

REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

Physique

4^{ème} année de l'enseignement secondaire
Mathématiques

Sous la direction de :

Abdelhamid BAATOUT

Les auteurs

Abdelhamid BAATOUT
Inspecteur général de l'éducation

Mohamed Arbi BEN DAAMAR
Inspecteur des collèges et des lycées

Abdessattar HRICHI
Inspecteur des collèges et des lycées

Taoufik BACCARI
Professeur principal

Abdelaziz DHAOUADI
Professeur principal

Mouldi TAALOUCHE
Inspecteur des collèges et des lycées

Les évaluateurs

Mohamed OMMEZZINE
Professeur universitaire

M'hammed EL GHADHAB
Inspecteur des collèges et des lycées

Ardhaoui KOUAS
Inspecteur des collèges et des lycées

Centre National Pédagogique

AVANT PROPOS

Cet ouvrage de physique est conforme au programme officiel 4^e Sciences expérimentales et publié en septembre 2009.

Avec un découpage en onze chapitres développant les trois thèmes du programme (Evolution de systèmes - Ondes - Physique atomique et nucléaire), ce manuel a été conçu pour être élaboré avec une approche centrée sur l'élève afin que celui-ci s'y retrouve et puisse en tirer le maximum de profit dans sa préparation à l'examen de baccalauréat, à côté de ce qu'il réalise avec ses pairs et son professeur en classe.

Effectivement, les différents contenus sont construits dans l'esprit de permettre à l'élève une exploitation optimale du livre, que ce soit avant la classe pour essayer de faire tout seul son cours ou après dans le but de consolider ses acquis.

Dans cette perspective, les onze chapitres du livre sont présentés avec une logique visant la stimulation de la motivation de l'élève et facilitant son implication dans le développement de leur contenu scientifique.

Avec les objectifs fixés et le prérequis précisé en début de chapitre, des questionnements tirés du vécu quotidien sont cités pour donner du sens à l'étude proposée.

Après position du problème, un ensemble d'activités proposées le plus souvent sous forme d'une manipulation réalisable dans une séance de classe (cours ou travaux pratiques) est suivi de questions posées sur les observations et les constatations indiquées, sur les mesures faites, voire sur leur exploitation graphique ou analytique afin d'entraîner l'apprenant à la pratique de la démarche scientifique expérimentale.

Outre les conclusions, les analyses et les interprétations théoriques développées par les auteurs viennent par la suite pour rassurer l'apprenant et l'aider à s'autoévaluer.

Les connaissances fondamentales construites par le traitement du chapitre sont reformulées dans une rubrique intitulée "L'Essentiel" et insérée à la fin du cours.

Un ensemble de questions de contrôle rapide des acquis, d'exercices d'application et de synthèse dont les réponses figurent en fin d'ouvrage est précédé d'un exercice entièrement résolu, présenté comme un autre support d'aide à l'autoévaluation.

En fin de chapitre, sont proposées une fiche technique comme complément facilitateur de l'étude ou une rubrique intitulée "En savoir plus" dont le contenu est un sujet de lecture qui peut servir à un certain approfondissement des connaissances du lecteur et à l'éclairer davantage sur leur importance dans la compréhension du monde physique moderne.

Enfin, nous espérons que cet ouvrage aura le mérite, comme nous avons souhaité lors de sa rédaction, d'être un support clair, pratique et attrayant pour son premier public que sont les élèves de terminale et tous ceux qui penseront à y recourir.

Les auteurs

SOMMAIRE

ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC

1



L'éclair lumineux de très forte intensité d'une lampe flash d'un appareil photo se produit grâce à un condensateur.

- Le condensateur est un composant électrique connu comme un réservoir d'énergie. De quelle forme d'énergie s'agit-il et qu'est-ce qui confère au condensateur cette propriété ?
- Quel est le principe de fonctionnement du flash d'un appareil photo ?

11

LA BOBINE LE DIPÔLE RL

2



Même les gros transformateurs brûlent parfois !

- Pourquoi, les transformateurs ne peuvent pas être utilisés en courant continu ?
- Comment fonctionnent les détecteurs électromagnétiques des véhicules "poids lourds" ?

43

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES

3



Le quartz impose sa fréquence propre aux oscillations. Une montre électronique y gagne en précision.

- Que désignent-on par les expressions "oscillations électriques", "oscillateur électrique", "circuit oscillant"...
- Énoncez que le courant alternatif est un phénomène oscillatoire ?

79

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

4



La guitare électrique est munie d'une caisse creuse à laquelle sont adossés des micros électromagnétiques. Grâce à la résonance électrique, le son amplifié prend une saveur particulière.

- En quoi consiste la recherche manuelle ou automatique d'une chaîne radio ou d'un canal de télévision ?
- Que veut-on dire par "résonance électrique" dont les applications sont très nombreuses ?

111

OSCILLATIONS LIBRES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE

5



Avec son amortisseur à ressort, la VTT (Vélo Tout Terrain T3 (Four Seasons)) donne au cycliste un confort d'utilisation supérieur dans une compétition de descente d'une montagne.

En évitant le balancement des amovibles, le gymnaste équilibre tout sa force que son équilibre.

- Les gyres, le cœur humain et le balancier d'une horloge sont, entre beaucoup d'autres exemples, des systèmes oscillants. Pourquoi ?
- Quelle est l'origine du roulement continu que l'on entend souvent à proximité de fils électriques ou téléphoniques aériens ?
- À quel est due la catastrophe naturelle connue sous le nom de tsunamis ?

139

OSCILLATIONS FORCÉES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

6



Les marées sont des oscillations périodiques. À quel sont-elles dues et de quel ordre sont-elles des tsunamis ?

La violoncelle fait vibrer les cordes de son instrument en les frottant avec l'archet pour produire un son avec des notes plus ou moins hautes.

Clarinettes "graves" offrent une musique très impressionnante.

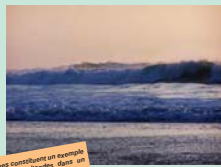
- Pourquoi ces formes particulières des instruments de musique comme le violon, le violoncelle, le contre basse, la clarinette... ?
- Dans certaines voitures, on entend parfois des bruits inconfortables de la carrosserie. À quel sont-ils dus et pourquoi à des vitesses bien déterminées et non pas à d'autres ?
- Pourquoi à 11 on interdit à un soldat de traverser un pont

163

ONDES

ONDES MECANQUES PROGRESSIVES

7



Les vagues constituent un exemple de propagation d'ondes dans un milieu élastique.

- D'où provient l'énergie des vagues ?
- Le déferlement des vagues correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- Nos oreilles perçoivent des sons. Qu'est-ce qui fait qu'ils nous parviennent et pourquoi les sons émis et ceux qu'on perçoit sont les mêmes ?

185

NATURE ONDULATOIRE DE LA LUMIÈRE

8



Les rayons solaires sont, à l'exception de quelques-uns, des ondes électromagnétiques qui se déplacent dans toutes les directions.

- Qu'est-ce qui fait que le son puisse contourner les corps de dimensions habituelles ?
- Comment une chauve-souris peut-elle détecter un papillon nocturne dans l'obscurité totale ?
- Comment un papillon nocturne peut-il neutraliser le système de détection d'une chauve-souris ?

219

PHYSIQUE ATOMIQUE ET NUCLÉAIRE

SPECTRE ATOMIQUE

9



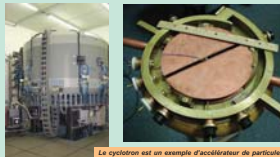
L'analyse de la lumière émise par les corps célestes est un moyen d'investigation précieux en astrophysique. Les couleurs de cette image de la nébuleuse du crabe révèlent sa nature physique.

- L'analyse de la lumière émise par un objet quelconque peut-elle nous renseigner sur sa composition chimique, sa température ou sa vitesse s'il est en mouvement ?
- Comment peut-on identifier un élément chimique à partir de l'analyse de son spectre lumineux ?
- On dit que le spectre d'émission d'un atome constitue sa « carte d'identité ». Pourquoi ?

249

LE NOYAU ATOMIQUE

10



Le cyclotron est un exemple d'accélérateur de particules utilisé au laboratoire pour le développement des recherches sur le noyau atomique.

- Que signifie la formule emblématique $E=mc^2$ citée couramment pour évoquer Einstein ?
- Qu'est-ce qui rend certains noyaux atomiques naturels plus ou moins stables que d'autres ?
- Qu'est-ce qui fait de l'uranium un élément chimique précieux dans le domaine du nucléaire ?

