L. B. Monastir		4 ème Math
P.P. : Ali Zouhaïer		Séance n :
Chapitres : Isométries +...		

Exercice 1

1/ Montrer que si deux droites Δ et Δ' sont perpendiculaires alors $S_\Delta \circ S_{\Delta'} = S_{\Delta'} \circ S_\Delta$.

2/ ABCD est un rectangle , I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[DC]$. Prouver que $S_{(AB)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} = t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(AB)}$.

Exercice 2 origine inconnu

f étant une isométrie différente de l'identité laissant invariant un point A. r est une rotation qui transforme A en B; A≠B et telle que $r \circ f = f \circ r$.

1/ Montrer que $f(B) = B$. En déduire la nature de f.

2/ Soit $B' = r(B)$.

a- Chercher f(B'). En déduire que $B' \in (AB)$.

b- Chercher l'angle de r. En déduire son centre.

3/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de :

$g = f \circ r$ et $h = t_{\overrightarrow{AB}} \circ g$.

Exercice 3 d'après un devoir

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}\right)$.

On donne A(2) et $B\left(\frac{3}{2} + i\right)$. Soit f l'application du plan d'écriture complexe $z' = -i\,\overline{z} + 2i$.

1/ Déterminer les images des points O, A et B par f.

2/**a**) Montrer que f est une isométrie.

b) Déterminer l'ensemble des points invariants par f.

c) En déduire que f est une symétrie glissante.

3/ Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$. Donner l'écriture complexe de la réciproque T^{-1} de T.

4/ On pose $S = f \circ T^{-1}$.

a) Montrer que l'écriture complexe de S est $z' = -i\,\overline{z} + 1 + i$.

b) Montrer que I et J sont invariants par S. En déduire la nature de S.

c) Déterminer alors la forme réduite de f.

Exercice 3

ABCD est un carré direct de centre O et I est le milieu de $[AB]$

1/ En décomposant convenablement déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des applications suivantes:

$f_1 = t_{\overrightarrow{CB}} \circ R_{\left(D, \frac{\pi}{2}\right)}$ $\quad f_2 = R_{\left(A, \frac{\pi}{2}\right)} \circ R_{\left(B, \frac{\pi}{2}\right)}$ $\quad f_3 = t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(CB)}$

2/ Soit $f_4 = t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{(CB)}$.

a) Déterminer la droite Δ telle que $t_{\overrightarrow{AB}} = S_\Delta \circ S_{(CB)}$

b) Déduire que $f_4 = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_\Delta$ et préciser donc sa nature.

Exercice n°3 : (5 points)

Soit ABCD un rectangle tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB=2AD. On note I

NetSchool 1 KNOWLEDGE BASE

et J les milieux respectifs des segments [AB] et [DC] et soit $K = S_I(I)$

1) On pose $f = S_{IC} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{IJ}$

a/ Identifier l'application $S_{BC} \circ S_{IJ}$

b/ En déduire que f est une rotation que l'on caractérisera.

2) On pose $g = f \circ S_{IJ}$

a/ Déterminer $g(A)$, $g(D)$ et $g(I)$

b/ Démontrer que s'il existe un point M invariant par g, alors les droites (DI) , (IJ) et (DC) sont concourantes .

c/ Montrer alors que g est symétrie glissante

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct **(A, $\overrightarrow{AI}$,$\overrightarrow{AD}$).**

Soit l'application h : P → P ; M(z) → M'(z') tel que : z' = $i\overline{z} + 1 + i$.

a/ Montrer que h est une isométrie.

b/ Déterminer les affixes des points C ; J et K

c/Déterminer h(A) ; h(D) et h(I) . En déduire que $h = g$

d/ Déterminer alors l'axe Δ de g et son vecteur $\vec{u}$

Exercice 5 d'après un devoir

Dans le plan orienté on considère un rectangle direct ABD de centre O tel que : AB=2 AD . On pose I=A*B et J=C*D.

Soit f une isométrie sans point fixe et qui envoie A en C et I en J.

1)a) Montrer que f est une symétrie glissante

b) Montrer que f(B) = D

2) Soit E=f(C)

a) Montrer que: $\widehat{CDE} = \frac{\pi}{2}$.

b) En déduire que D=A*E.

3) Soit A' le symétrique A de par rapport à B. On pose : g=$t_{\overrightarrow{BD}} \circ S_{(BC)}$

a) Déterminer g(B); g(C) et g(A).

b) En déduire que f=g

c) A l'aide d'une décomposition adéquate de $t_{\overrightarrow{BA}}$ en deux symétries orthogonales, déterminer les éléments caractéristiques de f.

4) Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le triangle ABE.

Exercice 2 d'après un devoir

Dans le plan orienté, on considère un rectangle direct ABCD tel que AB=2AD.

Soient I, J et K les points définis par : I=A*B, J=D* C et K=$S_{(DC)}(I)$.

On pose : f=$S_{(IC)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$ et g=$t_{\overrightarrow{IK}} \circ S_{(IC)}$.

1) Caractériser l'application $S_{(BC)} \circ S_{(IJ)}$ puis déduire que f est une rotation que l'on caractérisera.

2) Caractériser l'isométrie $g \circ S_{(AJ)}$ puis déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

3) Soit K'=S_C (B).

Déterminer $g \circ f^{-1}(K)$ et $g \circ f^{-1}(K')$ puis déduire la nature de $g \circ f^{-1}$.

NetSchool 1
KNOWLEDGE BASE