رياضيات

التاسعة أساسي

ملخصات لدروس الجبر

ماي 2022

NETSCHOOL1
ACADEMY

الأستاذة : الشريف	ملخص لدروس الحساب و الجبر	التاسعة أساسي ماي 2022

التعداد و الحساب

قابلية القسمة على 2 , على 3 , على 4 ,على 5 , على 8 , على 9 و على 25

القسمة الإقليدية

مهما يكن a و b عددان صحيحان طبيعيان حيث b مخالف لصفرفإن $a = b \times q + r$

q و r عددان صحيحان طبيعيان حيث $r < b$

$a = b \times q + r$ تمثل نتيجة القسمة الأقليدية لـ a على b

a يسمى المقسوم و b القاسم و q خارج القسمة و r الباقي

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

نقول أن a مضاعف لـ b أو a يقبل القسمة على b

أو b قاسم لـ a أو b يقسم a إذا كان باقي قسمة a على b يساوي 0

أي إذا كان $a = b \times q$

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \cline{2-2} 0 & q \end{array}$$

يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على :

2 : إذا كان **رقم احاده** زوجيا أي : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8

5 : إذا كان **رقم احاده** 0 أو 5

4 : إذا كان **العدد المتكون من رقمي احاده وعشراته** مضاعفا لــ 4

25: إذا كان **العدد المتكون من رقمي احاده وعشراته** مضاعفا لــ 25 أي 00 أو25 أو 50 أو 75

8 : إذا كان **العدد المتكون من أرقام احاده وعشراته و مئاته** مضاعفا لــ 8

3 : إذا كان **مجموع أرقامه** مضاعفا لــ 3

9: إذا كان **مجموع أرقامه** مضاعفا لــ 9

ملاحظة 1

مهما يكن عدد صحيح طبيعي مخالف لصفرفإن

1) كل عدد لا يقبل القسمة على a لا يقبل على مضاعفات a

مثال : 225 لا يقبل القسمة على 8 لأنه لا يقبل القسمة على 2

2) كل عدد يقبل القسمة على a يقبل على قواسم a

مثال : 7700 يقبل القسمة على 77 إذن يقبل القسمة على 11 (11 من قواسم 77)

ملاحظة 2

العدد الصحيح الطبيعي يكون
- معلوما وأرقامه معلومة مثال : 567492
- معلوما وأرقامه مجهولة مثال : 13^{29}
- مجهولا وأرقامه مجهولة مثال : a أو x

نستعمل قواعد قابلية القسمة إذا كان العدد معلوما وأرقامه معلومة

ملاحظة 3

نطبق نفس قواعد قابلية القسمة لمعرفة باقي قسمة أي عدد على 2 أو على 3 أو على 4

أو على 5 أو على 8 أو على 9 أو على 25

الأعداد الأولية

العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على 1 و على نفسه أي أن مجموعة قواسمه ثنائية

نرمز بـ D_a لمجموعة قواسم العدد (a عدد صحيح طبيعي)

a عدد أولي يعني $D_a = \{1, a\}$

الأعداد الأولية الأصغر من 100 للحفظ أكيد

2- 3- 5- 7- 11 - 13- 17- 19 - 23- 29 – 31 – 37
– 41 – 43 – 47 – 53 - 59 – 61 – 67 – 71 -73 –
79 – 83 – 89 - 97

قابلية القسمة على 6 و على 12 و على 15

- يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 6
  إذا كان يقبل القسمة على 2 و على 3
- يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 12
  إذا كان يقبل القسمة على 4 و على 3
- يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 15
  إذا كان يقبل القسمة على 3 و على 5

أنشطة في التعداد
كم مجوعة منتهية

تعريف

1) إذا كان عدد عناصر مجموعة ما محدودا نقول ان المجموعة منتهية
وإذا كان غير محدود نقول ان المجموعة غير منتهية

مثال

a عدد عدد صحيح طبيعي و D_a مجموعة قواسمه و M_a مجموعة مضاعفاته

بما أن لكل عدد عدد معين من القواسم و عدة مضاعفات إذن D_a مجموعة منتهية

و M_a مجموعة غير منتهية

2) كم مجموعة منتهية هو عدد عناصرها

مثال 8= كم (D_{24})

11= كم (A)

NETSCHOOL1
ACADEMY

مجموعة الأعداد الحقيقية

الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي

- لكل عدد كسري نسبي كتابة عشرية دورية

مثال .. .. $\frac{3}{11} = 0{,}272727 \ldots$

الكتابة .. ... $0{,}272727$ هي كتابة عشرية (بالفاصل)

العدد 27 يتكرر ظهوره فيها بصفة دورية و غير منتهية إذن .. ... $0{,}272727$ تمثل الكتابة العشرية الدورية العدد الكسري $\frac{3}{11}$ و نكتب .. ... $\frac{3}{11} = 0{,}272727$ أو $\frac{3}{11} = 0{,}\underline{27}$ و العدد 27 يسمى دور

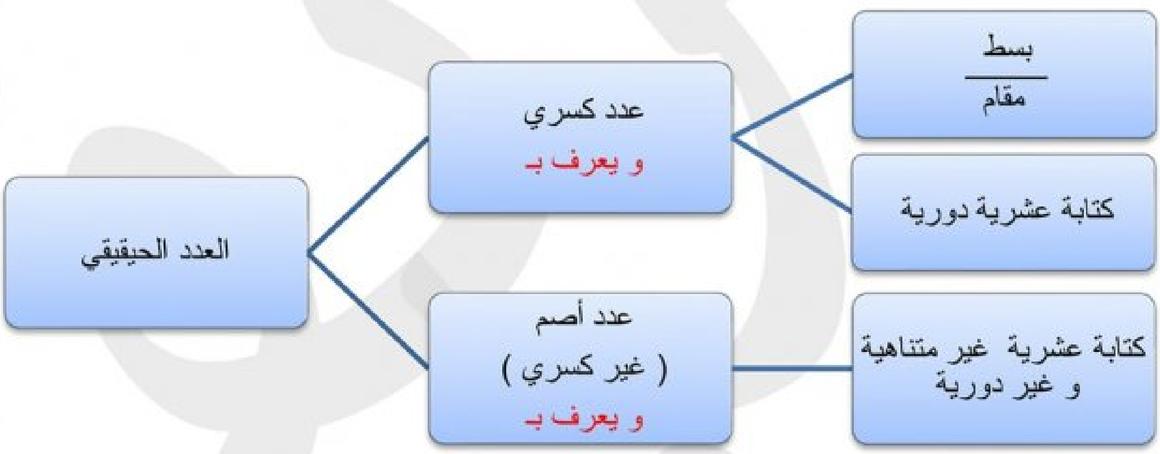
- كل كتابة عشرية دورية تمثل عدد كسريا واحدا

العدد الأصم

العدد الأصم هو العدد الغير كسري و يعرف بكتابة عشرية غير متناهية و غير دورية

مثال العدد π أصم .... $\pi = 3{,}14159265$ له كتابة عشرية (بالفاصل) ولكنها <u>غير متناهية</u> و <u>غيردورية</u>

العدد الحقيقي



مجموعة الأعداد الكسرية و الصماء تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بـ $\mathbb{R}$

ملاحظة

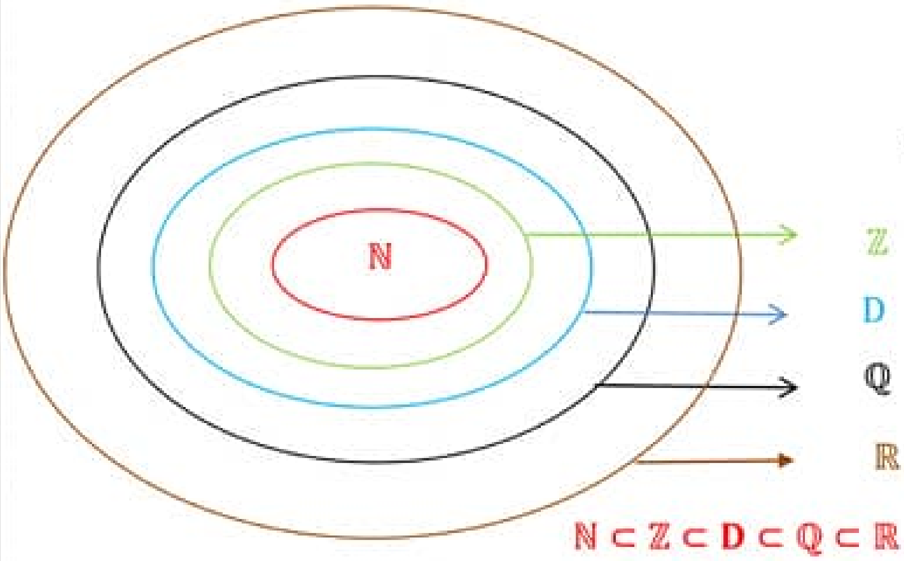
$\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

$\mathbb{Z}$ مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

D مجموعة الأعداد العشرية النسبية

$\mathbb{Q}$ مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

$\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbf{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

مهما يكن a عدد حقيقي موجب الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي مربعه يساوي a و نكتب $\sqrt{a} = b$ يعني $b^2 = a$

$\sqrt{2}$ هو عدد أصم ؛ $1 < \sqrt{2} < 2$ ؛ $\sqrt{2} = 1,414213562 \ldots\ldots$ ؛

$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

1,414 قيمة تقريبية بالنقصان لـ $\sqrt{2}$ بثلاثة أرقام بعد الفاصل $\sqrt{2} > 1,414$

1,415 قيمة تقريبية بالزيادة لـ $\sqrt{2}$ بثلاثة أرقام بعد الفاصل $\sqrt{2} < 1,415$

$\sqrt{2}$ هو طول ضلع مربع مساحته 2

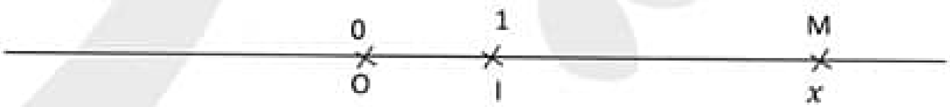
$\sqrt{2}$ هو طول وتر مثلث قائم طول ضلعيه 1 و 1

تدريج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقية

(Δ) مستقيم مدرج بالمعين (O, I) يعني O أصل التدريج النقطة التي تمثل العدد 0 على (Δ) و I النقطة الواحدية التي تمثل العدد 1 على (Δ) والبعد OI يمثل وحدة التدريج

كل نقطة M من (Δ) تمثل عددا حقيقيا واحدا x ويسمى فاصلتها في المعين (O, I)

ونكتب $M(x)$ أو $x_M = x$



المستقيم (Δ) يسمى مستقيم عددي

العمليات في $\mathbb{R}$

الجمع و الطرح في $\mathbb{R}$

عملية الجمع في $\mathbb{R}$ تبديلية و تجميعية

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن

- تبديلية : $a+b=b+a$
- تجميعية : $(a+b)+c=a+(b+c)$
- 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع في $\mathbb{R}$: $a+0=0+a$
- كل عدد حقيقي a له مقابل يرمز له بـ $(-a)$ حيث $a+(-a)=(-a)+a=0$
- a و b متقابلان يعني $a+b=0$ و $a-b=a+(-b)$
- $a-b=c$ يعني $a=c+b$
- $-(a-b)=-a+b=b-a$ و $-(a+b)=-a-b$