273

REACTIONS NUCLÉAIRES

11



En même temps que le « nucléaire » est né à des fins pacifiques, comme pour produire de l'électricité ou pour faire de l'imagerie médicale, il peut avoir des effets catastrophiques pour la nature et l'humanité.

- Quel est le principe de datation des éruptions volcaniques ainsi que des monnaies pharaoniques ?
- En quoi diffère la centrale d'électricité thermique nucléaire de la centrale thermique classique ?
- Qu'est-ce qu'un réacteur nucléaire ?
- En quoi consistait l'accident survenu le 26 avril 1986 dans la centrale thermique nucléaire de la ville de Tchernobyl en Ukraine ? En quoi consiste la gravité de cet accident et quelles sont ses conséquences relatives pour le considérer jusqu'à maintenant comme étant le plus grand accident du nucléaire civil ?

287

STRUCTURE DU LIVRE


Présentation d'un thème du livre

Intitulé du thème à étudier

Photographies illustrant le thème

ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

Un objet électrique de grande taille se compose de nombreux composants qui se trouvent dans un boîtier. Le montage des composants est réalisé par un technicien.




Un objet électrique de grande taille se compose de nombreux composants qui se trouvent dans un boîtier. Le montage des composants est réalisé par un technicien.

Un objet électrique de grande taille se compose de nombreux composants qui se trouvent dans un boîtier. Le montage des composants est réalisé par un technicien.

ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

Le plan d'un bâtiment de grande taille peut être réalisé grâce à un logiciel de CAO. Le plan est ensuite utilisé pour la construction du bâtiment.



Le plan d'un bâtiment de grande taille peut être réalisé grâce à un logiciel de CAO. Le plan est ensuite utilisé pour la construction du bâtiment.

Le plan d'un bâtiment de grande taille peut être réalisé grâce à un logiciel de CAO. Le plan est ensuite utilisé pour la construction du bâtiment.

SOMMAIRE

1. Evolution de systèmes électriques

2. Le condensateur et le dipôle RC

3. La bobine et le dipôle RL

4. Oscillations électromagnétiques en régime sinusoïdal

5. Evolution d'un système électronique

Le principe de base

1. Oscillations libres d'un pendule élastique

2. Oscillations libres d'un pendule élastique en régime sinusoïdal

Chapitres constituant le thème

Présentation d'un chapitre du thème

Objectifs visés par le traitement du chapitre

Prérequis indispensables à l'étude du chapitre, en termes de connaissances spécifiques aux sciences physiques

Connaissances déclaratives (définitions, concepts, modèles, lois...)


Objectifs

- Relever la charge et le décharge d'un condensateur
- Déterminer l'angle d'oscillation d'un condensateur et une période angulaire.
- Déterminer à l'aide de la courbe de charge d'un condensateur, la valeur de la capacité C.
- Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = RC$ d'un dipôle RC.
- Étudier l'équation différentielle régissant le circuit du phénomène de charge d'un condensateur.
- Étudier l'équation différentielle régissant le circuit du phénomène de décharge d'un condensateur.
- Calculer l'énergie emmagasinée par un condensateur.

Prérequis

Savoirs	Savoirs faits
<ul style="list-style-type: none"> • Définition du courant électrique. • Intensité i et dq/dt électrique. • Quantité d'électricité. • Loi de conservation de la charge. • Définition de la capacité $C = Q/U$. • Définition de la tension. • Loi des mailles. • Loi des nœuds. • Loi d'Ohm relative à un résistor. • Loi d'Ohm relative à un condensateur. 	<ul style="list-style-type: none"> • Caractéristiques d'un condensateur et d'un condensateur associé à un condensateur. • Calculer la quantité d'électricité transportée par un condensateur d'un dipôle RC. • Déterminer une tension en crête. • Appliquer la loi d'Ohm pour un générateur. • Multiplier la loi des mailles.

LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC



Le condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique. Il est utilisé dans de nombreux circuits électroniques.

Le condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique. Il est utilisé dans de nombreux circuits électroniques.

Le condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique. Il est utilisé dans de nombreux circuits électroniques.

Intitulé du chapitre à étudier

Photographie illustrant le chapitre

Stimuli sous forme de questionnements tirés du vécu quotidien

Connaissances procédurales (capacités d'utiliser des connaissances déclaratives dans des situations particulières du domaine théorique et du domaine expérimental)

Contenu scientifique du chapitre traité

Etude détaillée visant l'interprétation théorique des résultats expérimentaux

Intitulé de la leçon

Introduction à l'étude proposée

Manipulation réalisable dans une séance de cours ou de travaux pratiques

Questions sur la manipulation

Analyse des résultats expérimentaux trouvés

Notions et concepts essentiels mis en évidence expérimentalement ou théoriquement par l'étude faite

L'essentiel

- Un condensateur est un ensemble de deux plaques conductrices...
- La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension u : $C = \frac{q}{U}$
- La capacité C d'un condensateur plan est proportionnelle des armatures et inversement proportionnelle à la distance d et à $\epsilon_0 \epsilon_r$: $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$
- La constante de temps $\tau = RC$ renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur.

Evaluation et consolidation des acquis

Exercices dont la résolution ne demande pas plus que la capacité d'appliquer

Exercice proposé avec une solution détaillée en vue de s'entraîner à la résolution scientifique d'un problème

Exercices visant le contrôle immédiat de ses propres acquis

Exercices dont la résolution demande la capacité de pratiquer la démarche scientifique

Exercices à résoudre

Exercices à résoudre

Exercices à résoudre

Approfondissement

En fin de chapitre :

- ◆ Rubrique "Fiche technique" : complément d'aspect pratique
- ◆ Rubrique intitulée "En savoir plus" : sujet de lecture pouvant intéresser les élèves par son originalité et le sens qu'il ajoute à l'étude faite et à ses applications

A la fin du livre :

- ◆ Réponses aux questions des exercices proposés
- ◆ Références intéressantes (Adresse de sites web ayant trait aux thèmes traités).

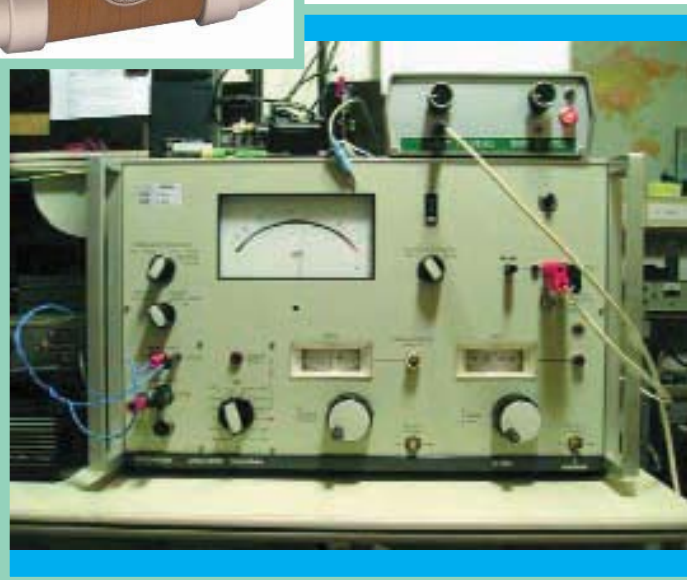
ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

Sous chaque touche de certains claviers se trouve un condensateur dont la capacité varie lors de la frappe. La variation des grandeurs électriques qui en découle est détectée par une puce.



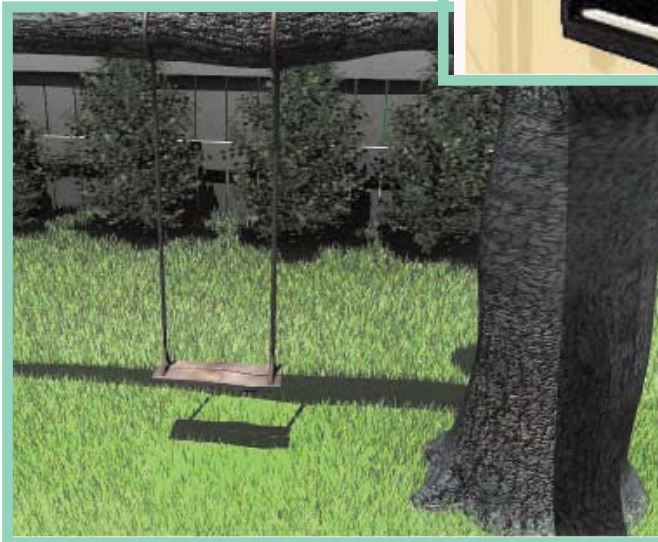
Grâce à une bobine inductive, on peut amplifier le volume sonore d'un combiné téléphonique.

