



NETSCHOOL
ACADEMY

Propriétés

Activité 1:

Soient a et b deux réels.

Comparer $\ln(e^{a+b})$ et $\ln(e^a \times e^b)$

Rep:

$$\ln(e^{a+b}) = a+b$$

$$\ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b) = a+b.$$

Par suite $\ln(e^{a+b}) = \ln(e^a \times e^b)$

On en déduit la 1^{ère} propriété:

$$e^{a+b} = e^a \times e^b$$

$$P_1: \forall (a, b) \in \mathbb{R}^2; e^{a+b} = e^a \times e^b$$

Activité 2:

Soit r un rationnel et a un réel

Comparer $\ln(e^{ra})$ et $\ln((e^a)^r)$

Rep:

$$\ln(e^{ra}) = ra$$

$$\ln((e^a)^r) = r \ln(e^a) = ra$$

Par suite $\ln(e^{ra}) = \ln((e^a)^r)$

on en déduit la 2^{ème} propriété :

$$e^{ra} = (e^a)^r$$

$\forall r \in \mathbb{Q} \text{ et } \forall a \in \mathbb{R}; e^{ra} = (e^a)^r$

Ce qu'on doit retenir:

- ✦ $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2; e^{a+b} = e^a \cdot e^b$
- ✦ $\forall r \in \mathbb{Q}; \forall a \in \mathbb{R}; (e^a)^r = e^{ra}$
- ✦ $\forall a \in \mathbb{R}; e^{-a} = \frac{1}{e^a}$
- ✦ $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2; e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

Important:

$$e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$e^x = e^y \iff x = y \quad \text{et} \quad e^x > e^y \iff x > y$$