عند حذف أقواس مسبوقة بعلامة $(+)$ **لا تتغير العلامات** التي داخل القوسين

وعند حذف أقواس مسبوقة بعلامة $(-)$ **تتغير العلامات** التي داخل القوسين

الضرب و القسمة في $\mathbb{R}$

عملية االضرب في $\mathbb{R}$ تبديلية وتجميعية

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن

- تبديلية: $a\times b=b\times a$
- تجميعية $a\times b\times c=(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
- 0 هو عنصر ماص لعملية الضرب في $\mathbb{R}$: $a\times 0=0\times a=0$
- 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب في $\mathbb{R}$: $a\times 1=1\times a=a$
- $a\times(-1)=(-1)\times a=(-a)$
- كل عدد حقيقي a مخالف لصفر له مقلوب يرمز له بـ $\left(\frac{1}{a}\right)$ حيث $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1$
- توزيعية على عملية الجمع : $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
- توزيعية على عملية الطرح : $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$
- مهما يكن العددان الحقيقيان a و b المخالفان لصفر فإن : a و b عددان مقلوبان يعني $a\times b=1$
- مهما يكن العددان الحقيقيان a و b حيث b مخالف لصفر فإن : $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$
- $a\times b=0$ يعني $a=0$ أو $b=0$
- مهما يكن عدد حقيقي موجب فإن : $\sqrt{x}\times\sqrt{x}=\left(\sqrt{x}\right)^2=x$

$(+)\times(+)=(+)$

$(-)\times(-)=(+)$

$(-)\times(+)=(-)$

$(+)\times(-)=(-)$

النشر و التفكيك

النشر

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$, $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$

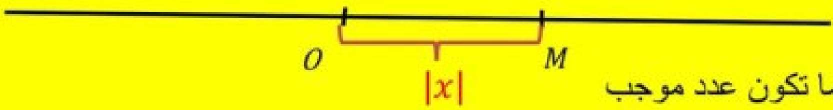
التفكيك

النشر هو تعويض الجذاء بمجموع مساو له و التفكيك هو تعويض المجموع بجذاء مساو له

القيمة المطلقة لعدد حقيقي

مهما تكن M نقطة من مستقيم مدرج بالمعين (O,I) فاصلتها العدد الحقيقي x

فإن القيمة المطلقة لـــ x هي البعد OM و نكتب $|x|=OM$



و بالتالي القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي دائما تكون عدد موجب

- إذا كان $x\in\mathbb{R}_+$ فإن $|x|=x$
- إذا كان $x\in\mathbb{R}_-$ فإن $|x|=-x$
- $|x|=|-x|$

اختصار عبارات بها جذور تربيعية

- مهما يكن a و b عددان حقيقيان موجبان فإن $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$
- مهما يكن a و b عددان حقيقيان موجبان حيث b مخلف لصفر فإن $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- مهما يكن a حقيقي فإن $\sqrt{a^2}=|a|$
- إذا كان a عدد حقيقي موجب حقيقي فإن $\sqrt{a^2}=a$ و $(\sqrt{a})^2=a$

NETSCHOOL1 ACADEMY

القوى في $\mathbb{R}$

قوة عدد حقيقي

1) قوة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي

- مهما يكن a عدد حقيقي و n عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 فإن
a^n جذاء لـ n عوامل مساوية للعدد a أي : $a^n = \underbrace{a \times a \dots\dots \times a}_{n \text{ عوامل مساوية لـ } a}$
- مهما يكن عدد حقيقي فإن $a^1 = a$
- مهما يكن عدد حقيقي مخالف لصفر فإن $a^0 = 1$
- مهما يكن a عدد حقيقي مخالف لصفر و n عدد صحيح طبيعي فإن : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

أي a^{-n} يساوي مقلوب a^n

ملاحظة

إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا لصفر و n عددا صحيحا نسبيا

فإن a^{-n} هو مقلوب a^n أي $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

و منه إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا لصفر

فإن a^{-1} هومقلوب a أي $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$

قوى العدد 10

قوى العدد 10 من أسهل القوى حسابا

$10^7 = 1\,\underline{000\,000\,0}$ (عدد الأصفار على عدد دليل القوة)

و $10^{-5} = 0,\underline{00001}$ (عدد الأرقام بعد الفاصل على عدد دليل القوة)

علامة قوة عدد حقيقي

a^n عدد موجب إذا كان a موجبا أو a سالبا و n زوجيا	a^n عدد سالب إذا كان a سالبا و n فرديا

خاصيات القوى في $\mathbb{R}$

مهما يكن a و b عددان حقيقيان مخالفان لصفر و n و m عددان صحيحان نسبيان فإن :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad ; \quad (a^n)^m = a^{n\times m} \quad ; \quad a^n \times b^m = (a\times b)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad ; \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

و إذا كان a عددا حقيقيا موجبا مخالفا لصفر و n عددا صحيحا نسبيا فإن $\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n$

مهما يكن a عدد حقيقي مخالف لصفر و n عدد صحيح نسبي زوجي فإن : $(-a)^n = a^n$

أولوية الحساب

عند حساب عبارات بها جمع و طرح و ضرب و قوة فإن أولوية الحساب تكون لـ :

- لما بين قوسين إذا كان هناك أقواس
- للقوة ثم للضرب ثم للجمع و الطرح إذا لم تكن هناك أقواس

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

$$\left(a\sqrt{b}\right)^2 = a^2 b$$

NETSCHOOL1
ACADEMY

الجذاءات المعتبرة

مهما يكن a و b عددان حقيقيان فإن

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

النشر و التفكيك

ملاحظة

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ إذن $(a+b)^2$ هو جذاء

و $a^2 + 2ab + b^2$ هو مجموع

و نعلم أن النشر هو تعويض الجذاء بمجموع مساو له و التفكيك هو تعويض المجموع بجذاء مساو له

إذن نستعمل الجذاءات المعتبرة للنشر و للتفكيك

النشر

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

التفكيك

كذلك بالنسبة إلى بقية الجذاءات المعتبرة

النشر

الجذاءات المعتبرة في اتجاه النشر

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

التفكيك

الجذاءات المعتبرة في اتجاه التفكيك

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

المقارنة و الحصر

المقارنة باستعمال الفرق

مهما يكن a و b عددين حقيقيين فإن : $a - b \leq 0$ يعني $a \leq b$

تعريف الحصر

ليكن a و b و x أعداد حقيقية حيث $a \leq b$ نقول أن x محصور بين العددين a و b
و نكتب $a < x < b$ إذا كان $x > a$ و $x < b$
الفرق بين العددين b و a أي $b - a$ يسمى مدى الحصر

ملاحظة

1) $\underbrace{a < x < b}_{\text{الترتيب تنازلي}}$ يعني $\underbrace{b > x > a}_{\text{الترتيب تصاعدي}}$

2) علامات الحصر يمكن أن تكون غير قطعية

أي أن :

- $a < x < b$ يعني $x > a$ و $x < b$
- $a \leq x \leq b$ يعني $x \geq a$ و $x \leq b$
- $a < x \leq b$ يعني $x > a$ و $x \leq b$
- $a \leq x < b$ يعني $x \geq a$ و $x < b$

قواعد المقارنة و الحصر

المقارنة

ليكن x و y و a و b و c و d أعداد حقيقية فإن

1) $x<a$ يعني $x+c<y+c$

2) إذا كان :
$\begin{cases} x<a \\ \text{و}\; y<b \end{cases}$ فإن $x+y<a+b$

3) إذا كان $c\in\mathbb{R}_{+}^{*}$ فإن :
$x<a$ يعني $xc<ac$

و إذا كان $c\in\mathbb{R}_{-}^{*}$ فإن :
$x<a$ يعني $xc>ac$

و نستنتج أن
$x<b$ يعني $-x>-b$

4) إذا كان a و b مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة فإن : $a<b$ يعني $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

5) إذا كان a و b عددان موجبان فإن :
$a<b$ يعني $a^2<b^2$

وإذا كان a و b عددان سالبان فإن :
$a<b$ يعني $a^2>b^2$

ونستنتج أن
$|a|<|b|$ يعني $|a|^2<|b|^2$

الحصر

ليكن x و y و a و b و c و d أعداد حقيقية فإن

1) $a<x<b$ يعني $a+c<x+c<b+c$

2) إذا كان :
$\begin{cases} a<x<b \\ \text{و}\; c<y<d \end{cases}$ فإن $a+b<x+y<b+d$

3) إذا كان $c\in\mathbb{R}_{+}^{*}$ فإن :
$a<x<b$ يعني $ac<xc<bc$

و إذا كان $c\in\mathbb{R}_{-}^{*}$ فإن :
$a<x<b$ يعني $ac>xc>bc$ يعني $bc<xc<ac$

و نستنتج أن
$a<x<b$ يعني $-a>-x>-b$ يعني $-b<-x<-a$

4) إذا كان a و b مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة فإن :
$a<x<b$ يعني $\frac{1}{a}>\frac{1}{x}>\frac{1}{b}$ يعني $\frac{1}{b}<\frac{1}{x}<\frac{1}{a}$

5) إذا كان a و b عددان موجبان فإن :
$a<x<b$ يعني $a^2<x^2<b^2$

و إذا كان a و b عددان سالبان فإن :
$a<x<b$ يعني $a^2>x^2>b^2$ يعني $b^2<x^2<a^2$

ونستنتج أن
$|a|<|x|<|b|$ يعني $|a|^2<|x|^2<|b|^2$

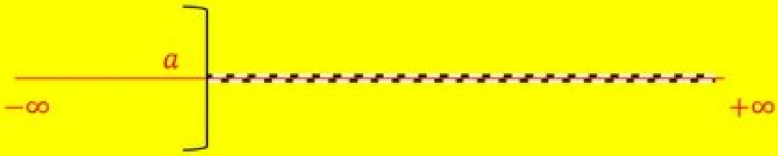
6) إذا كان a و b و c و d أعداد موجبة و مخالفة لصفر
$\begin{cases} a<x<b \\ \text{و}\; c<y<d \end{cases}$ فإن $ab<xy<bd$

2) المجالات الغير محدودة

ليكن a عدد حقيقي

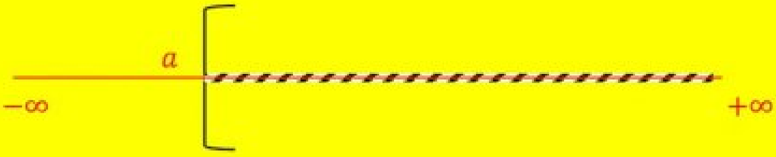
$]a; +\infty[$ المجال المفتوح a لا نهاية موجبة

$]a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$



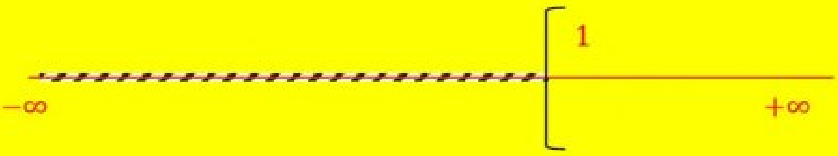
$[a; +\infty[$ المجال المغلق a لا نهاية موجبة