Pour l'émission et la réception radio, on utilise des circuits électriques oscillants.



ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

La plupart des instruments de musique tirent parti du phénomène de résonance qui est recherché dans leur conception afin d'émettre le son le plus puissant.



La conception d'une balançoire utilise les manifestations impressionnantes de la résonance mécanique.

SOMMAIRE

I- Evolution de systèmes électriques

- 1- Le condensateur ; le dipôle RC
- 2- La bobine ; le dipôle RL
- 3- Oscillations électriques libres
- 4- Oscillations électriques forcées en régime sinusoïdal

II- Evolution d'un système mécanique :

Le pendule élastique

- 1- Oscillations libres d'un pendule élastique
- 2- Oscillations forcées d'un pendule élastique en régime sinusoïdal

Objectifs

- ◆ Réaliser la charge et la décharge d'un condensateur.
- ◆ Reconnaître que l'intensité i du courant électrique est une grandeur algébrique.
- ◆ Déterminer à l'aide de la courbe de charge d'un condensateur, la valeur de la capacité C .
- ◆ Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = RC$ d'un dipôle RC, à partir des courbes de réponse $u_C(t)$ ou $i(t)$.
- ◆ Établir l'équation différentielle régissant, au cours du phénomène de charge d'un condensateur :
 - la charge instantanée $q(t)$ du condensateur,
 - la tension $u(t)$ à ses bornes,
 - l'intensité $i(t)$ du courant transitoire parcourant le circuit.
- ◆ Calculer l'énergie emmagasinée par un condensateur.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir : <ul style="list-style-type: none"> - l'intensité du courant électrique, - la tension (ou d.d.p) électrique, - la quantité d'électricité, - un résistor. ◆ Ecrire la relation $Q = I.\Delta t$ ◆ Enoncer : <ul style="list-style-type: none"> - la loi des mailles, - la loi des noeuds, - la loi d'Ohm relative à un résistor, - la loi d'Ohm relative à un générateur. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Distinguer entre une tension continue et une tension variable. ◆ Utiliser un oscilloscope bicourbe. ◆ Calculer la quantité d'électricité transportée par un courant continu d'intensité I pendant une durée Δt : $Q = I.\Delta t$. ◆ Reconnaître une tension variable alternative. ◆ Reconnaître une tension en créneaux. ◆ Appliquer la loi d'Ohm pour un résistor. ◆ Appliquer la loi d'Ohm pour un générateur. ◆ Appliquer la loi des mailles.

LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC

1



L'éclair lumineux de très forte intensité d'une lampe flash d'un appareil photo se produit grâce à un condensateur.

- ◆ Le condensateur est un composant électrique connu comme un réservoir d'énergie. De quelle forme d'énergie s'agit-il et qu'est-ce qui confère au condensateur cette propriété ?
- ◆ Quel est le principe de fonctionnement du flash d'un appareil photo ?

LE CONDENSATEUR

Le condensateur est un terme introduit en 1782 par Volta (physicien italien, 1745-1827) après avoir constaté que l'électricité "se condense" sur les surfaces en regard de deux conducteurs quand on les approche l'un de l'autre.

1 DÉFINITION ET EXEMPLES

1.1- DÉFINITION ET SYMBOLE

Un condensateur est un composant électrique constitué de deux plaques conductrices très faiblement espacées et séparées par un isolant électrique. Les plaques sont désignées par les armatures du condensateur et le matériau isolant est appelé diélectrique.

Le condensateur est symboliquement représenté par deux traits parallèles qui représentent les armatures (Fig.1).

La petite distance qui les sépare représente l'épaisseur du diélectrique, celui-ci peut être de l'air, une feuille de papier imbibée d'huile de paraffine, de la céramique formée d'un mélange d'oxyde de titane et de titanates, du mica, du téflon, du polyéthène, de l'alumine ...

Étant un dipôle électrocinétique, le condensateur a deux bornes reliées directement à ses armatures. Dans le cas où les armatures sont planes et parallèles, le condensateur est dit plan.

1.2- EXEMPLES DE CONDENSATEURS USUELS

Actuellement, dans le commerce et comme le montre la photographie de la figure 2, on trouve des modèles de condensateurs de formes et de dimensions diverses. Exemples :

- ♦ Les condensateurs à air où le diélectrique est l'air.
- ♦ Les condensateurs à diélectrique solide dans lesquels les feuilles métalliques, minces, sont roulées. Ils sont généralement de forme cylindrique.
- ♦ Les condensateurs électrochimiques dans lesquels les armatures sont en aluminium et le diélectrique est une mince couche d'alumine déposée par électrolyse.

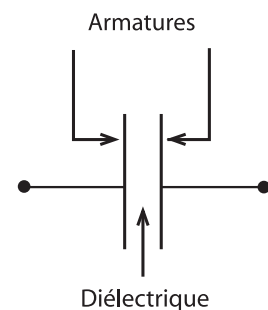


Fig.1 : Symbole du condensateur



Fig.2 : Quelques condensateurs usuels

2 CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

Manipulation

On réalise le montage de la figure 3 qui comprend un générateur de force électromotrice E , un galvanomètre balistique G , un résistor de résistance R et un commutateur K .

On commence par mettre le commutateur K dans la position 2, rien ne se produit.

En plaçant le commutateur K en position 1, l'aiguille du galvanomètre G dévie d'un angle α dans le sens 1 indiqué sur la figure 4.a puis revient à zéro.

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est chargé. Quand on bascule le commutateur en position 2, l'aiguille du galvanomètre dévie du même angle α que précédemment mais dans le sens 2 puis elle revient lentement à zéro (Fig.4.b)

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est déchargé.

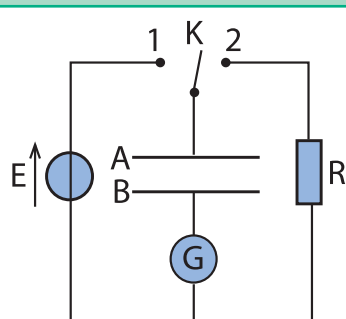


Fig.3 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

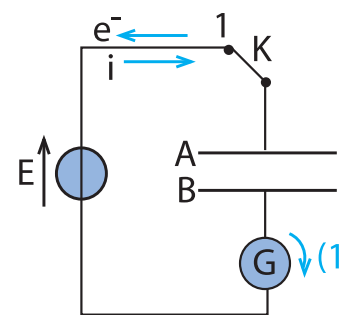


Fig.4a : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (1)

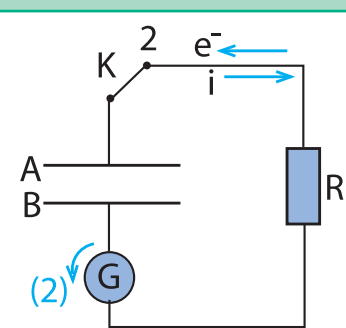


Fig.4b : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (2)

Questions

1°) Peut-on décharger un condensateur non chargé ? préciser, parmi les observations faites, celle qui justifie la réponse.

2°) Expliquer les phénomènes de charge et de décharge d'un condensateur et en déduire si l'on peut recharger un condensateur déchargé.

Interprétation

♦ Commutateur en position 1

Quand le commutateur K est en position 1, les armatures A et B initialement neutres du condensateur se trouvent reliées directement et respectivement au pôle (+) et au pôle (-) du générateur.

Des déplacements d'ensemble d'électrons s'effectuent alors dans les fils conducteurs de l'armature A vers le pôle (+) et du pôle (-) vers l'armature B jusqu'à ce que A soit au même potentiel que le pôle (+) et B au même potentiel que le pôle négatif. En d'autres termes, un courant électrique circule du pôle (+) vers A et de B vers le pôle (-) jusqu'à ce qu'il apparaisse une charge $+q$ sur l'armature A et une charge $-q$ sur l'armature B (Fig.4a) créant une différence de potentiel ($V_A - V_B$) égale à

celle délivrée aux bornes du générateur. Ainsi le condensateur est chargé.

