2 = \boxed{14}$

2) f est Continue sur $[-1,1]$ (polynôme)

dérivable sur $]-1,1[$.

or $f(1) = f(-1)$.

donc d'après le théorème de Rolle

il existe au moin $c \in]-1,1[$ tq $f'(c) = 0$

c'à d au moin une tangente

parallèle à L'axe des abscisses.

Soit $f(x) = x^3 - x$

vérifier que les hypothèses de théorème de Rolle s'applique à la fonction f sur $[-1,1]$ puis trouver le point c.

Rep :

f est continue sur $[-1,1]$ (polynôme)

dérivable sur $]-1,1[$.

on a $f(-1) = (-1)^3 - (-1) = \boxed{0}$

et $f(1) = 1 - 1 = \boxed{0}$

donc les hypothèses de théorème de Rolle sont bien vérifié.

et par suite il existe $c \in]-1,1[$ telque

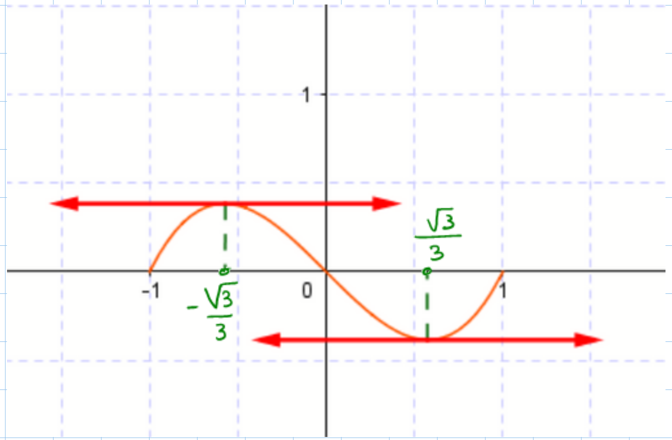
$\boxed{f'(c) = 0}$.

or $f'(x) = 3x^2 - 1$

donc c est solution de l'équation.

$$2c^2 - 1 = 0$$

c'est à dire $\boxed{c = \frac{\sqrt{3}}{3}}$ ou $\boxed{c = -\frac{\sqrt{3}}{3}}$



même question pour $g(x) = \cos 2x$ sur $[0, 2\pi]$

Rep :

g est continue sur $[0, 2\pi]$; dérivable sur $]0, 2\pi[$.

$g(0) = \cos(0) = \boxed{1}$

$g(2\pi) = \cos(4\pi) = \boxed{1}$

donc les hypothèses de théorème de Rolle sont vérifié .

et par suite il existe $c \in]0, 2\pi[$ telque $g'(c) = 0$.

or $g'(x) = -2\sin 2x$

donc c est solution de l'équation.

$-2\sin 2c = 0$

c'est à dire $\boxed{c = \frac{\pi}{2}, \ \pi \ \text{ou} \ \frac{3\pi}{2}}$