$[a; +\infty[\quad = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq a\}$



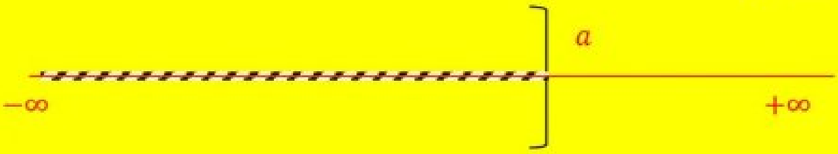
$]-\infty; a[$ المجال المفتوح لا نهاية سالبة a

$]-\infty; a[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < a\}$



$]-\infty; a]$ المجال النصف المغلق لا نهاية سالبة a

$]-\infty; a] \quad = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq a\}$



3) المجالات الخاصة

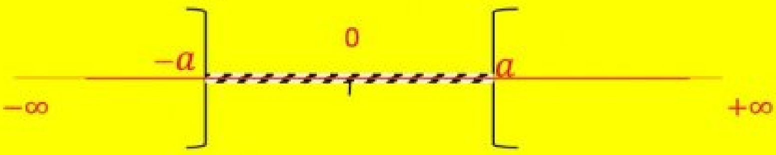
ليكن a عدد حقيقي موجب

المجال المغلق $[-a\,;a]$

$[-a\,;a] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x| \leq a\}$

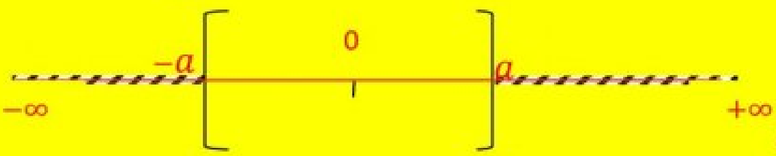
المجال المفتوح $]-a\,;a[$

$]-a\,;a[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x| < a\}$



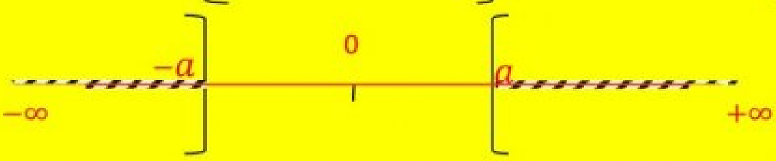
اتحاد المجالين : $]-\infty; -a[\cup]a\,; +\infty[$

$x \in]-\infty; -a[\cup]a\,; +\infty[$ يعني $|x| > a$



اتحاد المجالين : $]-\infty; -a] \cup [a\,; +\infty[$

$x \in]-\infty; -a] \cup [a\,; +\infty[$ يعني $|x| \geq a$

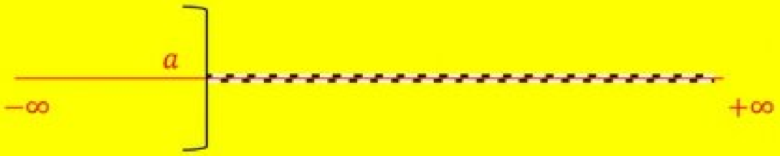


2) المجالات الغير محدودة

ليكن a عدد حقيقي

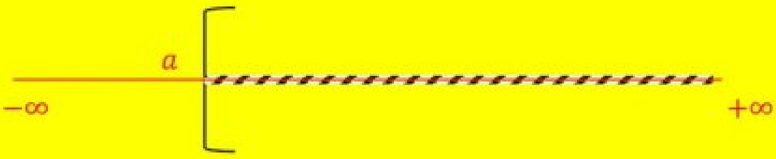
$]a; +\infty[$ المجال المفتوح a لا نهاية موجبة

$]a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$



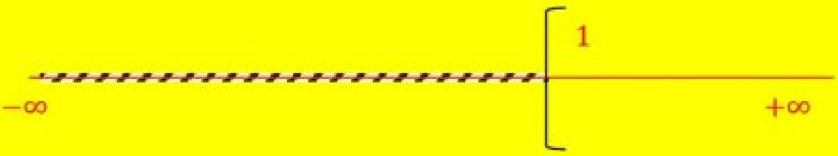
$[a; +\infty[$ المجال المغلق a لا نهاية موجبة

$[a; +\infty[\quad = \{x \in \mathbb{R} \; / \; x \geq a\}$



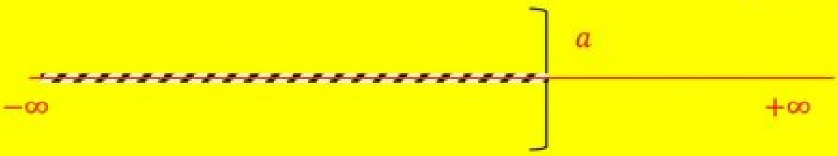
$]-\infty; a[$ المجال المفتوح لا نهاية سالبة a

$]-\infty; a[= \{x \in \mathbb{R} \; / \; x < a\}$



$]-\infty; a]$ المجال النصف المغلق لا نهاية سالبة a

$]-\infty; a] \quad = \{x \in \mathbb{R} \; / \; x \leq a\}$

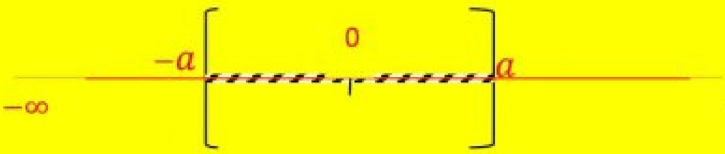


3) المجالات الخاصة

ليكن a عدد حقيقي موجب

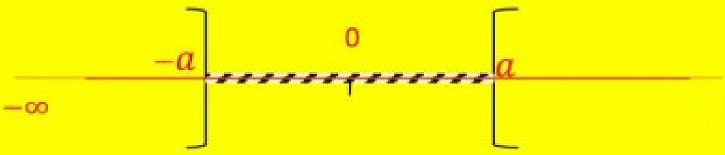
المجال المغلق $[-a \, ; a]$

$[-a \, ; a] = \{x \in \mathbb{R} \; / \; |x| \leq a\}$



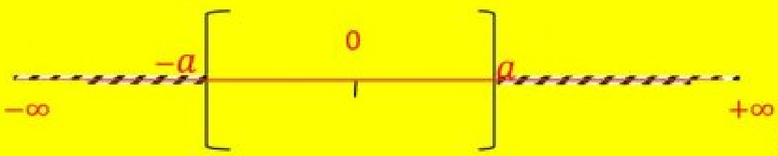
المجال المفتوح $]-a \, ; a[$

$]-a \, ; a[= \{x \in \mathbb{R} \; / \; |x| < a\}$



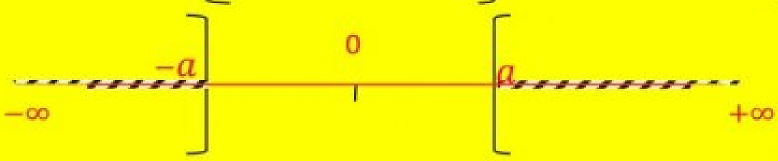
اتحاد المجالين : $]-\infty; -a[\cup]a \, ; +\infty[$

$x \in]-\infty; -a[\cup]a \, ; +\infty[$ يعني $|x| > a$



اتحاد المجالين : $]-\infty; -a] \cup [a \, ; +\infty[$

$x \in]-\infty; -a] \cup [a \, ; +\infty[$ يعني $|x| \geq a$



ملاحظة

مهما يكن x عدد حقيقي

$x \in \mathbb{R}_+$ يعني عدد موجب يعني $x \geq 0$ يعني $x \in [0; +\infty[$

إذن $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty[$

$x \in \mathbb{R}_+^*$ يعني x عدد موجب قطعا (x موجب و مخالف لصفر) يعني $x > 0$ يعني $x \in]0; +\infty[$

إذن $\mathbb{R}_+^* =]0; +\infty[$

$x \in \mathbb{R}_-$ يعني x عدد سالب يعني $x \leq 0$ يعني $x \in]-\infty; 0]$

إذن $\mathbb{R}_- =]-\infty; 0]$

$x \in \mathbb{R}_-^*$ يعني x عدد سالب قطعا (x سالب و مخالف لصفر) يعني $x < 0$ يعني $x \in]-\infty; 0[$

إذن $\mathbb{R}_-^* =]-\infty; 0[$

و $\mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$

ملاحظة

A و B مجموعتان

$x \in A$ و $x \in B$ يعني $x \in A \cap B$

$x \in A$ أو $x \in B$ يعني $x \in A \cup B$

NETSCHOOL1
ACADEMY

المعادلات و المتراجحات في $\mathbb{R}$

المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

- المعادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول في $\mathbb{R}$ هي كل مساواة بين طرفين يمكن كتابتها في صورة $ax + \mathrm{b} = 0$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ وهو معلوم و $\mathrm{b} \in \mathbb{R}$ وهو معلوم و x عدد مجهول
- حل المعادلة في مجموعة A يعني البحث عن العدد المجهول x من المجموعة A الذي يحقق المساواة
- نرمز بـ S_A لمجموعة حلول المعادلة في المجموعة A

قواعد نحتاجها في حل المعادلات

ليكن a و b و c و d أعدد حقيقية مخالفة لصفر

- $a + b = 0$ يعني a و b متقابلان يعني $a = -b$
- $a - b = 0$ يعني a و b متساويان يعني $a = b$
- $a = b$ يعني $a + c = b + c$
- $a = b$ يعني $ac = bc$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $ad = bc$

حل المعدلة $ax + \mathrm{b} = 0$ بصفة عامة في أي مجموعة A

$ax + \mathrm{b} = 0$ يعني $ax = -\mathrm{b}$ يعني $x = -\frac{\mathrm{b}}{a}$

إذا كان $-\frac{\mathrm{b}}{a} \in A$ فإن $\mathrm{S}_A = \left\{-\frac{\mathrm{b}}{a}\right\}$

و إذا كان $-\frac{\mathrm{b}}{a} \notin A$ فإن $\mathrm{S}_A = \phi$ ($\phi = \{\ \}$ المجموعة الفارغة)

حل معادلات يعود حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى

قواعد نحتاجها في حل المعادلات

ليكن a و b عددان حقيقيان

- $ab = 0$ يعني $a = 0$ و $b = 0$
- إذا كان : $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $|x| = a$ يعني $x = a$ أو $x = -a$

و إذا كان : $a \in \mathbb{R}_-^*$ فإن $|x| = a$ لا يمكن

و $|x| = 0$ يعني $x = 0$

- إذا كان : $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $x^2 = a$ يعني $x = \sqrt{a}$ أو $x = -\sqrt{a}$

و إذا كان : $a \in \mathbb{R}_-^*$ فإن $x^2 = a$ لا يمكن

و $x^2 = 0$ يعني $x = 0$

المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

- المتراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول في $\mathbb{R}$ هي كل لا مساواة بين طرفين يمكن كتابتها في صورة $ax+\mathrm{b}>0$ أو $ax+\mathrm{b}<0$ أو $ax+\mathrm{b}\leq 0$ أو $ax+\mathrm{b}\geq 0$
حيث a عدد حقيقي معلوم و مخالف لصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول
- حل المتراجحة في مجموعة A يعني البحث عن العدد المجهول x من المجموعة A الذي يحقق اللا مساواة
- نرمز بـ S_A لمجموعة حلول المتراجحة في المجموعة A