♦ Commutateur en position 2

Malgré le fait que le générateur de tension ne soit plus dans le circuit (Fig.4b), on note la circulation d'un courant bref dans celui-ci. En fait, lorsque K est en position 2, les armatures A et B portant les charges antagonistes $+q$ et $-q$ se trouvent reliées l'une à l'autre à travers le résistor, l'attraction entre $+q$ et $-q$ provoque un mouvement d'ensemble d'électrons de B vers A dans les fils conducteurs à travers le résistor, c'est-à-dire la circulation d'un courant électrique dans le sens contraire, un courant qui cesse dès que les armatures A et B se retrouvent de nouveau neutres. Ainsi, le condensateur est déchargé.

Conclusion

Le condensateur est un composant électrique capable de stocker des charges électriques.

3 CHARGE D'UN CONDENSATEUR ET INTENSITÉ DU COURANT

3.1- CARACTÈRE ALGÈBRE DE L'INTENSITÉ DU COURANT

Manipulation

On réalise le montage de la figure 5 avec un générateur de tension idéal de f.e.m. E , un résistor de résistance R , un condensateur, un commutateur K et deux diodes électroluminescentes D_1 et D_2 .

On enregistre à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, la tension u_R aux bornes du résistor lorsque le commutateur K est respectivement en position 1 et en position 2 (Fig.6).

Questions

1°) Montrer que lorsque le commutateur K est dans la position 1, la diode D_1 seulement s'allume, tandis que lorsqu'il est dans la position 2, c'est seulement D_2 qui s'allume.

2°) L'enregistrement de la figure 6 montre que la tension u_R est positive lorsque K est en 1, négative quand il est en 2. Sachant que $u_R = Ri$, montrer graphiquement que i est positive et décroissante pendant la charge, négative et croissante pendant la décharge.

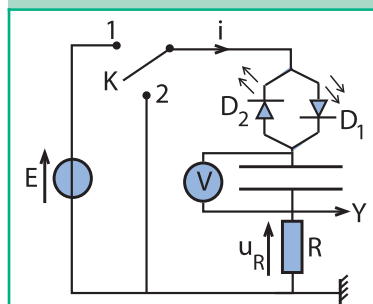


Fig.5 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

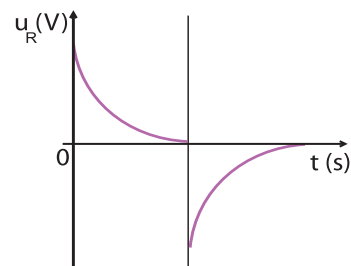


Fig.6 : Caractère algébrique de l'intensité du courant

Interprétation

En choisissant comme sens positif du courant, celui indiqué sur la figure 5, on voit que l'intensité i est positive lorsque K est sur la position 1, c'est-à-dire pendant la charge du condensateur. La diode D_1 , passante, s'allume. Par contre pendant la décharge, le courant électrique circule dans le sens contraire du sens positif choisi, ce qui explique le signe négatif de son intensité et la luminescence de la diode D_2 .

Conclusion

L'intensité du courant électrique est une grandeur algébrique. Elle est positive si le courant circule dans le sens arbitraire choisi et négative si le courant circule dans le sens contraire.

3.2- CHARGE q D'UN CONDENSATEUR

On choisit arbitrairement un sens positif pour l'intensité du courant, celui indiqué sur la figure 7 par exemple.

Soit i l'intensité algébrique du courant, $i > 0$ si le courant circule dans le sens indiqué sur la figure 7 et $i < 0$ s'il circule dans le sens contraire.

Définition

On appelle charge q d'un condensateur \odot , la charge de l'une de ses armatures choisie conventionnellement, celle vers laquelle est orienté le sens positif du courant.

3.3- RELATION ENTRE INTENSITÉ i DU COURANT ET CHARGE q D'UN CONDENSATEUR

Les grandeurs i et q sont variables au cours du temps. Entre les instants t et $t + \Delta t$, le courant circulant dans le sens positif, transporte la quantité d'électricité $\Delta q > 0$, ce qui fait augmenter la charge de l'armature A de Δq .

L'intensité du courant étant la quantité d'électricité transportée (ou traversant une section droite) par unité de temps, on a :

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

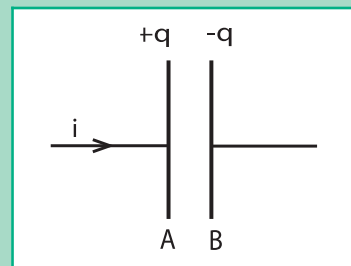


Fig.7 : Charge du condensateur

\odot Ne pas confondre entre la charge q d'un condensateur et le phénomène de charge

4 RELATION ENTRE LA CHARGE q ET LA TENSION u_c

Manipulation

On réalise le montage de la figure 8 avec un générateur de courant, un interrupteur K_1 , un ampèremètre et un condensateur montés tous en série, un voltmètre numérique et un

interrupteur K_2 branchés aux bornes du condensateur.

Étant idéal, le générateur de courant débite dans le circuit de charge un courant continu d'intensité I .

La charge q étant proportionnelle à la durée t , on a $q = I.t$.

Étudier q en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur revient à étudier u_C en fonction du temps.

Avant toute mesure, on ferme l'interrupteur K_2 , puis on l'ouvre et on le maintient ainsi durant toute l'expérience.

Simultanément, on ferme K_1 et on déclenche le chronomètre.

Avec un chronomètre, on mesure toutes les 5 secondes la tension $u_C = u_{AB}$

Pour $I = 0,144$ mA par exemple, on obtient les résultats consignés dans le tableau suivant :

t (s)	0	5	10	15	20	25	30
u_C (V)	0	1,5	3	4,6	6,1	7,6	9,2

Questions

1°) Que se passe-t-il quand on ferme K_2 ? Quelle est l'indication du voltmètre ?

2°) Avant de fermer K_2 , le voltmètre peut indiquer une tension non nulle. Expliquer cette possibilité.

3°) A l'aide du tableau des mesures dressé, montrer que la charge q augmente avec u_C .

4°) Comme courbe d'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction de la durée de charge, on obtient le tracé de la figure 9 ci contre.

Montrer graphiquement que $u_C = kt$ où k est une constante que l'on calculera.

5°) Déterminer la relation entre la charge q du condensateur et la tension u_C à ses bornes.

Interprétation

♦ Relation de proportionnalité entre q et u_C

La courbe $u_C = f(t)$ est une droite qui passe par l'origine (Fig.9).

$u_C = kt$ avec $k = 0,3$ V.s⁻¹. On en déduit que la tension u_C est proportionnelle à la durée t de passage du courant de charge.

Compte tenu de la relation $q = It$, il vient :

$$u_C = k \frac{q}{I}, \text{ d'où : } q = \frac{I}{k} u_C.$$

Comme I est constant, le quotient $\frac{I}{k}$ est une constante notée C .

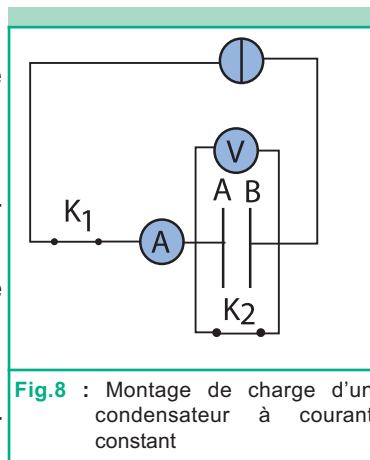


Fig.8 : Montage de charge d'un condensateur à courant constant

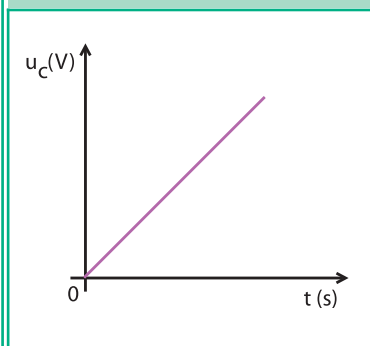


Fig.9 : Courbe d'évolution de la tension u_C au cours du temps

On a ainsi :

$$q = C u_C$$

Remarque

Si on refait la même expérience avec un autre condensateur, on aboutit à la même relation de proportionnalité mais avec une autre valeur pour la constante C.

♦ Capacité d'un condensateur

La charge q d'un condensateur est proportionnelle à la tension u_C à ses bornes : $q = C u_C$. Le facteur de proportionnalité C est une grandeur qui caractérise l'aptitude du condensateur à emmagasiner une charge électrique q lorsqu'il est soumis à une tension u_C , appelée capacité du condensateur.

C ne dépend que des caractéristiques géométriques du condensateur et de la nature du diélectrique.