حل المعدلة مثال $ax+\mathrm{b}\geq 0$ بصفة عامة في أي مجموعة A

$ax+\mathrm{b}\geq 0$ يعني $ax\geq -\mathrm{b}$

إذا كان $a\in\mathbb{R}_+^*$ فإن $x\geq -\frac{\mathrm{b}}{a}$ و بالتالي $S_A=\left[-\frac{\mathrm{b}}{a},+\infty\right[\cap\mathbb{R}$

إذا كان $a\in\mathbb{R}_-^*$ فإن $x\leq -\frac{\mathrm{b}}{a}$ و بالتالي $S_A=\left]-\infty,-\frac{\mathrm{b}}{a}\right]\cap\mathbb{R}$

حل مسائل يعود حلها إلى حل معادلات أو متراجحات

لذلك :

1) نحدد المجهول

2) نكتب المسألة في شكل معادلة أو متراجحة

3) نحل المعادلة أو المتراجحة

4) نتحقق من الحل

حل متراجحات يعود حلها إلى حل متراجحات من الدرجة الأولى

قواعد نحتاجها في حل المتراجحات

نعلم أن جذاء عددين يكون عدد موجبا إذا كان العددين لهما نفس العلامة

و يكون سالبا إذا كان العددين مختلفين في العلامة

و بالتالي

ليكن a و b عددان حقيقيان

- $ab>0$ يعني $a>0$ و $b>0$ أو $a<0$ و $b<0$
- $ab<0$ يعني $a>0$ و $b<0$ أو $a<0$ و $b>0$

و نعلم أيضا أن القيمة المطلق لأي عدد حقيقي دائما تكون عدد موجب

فنستنتج

إذا كان

- $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن : $|x| < a$ يعني $-a < x < a$
  و $|x| > a$ يعني $x > a$ أو $x < -a$

- $a \in \mathbb{R}_-^*$ و $|x| > a$ فإن $S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$
- $a \in \mathbb{R}_-^*$ و $|x| < a$ فإن $S_{\mathbb{R}} = \phi$

رياضيات　　　　　　　　　　　　التاسعة أساسي

ملخصات لدروس الهندسة

ماي 2022

NETSCHOOL1
ACADEMY

الأستاذة : الشريف	ملخص لدرس التعيين في المستوى	التاسعة أساسي ماي 2022

تدريج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقية

ليكن (Δ) مستقيم مدرج بالمعين (O,I)

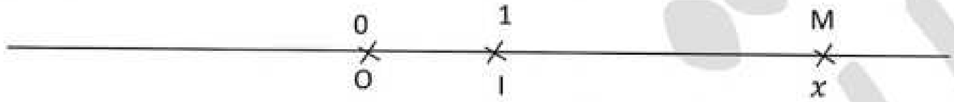
يعني O أصل التدريج أي النقطة التي تمثل العدد 0 على (Δ)

و I النقطة الواحدية التي تمثل العدد 1 على (Δ)

البعد OI يمثل وحدة التدريج

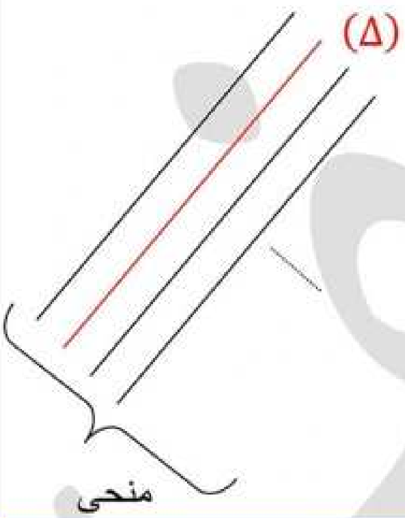
كل نقطة M من (Δ) تمثل عددا حقيقيا واحدا x ويسمى فاصلتها في المعين (O,I)

ونكتب $M(x)$ أو $x_M = x$



- $A(x_A)$ و $B(x_B)$ في المعين (O,I) فإن
- $OA = |x_A|OI$ و $AB = |x_B - x_A|OI$
- M منتصف $[AB]$ يعني $x_M = \dfrac{x_A+x_B}{2}$

مسقط نقطة على مستقيم وفقا لمنحى مستقيم



(Δ) مسقيم من المستوي

نسمي منحى (Δ) مجموعة المستقيمات الموازية لـ (Δ)

(D) و (Δ) من نفس المنحى يعني $(D) // (\Delta)$

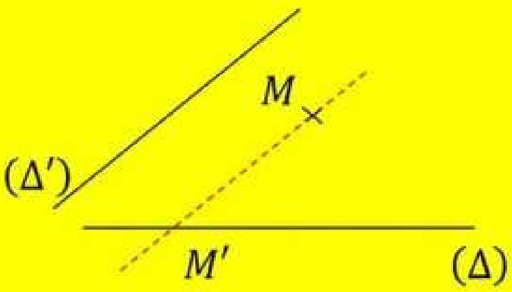
مستقيمان ليسا من نفس المنحى هما غير متوازيين أي انهما متقاطعان

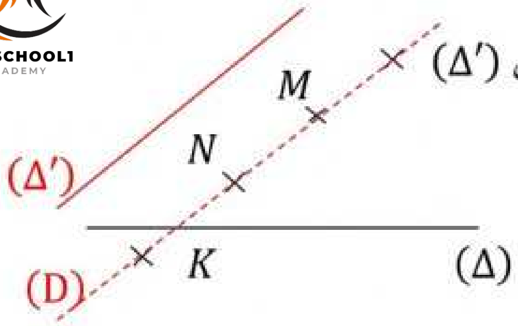
ليكن (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المنحى و M نقطة من المستوي

M' مسقط M على (Δ) و فقا لمنحى (Δ')

يعني M' نقطة من (Δ) و $(MM') // (\Delta')$

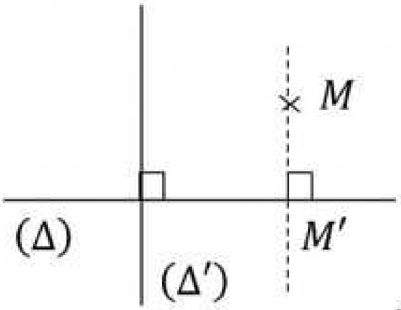
كل نقطة من (Δ) مسقط لنفسها على (Δ) و فقا لمنحى (Δ')





M و N نقطتان لهما نفس المسقط على (Δ) و فقا لمنحى (Δ')

يعني $(MN) // (\Delta')$



إذا كان (Δ) و (Δ') متعامدان

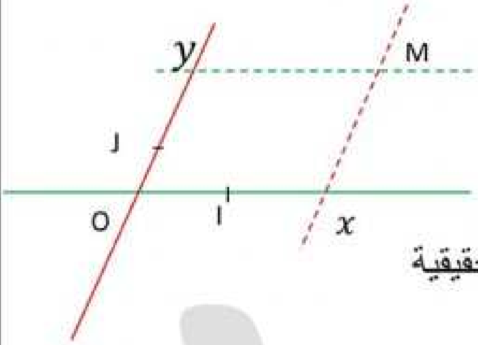
فإن M' المسقط العمودي لـ M على (Δ)

التعيين في المستوى

كل ثلاثي من النقاط ليست على نفس الإستقامة يمثل معينا في المستوي

في كل ما يلي (O,I,J) معين من المستوي

يعني النقطة O أصل التدريج إذن $O(0,0)$



(OI) محور الفاصلات أو الفواصل إذن $I(1,0)$

(OJ) محور الترتيبات أو التراتيب إذن $J(0,1)$

كل نقطة M من المستوي تمثل زوجا واحدا (x,y) من الأعداد الحقيقية

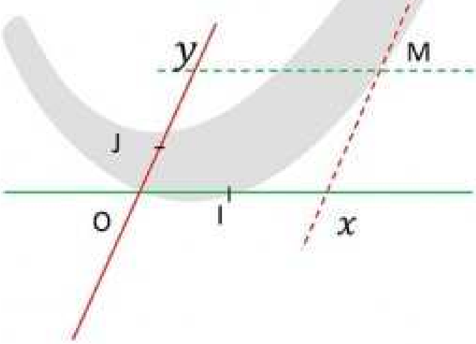
و كل زوج يمثل نقطة واحدة من المستوي

الزوج (x,y) يسمى إحداثيات النقطة M في المعين (O,I,J)

ونكتب $M(x,y)$ ونقرأ M ذات الإحداثيات (x,y) في المعين (O,I,J)

$M(x,y)$ أي x فاصلة M $(x_M = x)$ و y ترتيبة M $(y_M = y)$

لنتحصل على إحداثيات أي نقطة M من المستوي



نحدد مسقطها على (OI) وفقا لمنحى (OJ)

و مسقطها على (OJ) وفقا لمنحى و (OI)

- $M(x,0)$ يعني $M \in (OI)$
- $M(0,y)$ يعني $M \in (OJ)$
- $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ في المعين (O,I,J)

إذا كانت A و B من محور الفاصلات (OI) أو من أي مستقيم موازٍ لـ (OI)

فإن $AB = |x_B - x_A|OI$

إذا كانت A و B من محور الترتيبات (OJ) أو من أي مستقيم موازٍ لـ (OJ)

فإن $AB = |y_B - y_A|OJ$

❖ $M(x_M, y_M)$ منتصف $[AB]$ يعني $x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$ و $y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$

❖ $x_A = x_B$ يعني $(AB) // (OJ)$

❖ $y_A = y_B$ يعني $(AB) // (OI)$

ملاحظة

إذا كان $(OI) \perp (OJ)$ فإن (O, I, J) معين متعامد من المستوي

التناظر والتعيين

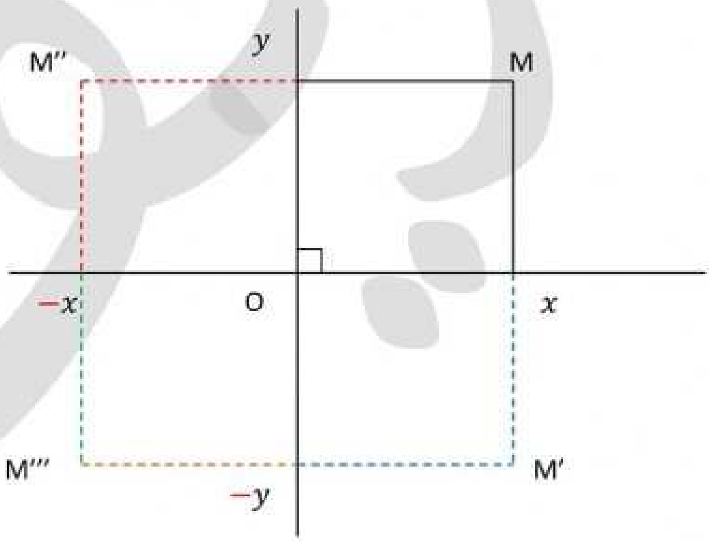
❖ $M(x, y)$ نقطة من المستوي فإن :

M' مناظرتها بالنسبة إلى أصل التدريج O يعني $M'(-x, -y)$

❖ إذا كان (O, I, J) معينا متعامدا من المستوي و $M(x, y)$ فإن :