♦ Unité et ordres de grandeur

La capacité C d'un condensateur est une grandeur mesurable. Dans le système international d'unités, elle s'exprime en Farad (F)[⊙]. Le farad est la capacité d'un condensateur qui, soumis à une différence de potentiel de 1 V, prend une charge de 1 C.

La valeur de la capacité des condensateurs usuels varie selon l'usage dans un vaste domaine mais tout en restant très inférieure au farad. Autrement dit, le farad est une grande unité de capacité. On préfère alors utiliser des sous multiples du farad :

- le millifarad : $1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$
- le microfarad : $1 \text{ } \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$
- le nanofarad : $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
- le picofarad : $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
- le femtofarad : $1 \text{ fF} = 10^{-15} \text{ F}$

Voici quelques exemples d'ordres de grandeurs de C :

Type du condensateur	Ordre de grandeur de C
Condensateur électrochimique	$\mu\text{F} - \text{F}$
Condensateur au mica, céramique	$\text{pF} - \text{nF}$
Condensateur au papier	μF
Condensateur au tantale	$0,1 \text{ } \mu\text{F} - 0,01 \text{ } \mu\text{F}$
Condensateur au polypropylène	$\text{nF} - \mu\text{F}$

⊙ Le nom de l'unité de capacité est dédié à Michael Faraday (physicien et chimiste anglais, 1791-1867)

5

CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR PLAN

La capacité d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface S des armatures en regard et inversement proportionnelle à l'écartement e de ses armatures (Fig.10).

On peut écrire :

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}$$

Le facteur de proportionnalité ε est une constante qui ne dépend que de la nature du diélectrique, on l'appelle permittivité absolue du diélectrique. Dans le système international d'unités, ε s'exprime en farads par mètre. La permittivité ε_0 du vide est :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \quad (\text{F.m}^{-1})$$

La permittivité de l'air est pratiquement égale à celle du vide. Tous les autres diélectriques ont une permittivité absolue plus grande que celle du vide.

Pour des raisons de commodité de travail, on définit aussi la permittivité relative ε_r d'un diélectrique comme étant le rapport de sa permittivité absolue sur la permittivité du vide :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{d'où} \quad C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{e}$$

Le tableau suivant donne des exemples de valeurs de la permittivité absolue ε et de la permittivité relative ε_r :

Diélectrique	ε_r	ε (10^{-11} F.m ⁻¹)
Vide , air	1	0,885
Papier paraffiné	2 - 2,5	1,8 - 2,2
Polystyrène	2 - 3	1,8 - 2,7
Verre	4 - 7	3,5 - 6,2
Mica	5 - 8	4,4 - 7,1
Céramique	15 - 2500	13,2 - 2200

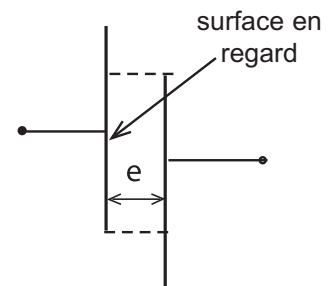


Fig.10 : Condensateur plan

6 TENSION DE SERVICE ET TENSION DE CLAQUAGE

En plus de la valeur de la capacité du condensateur, le constructeur indique généralement sur le boîtier deux valeurs différentes de tensions électriques, que représentent-elles?

La charge $q = C.u$ d'un condensateur ne peut pas augmenter indéfiniment avec la tension u à ses bornes car celle-ci ne doit pas atteindre une valeur limite qui entraîne un dysfonctionnement (perte des propriétés) du composant.

En fait, lorsque la tension u est très élevée, les charges $+q$ et $-q$ portées par les armatures du condensateur font jaillir des étincelles à travers le diélectrique qui sera à son tour troué quand il est autre que l'air ou le vide et perdra alors son caractère isolant. Dans ces conditions, on entend généralement un crépitement et on dit que le condensateur a claqué : il est détérioré, d'où le nom de tension de claquage ou de rupture.

Définition

On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur.

Ainsi, pour éviter de détériorer un condensateur, il faut éviter d'appliquer à ses bornes une tension de valeur absolue voisine de la valeur de la tension de claquage indiquée par le constructeur.

La deuxième valeur de tension indiquée sur le boîtier d'un condensateur est appelée tension de service, elle est d'une valeur nettement inférieure à celle de claquage, c'est la tension nominale du composant.

7 ÉNERGIE EMMAGASINÉE PAR UN CONDENSATEUR

7.1- LE CONDENSATEUR EST UN RÉSERVOIR D'ÉNERGIE

On sait qu'un courant électrique ne circule dans une portion de circuit, que lorsqu'il existe entre ses bornes une différence de potentiel non nulle. Ainsi, la circulation du courant de décharge dans les expériences décrites précédemment, en l'absence de tout générateur prouve que c'est le condensateur chargé qui a joué, pendant quelques instants, le rôle de générateur. Donc, le condensateur est un réservoir d'énergie.

Expérience complémentaire

On réalise le montage de la figure 11 : il comporte un générateur délivrant une tension continue E réglable, un condensateur de très grande capacité C , un petit moteur électrique M et un commutateur K .

On place le commutateur K dans la position 1 puis on le bascule sur la position 2, le moteur se met à tourner, puis s'arrête spontanément.

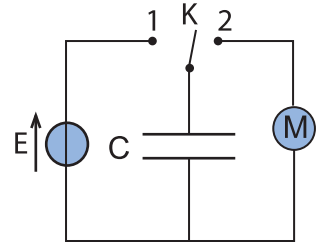


Fig.11 : La décharge d'un condensateur peut mettre en marche un moteur.

Questions

- 1°) Qu'est ce qui montre dans cette expérience que le condensateur est un réservoir d'énergie?
- 2°) Quelle est l'opération avec laquelle le condensateur est devenu ce réservoir d'énergie?.
- 3°) Expliquer la petite durée de rotation du moteur.

Conclusion

Le condensateur est un réservoir d'énergie potentielle électrique (ou électrostatique).

Cette énergie se manifeste, lors de la décharge du condensateur, en se transformant en énergie thermique dans les différents conducteurs, en énergie cinétique dans un moteur, en énergie lumineuse dans une diode LED par exemple...

7.2- EXPRESSION DE L'ÉNERGIE EMMAGASINÉE

L'énergie électrostatique emmagasinée par un condensateur de capacité C , chargé sous une tension u , s'exprime par :

$$E_c = \frac{1}{2} C u^2$$

Avec C en farad et u en volt, E_c s'exprime en joule.

En utilisant la relation $q = C.u$, on obtient d'autres expressions de E_c soit :

$$E_c = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} q u$$

LE DIPÔLE RC

Le dipôle RC est constitué d'un résistor de résistance R associé en série avec un condensateur de capacité C . On se propose d'étudier la variation de la charge q du condensateur en fonction du temps dans un tel dipôle lorsque la tension à ses bornes passe brusquement de zéro à une valeur constante E ou inversement. L'évolution brusque de la tension constitue l'échelon de tension.

1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RC À UN ÉCHELON DE TENSION

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On réalise le montage de la figure 12 avec un condensateur de capacité C , un résistor de résistance R et un générateur de tension continue montés tous en série. Les deux entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope numérique à mémoire sont branchées comme c'est indiqué sur la figure 13.

En mettant le commutateur dans la position 1, l'oscilloscope enregistre les oscillogrammes de la figure 14 traduisant les variations de la tension u délivrée par le générateur et la tension u_c aux bornes du condensateur.

Questions

- 1°) Identifier la courbe obtenue sur la voie Y_1 de l'oscilloscope et celle obtenue sur la voie Y_2 .
- 2°) La charge du condensateur est-elle instantanée ?

Interprétation

Avant la fermeture du circuit la tension aux bornes du condensateur est nulle. Lorsque le commutateur K est fermé dans la position 1, le générateur fournit la tension constante E au dipôle RC ; donc $u_{DB} = E$.

La tension u_{AB} aux bornes du condensateur croît progressivement jusqu'à devenir égale à E . Comme $q = Cu_{AB}$, la charge du condensateur évolue de manière similaire à u_{AB} .

Conclusion

La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension est la charge du condensateur. N'étant pas instantanée, celle-ci constitue un phénomène transitoire.