M'' مناظرة بالنسبة إلى محور الفاصلات (OI) يعني $M''(x, -y)$

M''' مناظرة M بالنسبة إلى محور الترتيبات (OJ) يعني $M'''(-x, y)$



التاسعة أساسي ماي 2022	ملخص لدرس مبرهنة طالس و تطبيقاتها	الأستاذة : الشريف

I. مبرهنة طالس في المثلث

1) مبرهنة طالس في المثلث

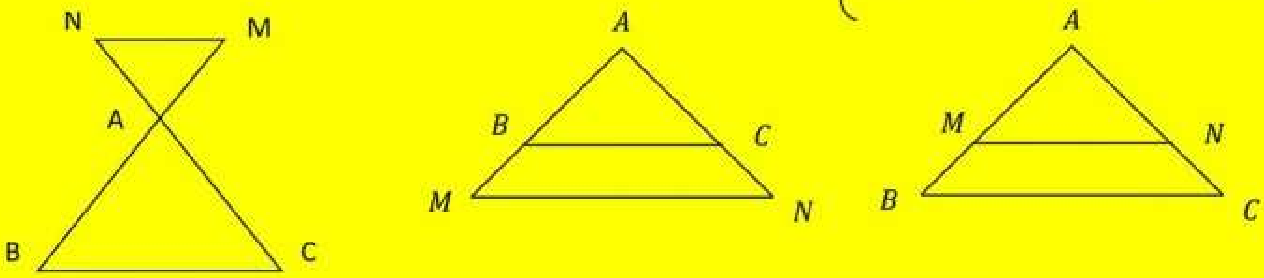
ليكن ABC مثلثا

إذا كانت M نقطة من (AB)

و N نقطة من (AC)

بحيث (MN) مواز لـ (BC)

فإن : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



استنتاج مبرهنة طالس في المثلث	شروط مبرهنة طالس في المثلث
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	أي مثلث ABC (أي حالة من الحالات السابقة) يكون فيه M نقطة من (AB) و N نقطة من (AC) و $(MN) // (BC)$

نستعمل مبرهنة طالس لحساب بعد من الأبعاد أو نسبة من النسب إذا توفرت الشروط

2) المستقيم الرابط منتصفي بين ضلعين من مثلث

في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع أول و الموازي لحامل ضلع ثاني يقطع الضلع الثالث في المنتصف

أي :

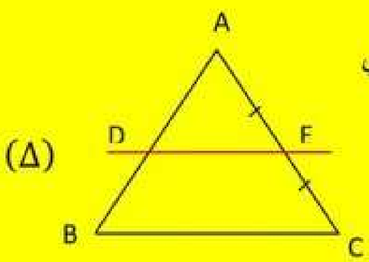
إذا كان ABC مثلثا

و D منتصف $[AB]$

و (Δ) موازي لـ (BC) و يمر من D

و (Δ) يقطع (AC) في E

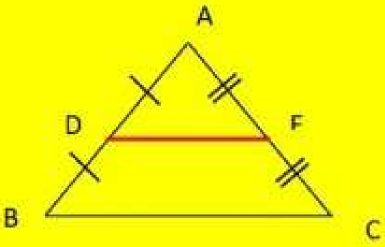
فإن E منتصف $[AC]$



وأيضا

1) في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلعين من المثلث يوازي حامل الضلع الثالث

2) البعد بين منتصفي ضلعي مثلث يساوي نصف قيس طول الضلع الثالث



أي :

إذا كان ABC مثلث

و D منتصف $[AB]$

و E منتصف $[AC]$

فإن $(DE) // (BC)$ و $DE = \frac{BC}{2}$

I. مبرهنة طالس في شبه المنحرف

إذا كان $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و$[CD]$

و I منتصف $[AD]$

و J منتصف $[BC]$

فإن $(IJ) // (AB)$ و $IJ = \frac{AB+CD}{2}$

II. مبرهنة طالس والمستقيمات المتوازية

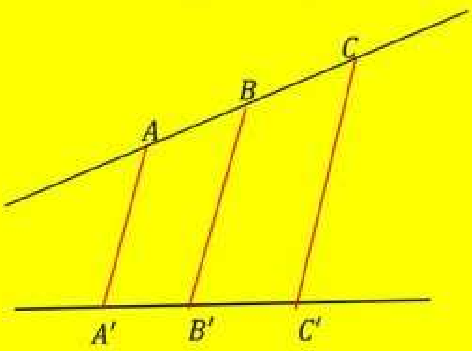
إذا كانت النقاط A و B و C على نفس الإستقامة (Δ)

و A' و B' و C' مساقط لـ A و B و C على التوالي

على مستقيم وفقا لمنحى مستقيم مخالف لمنحى (Δ)

فإن : $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$ (كتابة أولى)

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ (كتابة ثانية)



$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ يعني AB و AC و BC متناسبة طردا مع $A'B'$ و $A'C'$ و $B'C'$

نستنتج

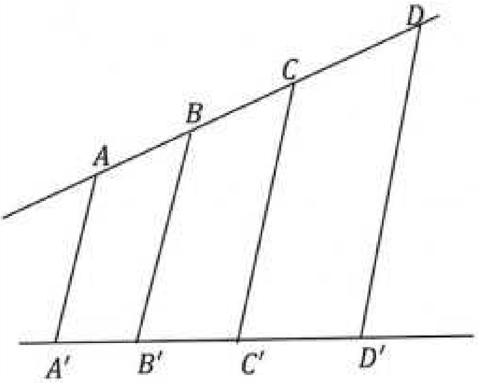
إذاكانت النقاط A و B و C و D و E و ...على نفس الاستقامة

و A' و B' و C' و D' و E' و ... مساقط لـ A و B و C و D' و E' و ...

على التوالي على مستقيم وفقا لمنحى مخالف لمنحى (Δ)

فإن :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{CE}{C'E'} = \cdots$$



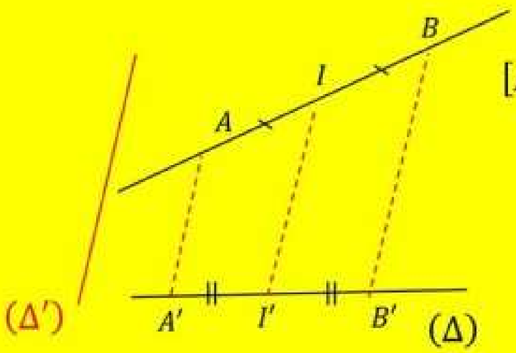
مسقط منتصف قطعة مستقيم

إذا كانت A' و B' و I' مساقط لـ A و B و I
على التوالي على (Δ) و فقا لمنحى (Δ')
و I منتصف $[AB]$

فإن I' منتصف $[A'B']$

أي مسقط منتصف $[AB]$ هي منتصف $[A'B']$

و نقول أن الإسقاط يحافظ على المنتصف



III. تطبيقات مبرهنة طالس

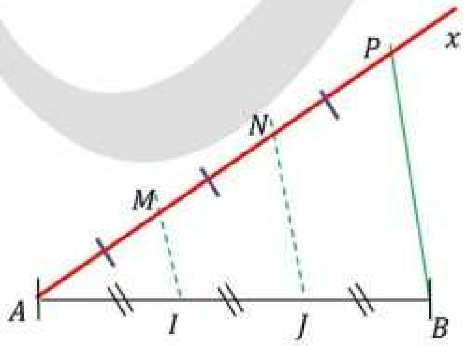
1) تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة

لتكن $[AB]$ قطعة مستقيم نريد تقسيمها إلى 3 أجزاء متقايسة لذلك

1) نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ بحيث يكون المستقيم الحامل لـ$[Ax)$ مخالف لـ (AB) (يكونان زاوية حادة)
2) نعين النقاط M و N و P على $[Ax)$ حيث $AM = MN = NP$
3) نرسم المستقيم (BP)
4) نعين النقطتين I و J مسقطي النقطتين M و N
على التوالي على (AB) و فقا لمنحى (BP)

بهذه الطريقة جزأنا القطعة $[AB]$

إلى 3 أجزاء متقايسة [AI] و[IJ] و[JB]

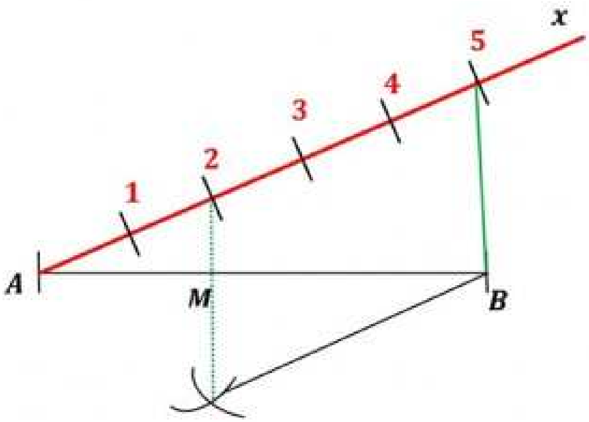


و بنفس الطريقة نقسم أي قطعة مستقيم إلى أي عدد من الأجزاء المتقايسة

1) تحديد نقطة من قطعة مستقيم حسب نسبة معينة

لتكن $[AB]$ قطعة مستقيم لتعيين النقطة M من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{5}$ أو $AM=\frac{2}{5}AB$

$\frac{AM}{AB}=\frac{2}{5}$ يعني $AM=\frac{2}{5}AB$



نبدأ بتجزئة $[AB]$ إلى 5 أجزاء متقايسة

ثم نعين M من $[AB]$ حيث $AM=\frac{2}{5}AB$

2) تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أطوال مقدمة

لتكن$[AB]$ قطعة مستقيم

لتعيين النقطتين M و N من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{2}=\frac{MN}{2}=\frac{NB}{3}$

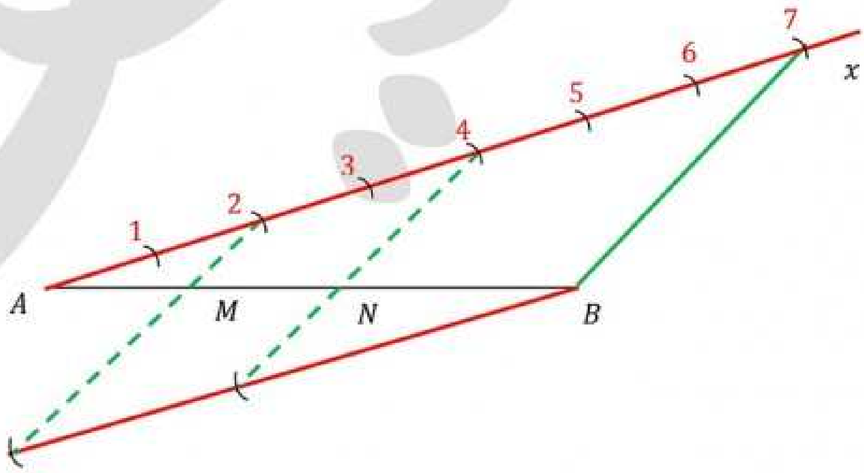
بما أن $\frac{AM}{2}=\frac{MN}{2}=\frac{NB}{3}$

فإن $\frac{AB}{7}=\frac{AM+MN+NB}{2+2+3}=\frac{NB}{3}=\frac{MN}{2}=\frac{AM}{2}$ (خاصيات التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$)

لذلك نجزئ $[AB]$ إلى 7 أجزاء ثم نعين النقطتين M و N و في الجزء الثاني و في الرابع على التوالي

ونتحقق بتطبيق مبرهنة طالس و المستقيمات المتوازية أن $\frac{AM}{2}=\frac{MN}{2}=\frac{NB}{3}$

بهذه الطريقة جزأنا $[AB]$ إلى أجزاء (AM و MN و NB) متناسبة طردا مع الأعداد 2 و2 و3



IV. المثلث القائم و الدائرة المحيطة به ــ مركز ثقل المثلث

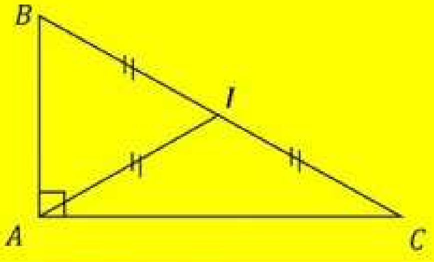
1) المثلث القائم و الدائرة المحيطة به

في المثلث القائم منتصف وتره متقايس البعد عن رؤوسه

إذا كان ABC مثلث قائم في A

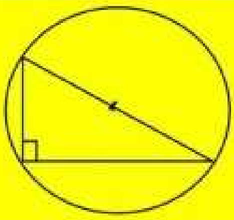
و I منتصف الوتر $[BC]$

فإن $IA = IB = IC = \frac{BC}{2}$



استنتاج

منتصف الوتر في المثلث القائم مركز للدائرة المحيطة به



الخاصية المعاكسة

كل مثلث يكون فيه منتصف أحد أضلاعه متقايس البعد عن رؤوس المثلث

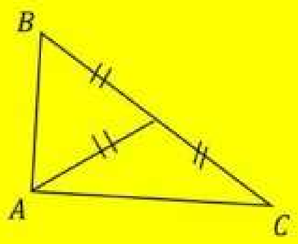
هو مثلث قائم وتره الضلع المذكور

إذا كان ABC مثلثا

و I منتصف $[BC]$ حيث $IA = IB = IC$

فإن ABC مثلث قائم وتره $[BC]$

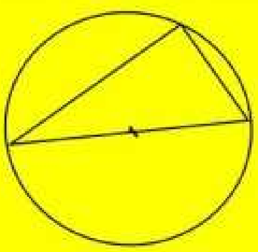
أي قائم في A



نقول أيضا أن :

كل مثلث يكون أحد أضلاعه قطر للدائرة

ورؤوسه نقاط منها هو مثلث قائم وتره الضلع المذكور



2) مركز الثقل

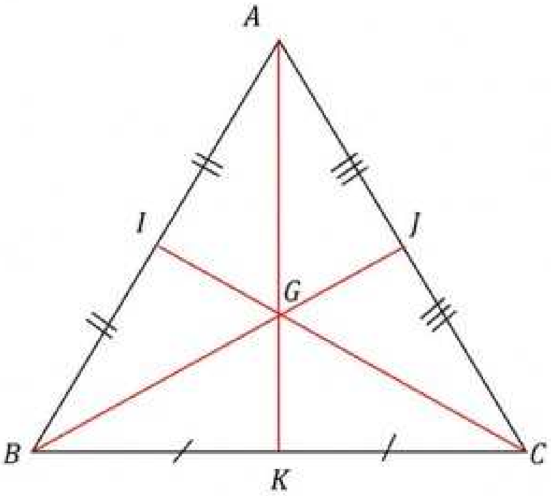
تذكير:

الموسط في المثلث هي قطعة المستقيم تصل رأس المثلث بمنتصف الضلع المقابل

$[AK]$ الموسط الصادر من A أو الموافق للضلع $[BC]$ (لأن I منتصف $[BC]$)

$[BJ]$ الموسط الصادر من B

$[CI]$ الموسط الصادر من C



للمثلث ثلاثة موسطات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث

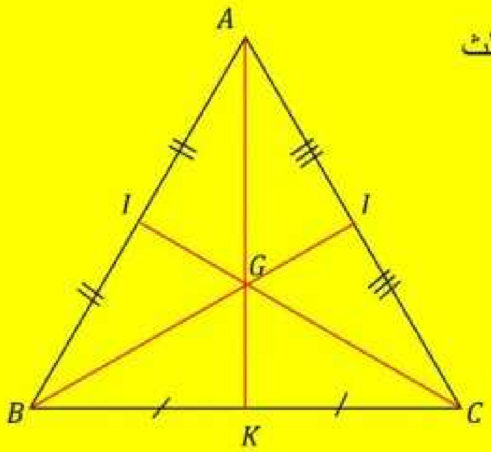
مركز ثقل المثلث هي نقطة تبعد عن كل رأس من رؤوس المثلث بثلثي الموسط الصادر من ذاك الرأس

إذا كان ABC مثلث و I و J و K منتصفات

أضلاعه $[AB]$ و [AC] و $[BC]$ على التوالي

و G مركز الثقل فإن :

$BG = \frac{2}{3}BJ$ و $CG = \frac{2}{3}CI$ و $AG = \frac{2}{3}AK$



ملاحظة 1 :

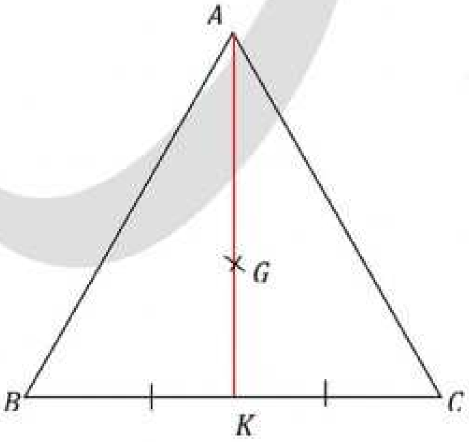
$KG = \frac{1}{2}AK$ و $AG = \frac{2}{3}AK$

ملاحظة 2 :

لإثبات أن نقطة G مركز ثقل المثلث

نثبت أن G نقطة تقاطع موسطين من المثلث

أو G نقطة من الموسط و تبعد عن الرأس بثلثي الموسط



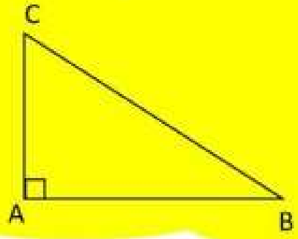
I. نظرية بيتاغور

كل مثلث قائم يكون فيه مربع قيس طول وتره يساوي
مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين فيه

أي

إذا كان ABC مثلث قائم في A

ن $BC^2 = AB^2 + AC^2$



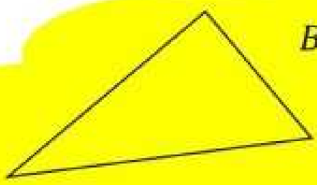
I. عكس نظرية بيتاغور

كل مثلث يكون فيه مربع قيس طول أحد أضلاعه يساوي
مجموع مربعي طولي الضلعين اللأخرين فيه هو مثلث قائم

أي

إذا كان ABC حيث $BC^2 = AB^2 + AC^2$

فإن ABC مثلث قائم في A



ننتبه

- نطبق نظرية بيتاغور في مثلث قائم لنجد قيس طول أي ضلع من أضلاعه إذا علمنا الضلعين الاخرين
- نطبق عكس نظرية بيتاغورفي مثلث أقيسة أضلاعه معلومة لنعرف ما إذا كان المثلث قائم أم غير قائم

II. تطبيقات نظرية بيتاغور

1) طول قطر المربع

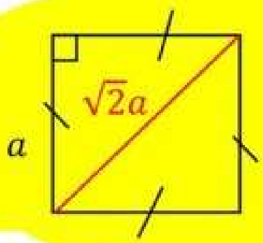
في المربع القطران متقايسان وقيس طول كل واحد يساوي جذاء $\sqrt{2}$ و قيس طول ضلعه

أي

$a \in \mathbb{R}_+^*$

إذا كان $ABCD$ مربع طول ضلعه a

فإن : $AC = BD = \sqrt{2}\,AB = \sqrt{2}\,a$



2) طول الإرتفاع في المثلث المتقايس الأضلاع

في المثلث المتقايس الأضلاع الإرتفاعات متقايسة

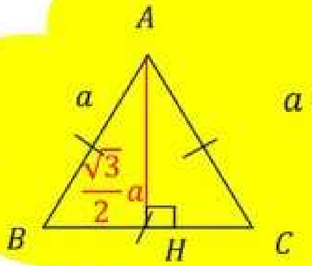
وقيس طول كل واحد يساوي جذاء $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و قيس طول ضلعه

$a \in \mathbb{R}_+^*$

إذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a

و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$

فإن : $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2}\ a$

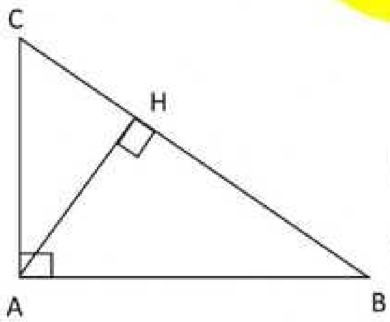


III. العلاقات القياسية في المثلث القائم

إذا كان ABC مثلث قائم في A
و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$

فإن $AH \times BC = AB \times AC$ (1)

و $AH^2 = BH \times CH$ (2)



ننتبه

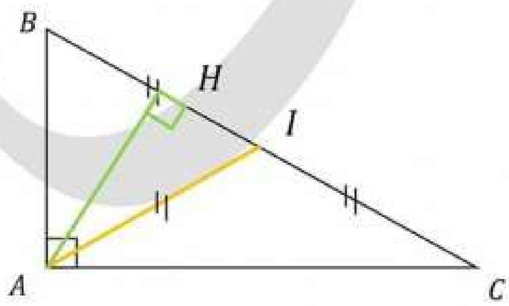
يجب أن نفرق بين الموسط و الإرتفاع الصادرين من رأ س الزاوية القائمة
في المثلث القائم منتصف وتره متقايس البعد عن الرؤوس

إذا كان ABC مثلثا قائما في A

و I منتصف الوتر $[BC]$ و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$

فإن $[AI]$ الموسط الصادرمن A و $[AH]$ الإرتفاع الصادر من A

وبالتالي $AI = \frac{BC}{2}$ و $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$ أو $AH = \sqrt{BH \times CH}$



الأستاذة : الشريف	ملخص لدرس المثلثات والمستقيمات المعتبرة في المثلث تذكير و مراجعة (نحتاجها أيضا)	التاسعة أساسي ماي 2022

ارتفاعات المثلث :

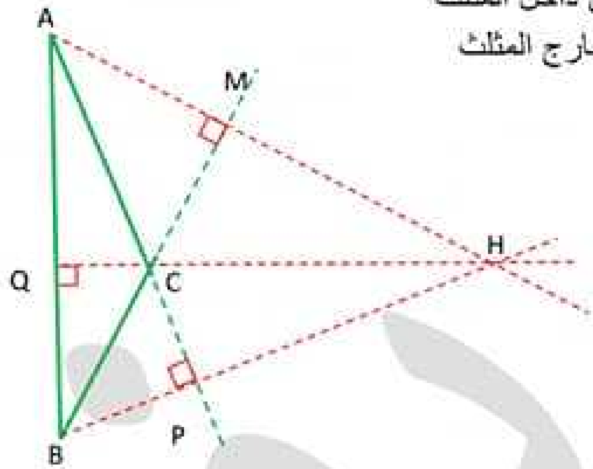
للمثلث ثلاثة ارتفاعات ' و الإرتفاع في المثلث هو قطعة مستقيم تصل