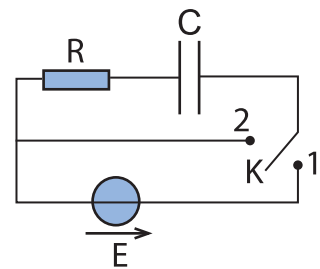


Fig.12 : Montage de réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

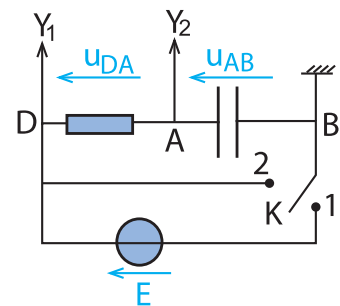


Fig.13 : Montage de visualisation de la réponse d'un dipôle RC

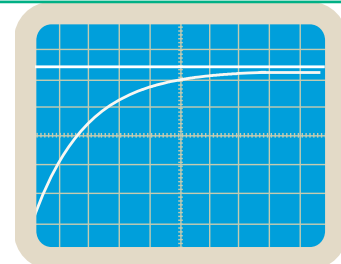


Fig.14 : Evolution de la réponse en tension au cours du temps

1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

En régime transitoire et pendant que le condensateur se charge, le circuit de la figure 12 est équivalent à celui de la figure 15. Appliquons la loi des mailles à ce circuit :

$$u_{DA} + u_{AB} - E = 0, \text{ soit : } Ri + u_C - E = 0.$$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}, \text{ d'où : } u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E \quad (1)$$

$$\text{ou bien : } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{E}{\tau} \quad \text{avec } \tau = RC,$$

équation différentielle en u_C avec second membre non nul.

Avec $u_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$, la même équation différentielle s'écrit :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = \frac{E}{R} \quad (2) \quad \text{ou} \quad i + \frac{1}{\tau} \int i dt = \frac{E}{R} \quad (3).$$

Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme :

$u_C(t) = B + Ae^{-\alpha t}$ où A , B et α sont des constantes à déterminer.

A $t = 0$, $u_C = A + B = 0$, d'où $B = -A$.

Il vient $u_C(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$.

La dérivée de $u_C(t)$ par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}.$$

En remplaçant $\frac{du_C}{dt}$ par son expression dans l'équation (1),

on trouve : $A(e^{-\alpha t} - 1) - \alpha \tau A e^{-\alpha t} = E$; ce qui donne :

$$-A + (1 - \alpha \tau) A e^{-\alpha t} = E.$$

En égalisant membre à membre cette équation qui doit être satisfaite pour toute valeur de t , on obtient :

$$A = -E \text{ et } 1 - \alpha \tau = 0 \text{ d'où } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

Ainsi, avec $A = -E$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$, la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

La courbe représentative de la fonction $u_C(t)$ est celle de la figure 16.

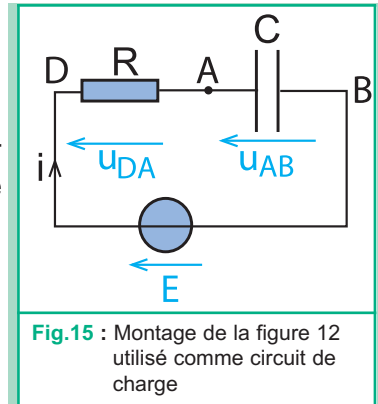


Fig.15 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de charge

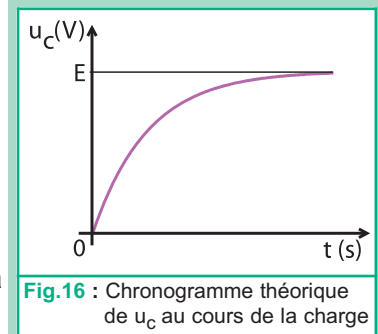


Fig.16 : Chronogramme théorique de u_C au cours de la charge

Remarque

En l'absence d'oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, on peut utiliser dans le montage de la figure 12 un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux à la place du générateur de tension continue.

Expression de $q(t)$

L'expression de la charge q du condensateur est $q(t) = C \cdot u_C(t)$, d'où : $q(t) = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $Q_0 = CE$.

La courbe $q(t)$ présente une allure analogue à celle de $u_C(t)$ (Fig.17). Lorsque t tend vers l'infini $u_C(t)$ tend vers E et q vers Q_0 , le condensateur porte sa charge maximale.

Expression de $i(t)$

On a $i = \frac{dq}{dt}$. En remplaçant q par son expression,

on trouve $i(t) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore :

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

La courbe de la figure 18 représente les variations de l'intensité i du courant dans le circuit au cours du temps. L'intensité i du courant est alors positive au cours de la charge du condensateur, résultat attendu du fait que le sens positif du courant est orienté vers l'armature située dans le circuit du côté du pôle positif du générateur.

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension $u_C(t)$ et l'intensité $i(t)$ lors de la charge en réalisant l'expérience de la figure 19 avec un montage comprenant un générateur de tension de masse flottante (ou branché au secteur via un transformateur d'isolement), de f.e.m. E , un interrupteur K et un dipôle RC associés en série. À l'aide de l'interrupteur K on ferme le circuit.

Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie Y_1 , la tension $u_{DA} = Ri$ aux bornes du résistor.
- sur la voie Y_2 , la tension u_{AB} aux bornes du condensateur au lieu de u_{BA} et ce, en appuyant sur le bouton **INV**.

On obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 20.

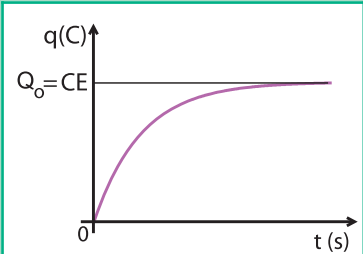


Fig.17 : Chronogramme théorique de q au cours de la charge

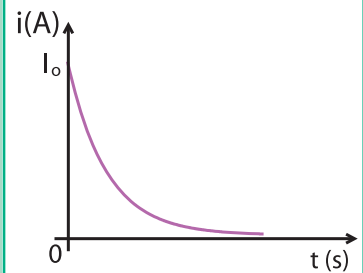


Fig.18 : Chronogramme théorique de i au cours de la charge

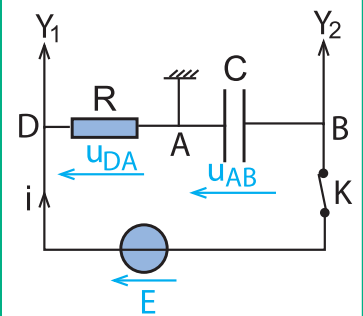


Fig.19 : Branchement pour visualiser simultanément $u_C(t)$ et $i(t)$

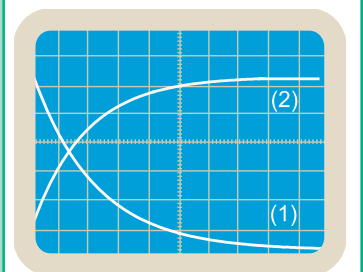


Fig.20 : Chronogrammes de u_C et de u_R

Questions

Dans la figure 20, montrer que l'oscillogramme (1) représente la tension u_{DA} aux bornes du résistor et que l'oscillogramme (2) représente la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.

2

DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN RÉSISTOR

2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On utilise le même montage que celui de la figure 13.

Le condensateur étant préalablement chargé, on bascule le commutateur dans la position 2. Le condensateur se trouve directement fermé sur le résistor de résistance R .

Sur la voie Y_2 de l'oscilloscope à mémoire, on enregistre l'oscillogramme de la figure 21 traduisant $u_C(t)$.

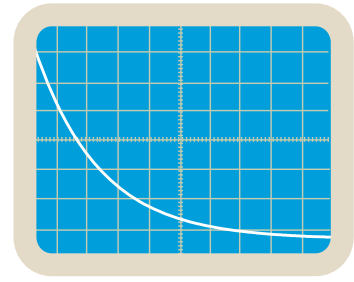


Fig.21 : Chronogramme de u_C au cours de la décharge

Questions

- 1°) Expliquer l'allure de $u_C(t)$.
- 2°) La décharge du condensateur est-elle instantanée?

Interprétation

Avant la mise du commutateur K dans la position 2, la tension u_C aux bornes du condensateur était égale à E . Par la suite u_C décroît du fait que l'énergie emmagasinée par le condensateur pendant la charge, est progressivement dissipée dans le résistor. La tension u_C décroît jusqu'à s'annuler.

Comme $q = Cu_C$, la charge du condensateur évolue, au cours du temps, de la même manière que u_C . La charge q s'annule lorsque le condensateur est complètement déchargé.

Conclusion

Dans un dipôle RC, un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

Le condensateur étant initialement chargé, à l'instant $t = 0$, la tension à ses bornes est égale à E . Le circuit est équivalent à celui de la figure 22.

Avec l'orientation choisie pour le circuit, on peut écrire :

$$u_C + u_R = 0 \text{ et } u_R = Ri \text{ d'où } u_C + Ri = 0.$$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = Cu_C, \text{ on aura :}$$

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0 \text{ ou bien } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0 \quad (4).$$

On obtient une équation différentielle en u_C sans second membre. On obtient aussi les équations différentielles (5) et (6) respectivement en q et en i :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = 0 \quad (5) ; i + \frac{1}{\tau} \int i dt = 0 \quad (6).$$

Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (4) est de la forme :

$$u_C(t) = A e^{-\alpha t} \text{ où les constantes } A \text{ et } \alpha \text{ sont déterminées par les conditions initiales : } A \text{ à } t = 0, u_C = E, \text{ d'où } A = E.$$

En remplaçant u_C et $\frac{du_C}{dt}$ par leurs expressions dans (4),

$$\text{on obtient : } -\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0, \text{ ce qui entraîne :}$$

$$\left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right) A e^{-\alpha t} = 0 \quad \forall t. \text{ D'où } -\alpha + \frac{1}{\tau} = 0, \text{ ce qui donne : } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

$$\text{Il vient finalement : } u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La courbe représentative de la fonction $u_C(t)$ au cours de la décharge est celle de la figure 23

Expression de $q(t)$

L'évolution de la charge q du condensateur au cours du temps est donnée par la relation $q(t) = C u_C(t)$. D'où :

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } Q_0 = CE$$

La courbe $q(t)$ présente une allure analogue à celle de $u_C(t)$ (Fig.24). Lorsque t tend vers l'infini, q tend vers zéro ; le condensateur est déchargé.

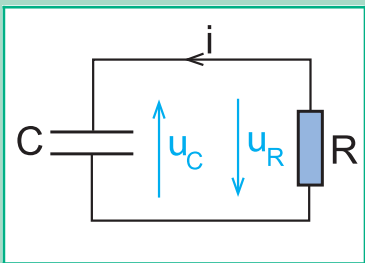


Fig.22 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de décharge

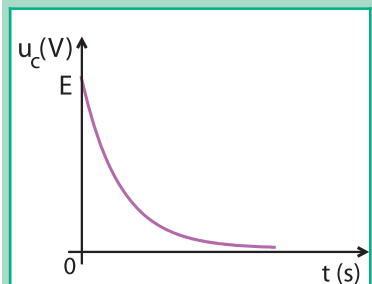


Fig.23 : Chronogramme théorique de u_C au cours de la décharge

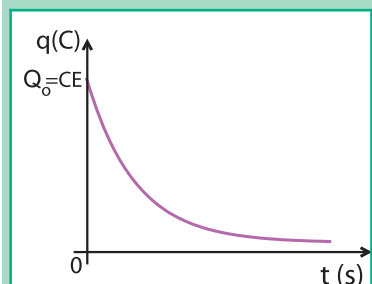


Fig.24 : Chronogramme théorique de q au cours de la décharge

Expression de $i(t)$

On a : $i = \frac{dq}{dt}$, donc : $i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore :

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

On note bien pour $i(t)$ le signe contraire de celui de l'intensité du courant de charge, c'est à dire que le courant de décharge circule dans le sens contraire de celui de charge (Fig.25).

Remarque

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension $u_c(t)$ et l'intensité $i(t)$ lors de la décharge en réalisant l'expérience de la figure 26.

Le montage comprend un générateur[⊙] de tension de f.e.m. E pour charger au préalable le condensateur, un dipôle RC et un commutateur K .

Le condensateur ayant été chargé, on bascule le commutateur K sur la position 2. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie Y_1 , l'oscillogramme (1) de la figure 27 qui représente la tension u_{DA} aux bornes du résistor, positive lors de la charge, est devenue négative.
- sur la voie Y_2 , l'oscillogramme (2) de la figure 27 qui représente la tension u_{AB} aux bornes du condensateur qui n'est autre que la tension u_{BA} changée de signe. Cette tension u_{AB} , tout en restant positive, diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

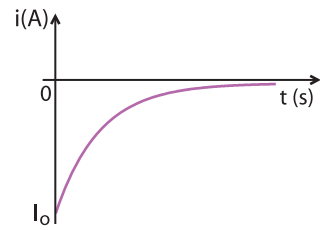


Fig.25 : Chronogramme théorique de i au cours de la décharge

⊙ Pour que l'opération soit possible, le générateur doit être à masse flottante.

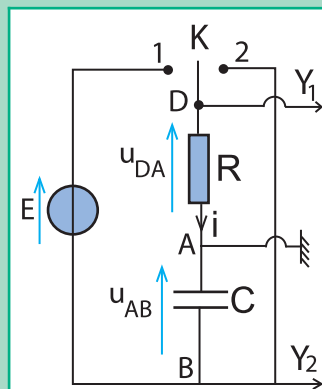


Fig.26 : Branchements pour visualiser simultanément $u_c(t)$ et $i(t)$

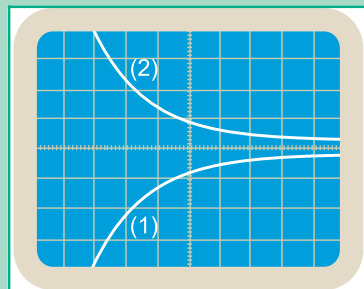


Fig.27 : Chronogramme de u_{AB} et de u_{DA} au cours de la décharge

3

INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RC SUR LA DURÉE DE CHARGE OU DE DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE R

Manipulation

On reprend le montage de la figure 13, mais en reliant le point B à la masse de l'oscilloscope à mémoire et le point A à

son entrée Y_1 (Fig.28) afin de visualiser $u_C(t)$ et le point D à son entrée Y_2 afin de visualiser $u_{DB}(t)$

En chargeant le même condensateur plusieurs fois avec le générateur de f.e.m $E = 6V$, mais en l'associant à chaque fois avec un résistor différent des autres, on obtient une série d'oscillogrammes comme celles de la figure 29 visualisés avec $C = 1\mu F$ et respectivement avec $R_1 = 5k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$, $R_3 = 15k\Omega$, $R_4 = 20k\Omega$; les sensibilités étant réglées horizontalement à $5ms/div$ et verticalement à $1V/div$.

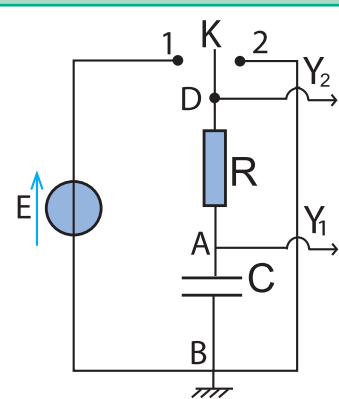


Fig.28 : Branchements pour visualiser à la fois $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$

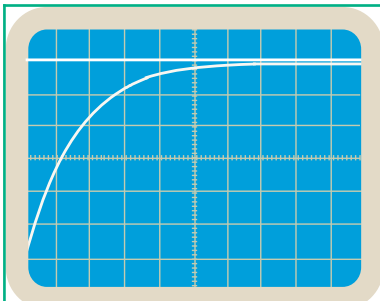


Fig.29a : Oscillogramme obtenu pour $R_1 = 5 k\Omega$

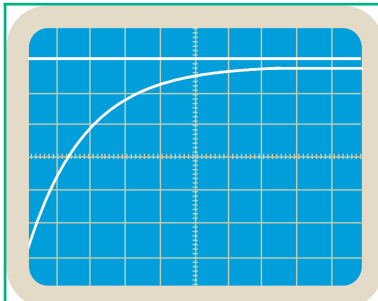


Fig.29b : Oscillogramme obtenu pour $R_2 = 10 k\Omega$

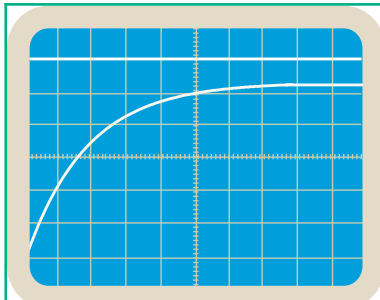


Fig.29c : Oscillogramme obtenu pour $R_3 = 15 k\Omega$

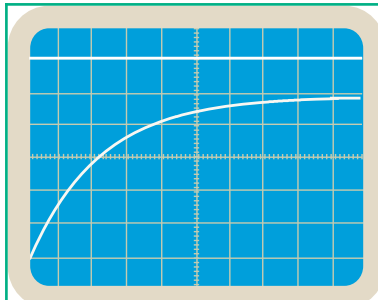


Fig.29d : Oscillogramme obtenu pour $R_4 = 20 k\Omega$

Questions

1°) Dresser un tableau consignnant les durées t au bout des quelles la tension $u_C(t)$ a atteint la valeur $4V$ par exemple.