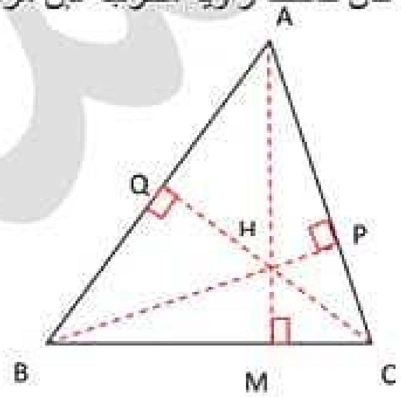
رأس المثلث بمسقطها العمودي على حامل للضلع المقابل

K المسقط العمودي لـ A على (BC)

إذن $[AK]$ تمثل الإرتفاع الصادر من A أو الموافق للضلع $[BC]$ في المثلث ABC

- تتقاطع المستقيمات الحاملة لارتفاعات المثلث في نقطة واحدة تسمى المركز القائم للمثلث
- لنتحصل على المركز القائم للمثلث يكفي تقاطع حاملي ارتفاعين منه
- كل مستقيم يمر من رأس المثلث ومركزه القائم هو حامل للارتفاع الصادر من ذلك الرأس وبالتالي يكون عموديا على الضلع المقابل
- إذا كانت زوايا للمثلث كلها حادة فإن مركزه القائم يكون داخل المثلث
- إذا كان للمثلث زاوية منفرجة فإن مركزه القائم يكون خارج المثلث

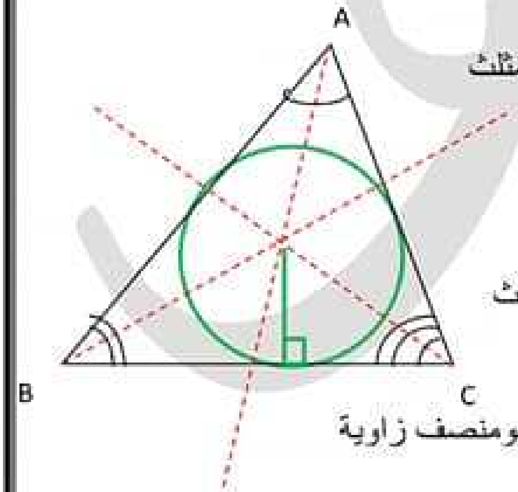




منصفات المثلث :

- للمثلث ثلاثة منصفات و هي منصفات زواياه
- تتقاطع منصفات المثلث في نقطة واحدة تسمى مركز الدائرة المحاطة بالمثلث

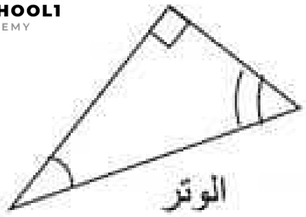
(و هي الدائرة المماسة لأضلاع المثلث)



- مركز الدائرة المحاطة بالمثلث هي نقطة متقايسة البعد عن أضلاع المثلث
- لنتحصل على مركز الدائرة المحاطة بالمثلث يكفي تقاطع منصفين منه
- شعاع الدائرة المحاطة بالمثلث هو بعد المركز عن أحد الأضلاع
- كل نصف مستقيم ينطلق من رأس المثلث و مركز الدائرة المحاطة به هومنصف زاوية

المثلثات الخاصة

1) المثلث القائم

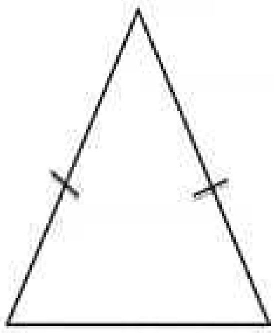


- هو مثلث له زاوية قائمة

في المثلث القائم :

- الضلع المقابل للزاوية القائمة يسمى الوتر
- الزاويتان الحادتان متتامتان
- مركزه القائم هو رأس الزاوية القائمة
- منتصف وتره مركز للدائرة المحيطة به
- طول الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف طول الوتر

2) المثلث المتقايس الضلعين



- هو مثلث له ضلعين متقايسين

نقطة تقاطع الضلعين المتقايسين تسمى القمة الرئيسية للمثلث

والضلع المقابل للقمة الرئيسية يسمى قاعدة المثلث

- في المثلث المتقايس الضلعين :

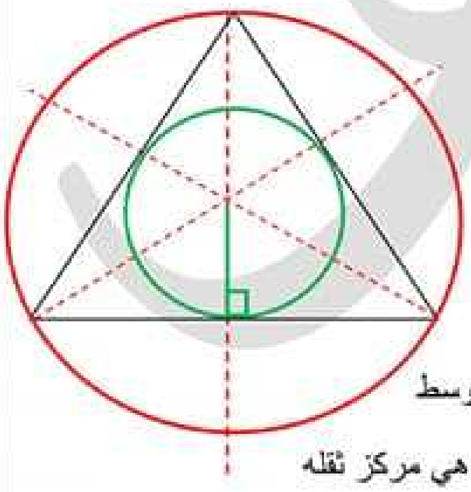
- الموسط العمودي للقاعدة يمر من القمة الرئيسية
- الموسط العمودي للقاعدة يحمل

كلا من منصف الزاوية الرئيسية و الارتفاع والموسط الموافقين للقاعدة

- الموسط العمودي للقاعدة يمثل محور تناظر للمثلث
- الزاويتان المجاورتان للقاعدة متقايستين

- كل مثلث له زاويتان متقايستان هو مثلث متقايس الضلعين

المثلث المتقايس الأضلاع



هو مثلث أضلاعه متقايسة

- في المثلث المتقايس الأضلاع :

- الموسط العمودي لكل ضلعيمر من الرأس المقابل
- الموسط العمودي لكل ضلع يحمل كلا من منصف الزاوية والارتفاع والموسط
- مركز الدائرة المحيطة به هي مركز الدائرة المحاطة به هي مركزه القائم هي مركز ثقله

- الموسطات العمودية لأضلاعه تمثل محاور تناظر للمثلث

- زواياه متقايسة و قيس كل واحدة $60°$

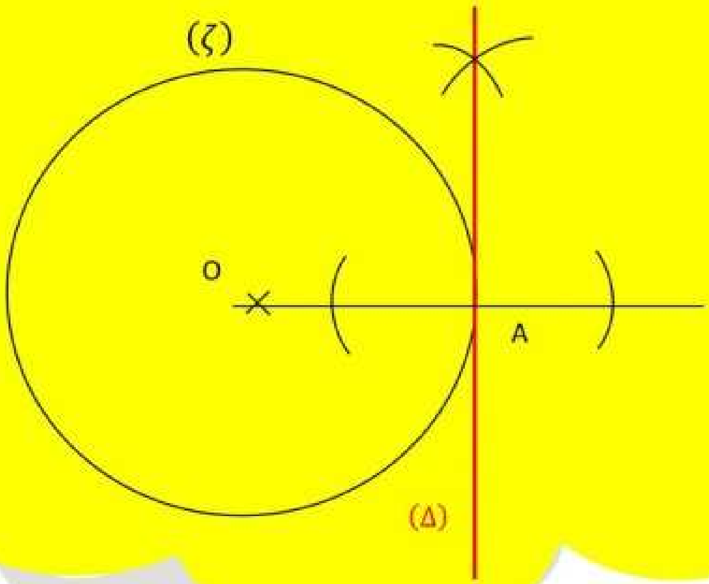
- كل مثلث له زواياه متقايسة هو مثلث متقايس الأضلاع
- كل مثلث متقايس الضلعين و له زاوية قيسها $60°$ هو مثلث متقايس الأضلاع

المماس لدائرة

المماس للدائرة هو المستقيم العمودي على الشعاع في طرفه الذي ينتمي إلى الدائرة

(ζ) دائرة مركزها O و A نقطة منها

(Δ) مماس لـ (ζ) في A يعني (Δ) عمودي على (OA) في A



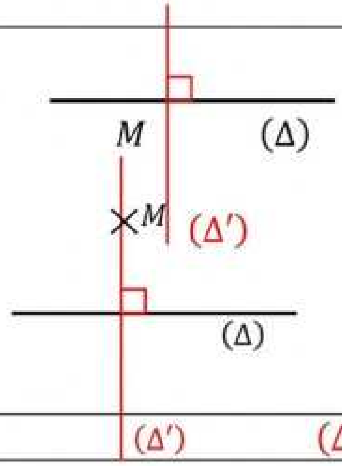
الأستاذة : الشريف	ملخص لدرس : رباعيات اللأضلاع	التاسعة أساسي ماي 2022

خاصيات التوازي و التعامد

يوجد مستقيم واحد يمر من نقطة معلومة و عمودي على مستقيم مقدم

1) $M \in (\Delta)$

2) $M \notin (\Delta)$



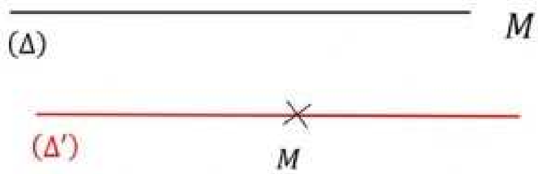
(Δ') عمودي على (Δ) و نكتب : $(\Delta') \perp (\Delta)$

يوجد مستقيم واحد يمر من نقطة معلومة و يوازي مستقيم مقدم

1) $M \in (\Delta)$

(Δ) و (Δ') متطابقان هما متوازيان

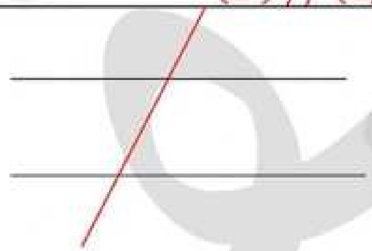
2) $M \notin (\Delta)$



(Δ) و (Δ') منفصلان هما متوازيان

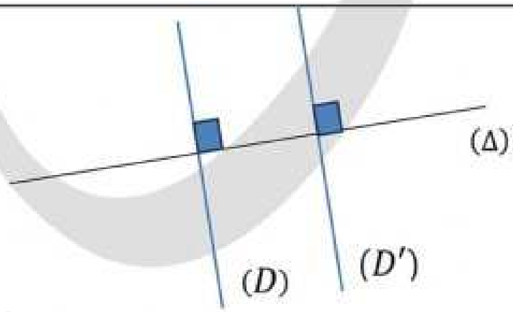
(Δ') يوازي (Δ) و نكتب : $(\Delta') // (\Delta)$

➢ إذا كان مستقيمان متوازيين كل مستقيم قاطع لأحدهما يكون قاطعا للاخر



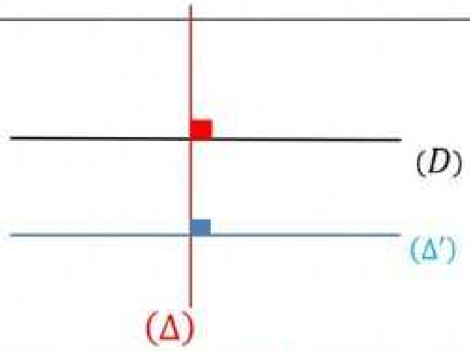
➢ إذا كان مستقيمان يعامدان نفس المستقيم فهما متوازيان

إذا كان $\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ (D') \perp (\Delta) \end{cases}$ فإن $(D') // (D)$



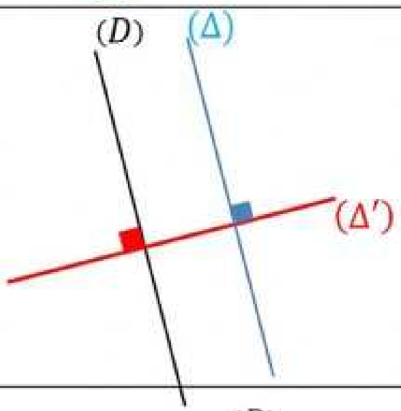
- إذا كان مستقيمان متعامدين كل مستقيم عمودي على أحدهما يوازي الاخر

إذا كان $\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ \text{و} \quad (\Delta') \perp (\Delta) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \,//\, (D)$



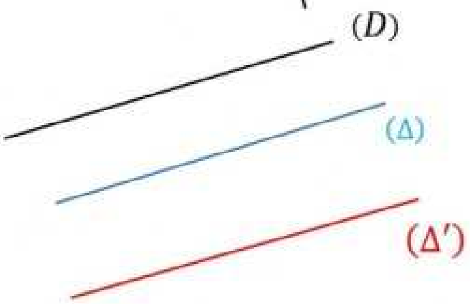
- إذا كان مستقيمان متوازيين كل مستقيم عمودي على أحدهما يعامد الاخر

إذا كان $\begin{cases} (D) \,//\, (\Delta) \\ \text{و} \quad (\Delta') \perp (\Delta) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \perp (D)$



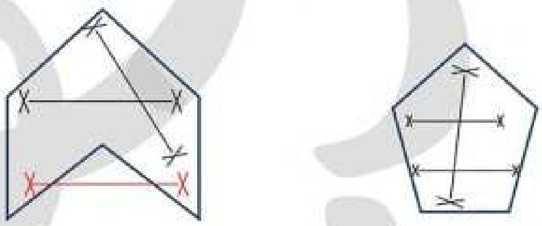
- إذا كان مستقيمان متوازيين كل مستقيم مواز لأحدهما يوازي الاخر

إذا كان $\begin{cases} (D) \,//\, (\Delta) \\ \text{و} \quad (\Delta') \,//\, (\Delta) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \,//\, (D)$



الرباعيات

الشكل المحدب



الشكل (1)　　الشكل (2)

في الشكل (1) هو مضلع (خماسي أضلاع) كل قطعة مستقيم تربط بين أي نقطتين منه هي محتواة فيه

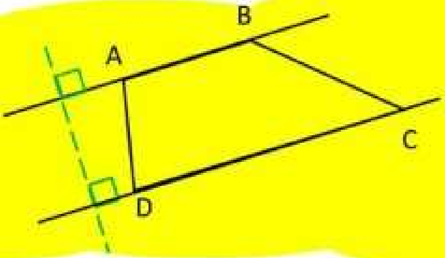
بينما في الشكل (2) هو مضلع (سداسي أضلاع) توجد قطعة مستقيم تربط بين نقطتين منه و ليست محتواة فيه

نقول إذن في الشكل (1) أن المضلع محدب و في الشكل (2) المضلع غيرمحدب

I. شبه المنحرف

شبه المنحرف هو رباعي محدب

له ضلعان متقابلان متوازيان

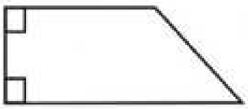


$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و$[CD]$ يعني $(AB) // (CD)$

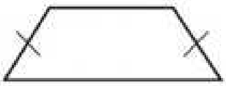
في شبه المنحرف :

- الضلعان المتوازيان هما قاعدتاه
- البعد بين القاعدتين هو ارتفاعه

إذا كان في شبه المنحرف :



- أحد أضلاعه عمودي على قاعدتيه يسمى شبه منحرف قائم

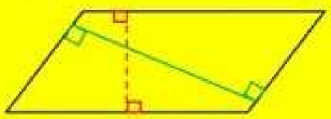


- ضلعان متقابلان متقايسان يسمى شبه منحرف متقايس الضلعين

I. متوازي الأضلاع

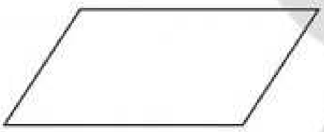
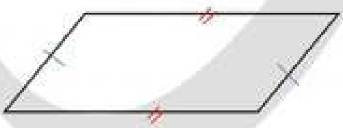
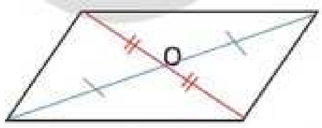
تعريف

متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متوازية مثنى مثنى



خاصيات متوازي الأضلاع

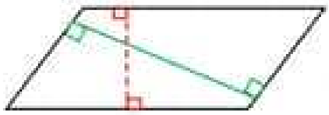
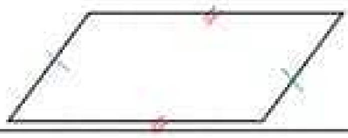
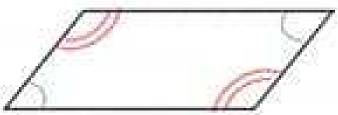
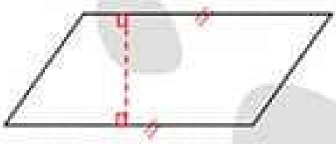
في متوازي أضلاع :

كل ضلعين متقابلين متوازيين	
كل ضلعين متقابلين متقايسين	
القطران يتقاطعان في المنتصف و نقطة تقاطع القطرين تسمى مركز متوازي الأضلاع	

➢ كل زاويتان متقابلتان متقايستان و كل زاويتان متتاليتان متكاملتان	

الخاصيات المعاكسة لمتوازي الأضلاع

كل رباعي محدب :

➢ قطراه يتقاطعان في المنتصف هو متوازي الأضلاع	
➢ أضلاعه المتقابلة متوازية هو متوازي الأضلاع	
➢ أضلاعه المتقابلة متقايسة هو متوازي الأضلاع	
➢ زواياه المتقابلة متقايسة هو متوازي الأضلاع	
➢ له ضلعان متقابلان متوزيان و متقايسان هو متوازي الأضلاع	

$ABCD$ متوازي أضلاع

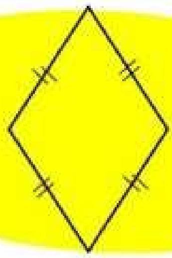
من الخاصيات و الخاصيات المعاكسة نكتب

$ABCD$ متوازي أضلاع	يعني	$(AB)//(CD)$ و $(BC)//(AD)$
$ABCD$ متوازي أضلاع	يعني	$AB = CD$ و $AD = BC$
$ABCD$ متوازي أضلاع	يعني	$[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في المنتصف
$ABCD$ متوازي أضلاع	يعني	$B\hat{A}D = B\hat{C}D$ و $A\hat{B}C = A\hat{D}C$

2) المعين

تعريف

المعين هورباعي محدب أضلاعه متقايسة

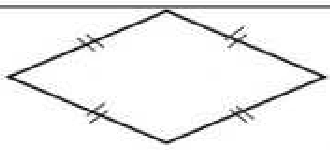
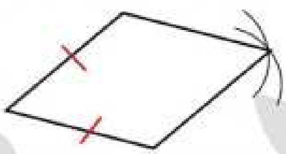
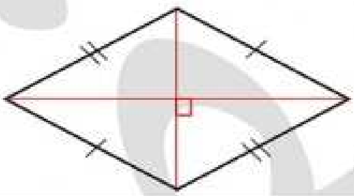


المعين هو متواي أضلاع خاص

خاصيات المعين

- للمعين كل خاصيات متوازي الأضلاع
- أضلاعه متقايسة
- قطراه متعامدان ومنصفات لزواياه و محاور تناظر له

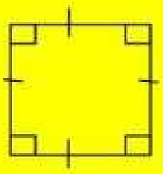
الخاصيات المعاكسة للمعين

رباعي أضلاعه متقايسة هو معين	
كل متوازي الأضلاع له ضلعين متتاليين متقايسين هو معين	
كل متوازي الأضلاع قطراه متعامدان هو معين	

3) المربع

تعريف

المربع هو رباعي محدب أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة



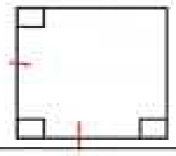
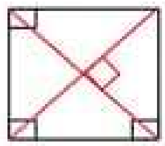
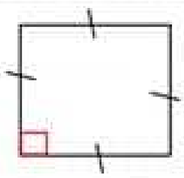
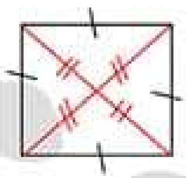
المربع هو مستطيل و معين وبالتالي هو أيضا متوازي أضلاع

خاصيات المربع

للمربع كل خاصيات المستطيل و المعين إذن :

- أضلاعه متقايسة
- زواياه قائمة
- قطراه يتقاطعان في المنتصف و متعامدان و متقايسان و منصفات لزواياه و محاور تناظر له

الخاصيات المعاكسة للمربع

كل مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان هو مربع	
كل مستطيل قطراه متعامدان هو مربع	
كل معين له زاوية قائمة هو مربع	
كل معين قطراه متقايسان هو مربع	

ملاحظة

- نستعمل خاصية من الخاصيات المباشرة للرباعي لمعرفة طول ضلع أو قيس زاوية أوتوازي ضلعين أو نقطة تقاطع القطرين أو تقايسهما أو تعامدهما فنكتب مثلا :

بما أن الرباعي متوازي أضلاع أو (مستطيل , معين , ...)

معطى

فإن القطران أو (الأضلاع , الزوايا ......) وبالتالي.............

استنتاج

- و نستعمل خاصية من الخاصيات المعاكسة للرباعي لمعرفة طبيعة الرباعي أو لبنائه فنكتب مثلا :

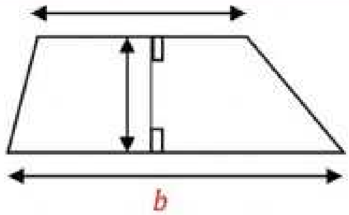
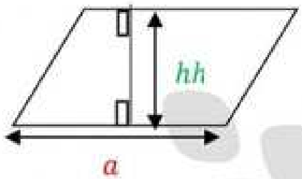
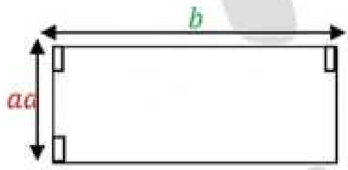
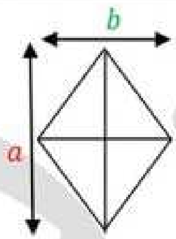
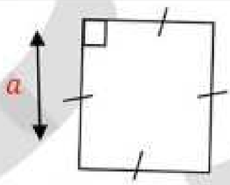
في الرباعي لدينا القطرين ...أو (الأضلاع ... , الزوايا ......)

معطى

إذن هو متوازي أضلاع أو (مستطيل , معين ,...)

استنتاج

أقيسة مساحات الرباعيات المدروسة

المساحة	الشكل	الرباعي
$S = \frac{(a+b)h}{2}$		شبه المنحرف
$S = ah$		متوازي الأضلاع
$S = ab$		المستطيل
$S = \frac{dd'}{2}$		المعين
$S = aa = a^2$		المربع