R (kΩ)	5	10	15	20
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- ♦ préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance sur la durée t de la charge du condensateur.
- ♦ montrer que la durée t est proportionnelle à R .

3.2- INFLUENCE DE LA CAPACITÉ C

On refait la même expérience, mais cette fois avec des condensateurs de capacités différentes associés respectivement avec le même résistor; on obtient alors les oscillogrammes de la figure 30 avec $R = 10\text{k}\Omega$ et respectivement avec $C_1 = 0,5 \mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$, $C_3 = 5\mu\text{F}$ et $C_4 = 10\mu\text{F}$; la sensibilité verticale étant maintenue toujours à la valeur 1V/div .

Questions

1°) Dresser un tableau consignait les durées t au bout desquelles la tension $u_C(t)$ a atteint la valeur 4 V par exemple.

C(μF)	0,5	2	5	10
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- ♦ préciser qualitativement l'influence de la valeur de la capacité C du condensateur sur la durée t de sa charge.
- ♦ montrer que la durée t est proportionnelle à la capacité C .

Remarque

Les mêmes expériences, faites avec la décharge d'un condensateur, conduisent aux mêmes résultats.

3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RC

Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de la charge q d'un condensateur est atteinte au bout d'une durée t :

- proportionnelle à R lorsque C est gardée constante;
- proportionnelle à C lorsque R est gardée constante.

Donc, la durée de charge ou de décharge est proportionnelle au produit RC , ce qui confère à ce produit la dénomination de constante de temps, notée τ .

On sait que R a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et C a la dimension du quotient d'une charge par une tension. Donc, le produit RC a la dimension d'une charge par une intensité, c'est-à-dire un temps, ce qui justifie encore sa dénomination de constante de temps.

$$\tau = RC : \text{constante de temps}$$

Question

Tant au cours de la charge qu'au cours de la décharge, $u_C(t)$ est une fonction exponentielle du temps d'exposant $(-t/\tau)$. En déduire que $\tau = RC$ ne peut avoir effectivement que la dimension d'un temps.

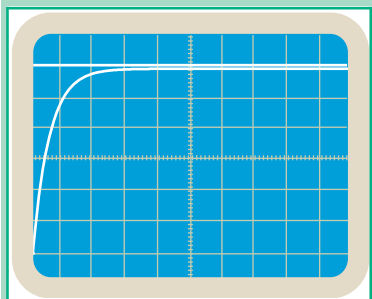


Fig.30a : Oscillogramme obtenu pour $C = 0,5 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 5ms/div

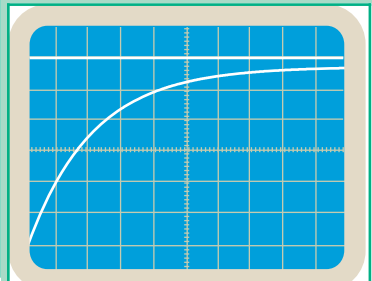


Fig.30b : Oscillogramme obtenu pour $C = 2 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 5ms/div

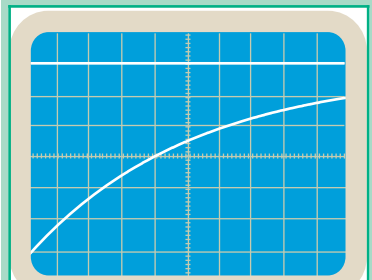


Fig.30c : Oscillogramme obtenu pour $C = 5 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 50ms/div

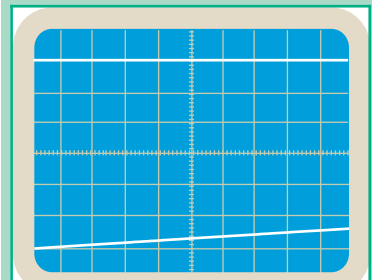


Fig.30d : Oscillogramme obtenu pour $C = 10 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 50ms/div

Définition

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension $u_C = E$ entre les armatures du condensateur. La charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps τ est plus petite.

Détermination de la constante de temps τ **♦ Par calcul direct**

Connaissant les valeurs de C et de R, on peut calculer directement la valeur de la constante de temps $\tau = RC$.

♦ Détermination graphique (première méthode)

Pour déterminer τ , on trace la tangente à la courbe de charge ou de décharge $u_C(t)$ au point d'abscisse $t = 0$.

Cette tangente a pour équation $u_C = a t$, a étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par :

$$a = \left(\frac{du_C}{dt} \right)_{t=0}. \text{ Or : } \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ alors } \left(\frac{du_C}{dt} \right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}.$$

Finalement, l'équation de la tangente s'écrit : $u_C = E \frac{t}{\tau}$.

L'intersection de cette tangente avec la droite $u_C = E$ donne $t = \tau$ (fig.31).

Remarque

La même méthode de détermination graphique de τ s'applique à la courbe de décharge. L'intersection de la tangente à la courbe $u_C(t)$ à l'origine avec l'axe des abscisses donne $t = \tau$ (fig.32).

♦ Détermination graphique (deuxième méthode)

Dans le cas de la charge du condensateur, en remplaçant t par τ dans l'expression de $u_C(t)$, on obtient :

$$u_C = E(1 - e^{-1}) = 0,63 E.$$

Donc, par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe $u_C(t)$ d'ordonnée $0,63E$, on obtient la valeur de τ (Fig.33).

τ correspond donc au temps nécessaire pour charger un condensateur à 63%.

Dans le cas de la décharge, en remplaçant t par τ dans l'expression de $u_C(t)$, on obtient $u_C = E e^{-1} = 0,37E$.

τ est alors l'abscisse du point de la courbe $u_C(t)$ d'ordonnée $0,37E$ (Fig.34).

Remarque

On peut déterminer τ en traçant la tangente à la courbe $i(t)$ au point d'abscisse $t = 0$.

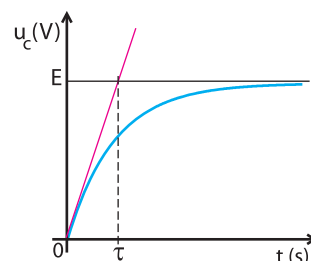


Fig.31 : Détermination de τ à partir de la courbe de charge

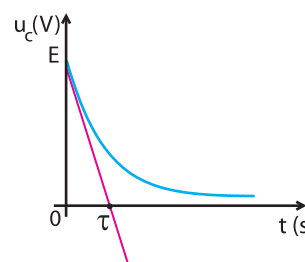


Fig.32 : Détermination de τ à partir de la courbe de décharge

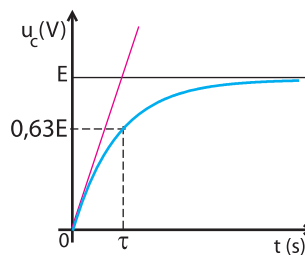


Fig.33 : Détermination de τ par lecture directe sur la courbe de charge

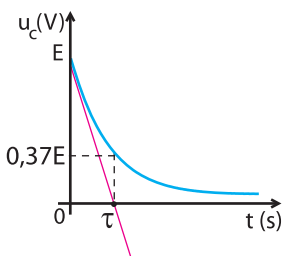


Fig.34 : Détermination de τ par lecture directe sur la courbe de décharge

Question

Montrer que l'intersection de la tangente à la courbe $i(t)$ avec l'axe des abscisses donne $t = \tau$ (Fig.35a et Fig.35b)

Interêt pratique de la constante de temps τ

La tension u_C aux bornes du condensateur, étant donnée par l'expression $u_C(t) = E (1 - e^{-t/\tau})$ pendant la charge et par l'expression $u_C(t) = E e^{-t/\tau}$ pendant la décharge, atteint respectivement les valeurs $u_C = E$ et $u_C = 0$ au bout des durées t infinies respectivement de charge et de décharge, ce qui n'est pas physiquement pratique.

On admet alors que le condensateur est complètement chargé ou déchargé quand la différence relative entre la valeur atteinte par u_C et la valeur asymptotique E (pour la charge) ou zéro (pour la décharge) ne dépasse pas 1%.

Pour la charge par exemple :

$$\frac{E - u_C}{E} \leq 1\% \text{ ce qui signifie que } E - u_C \leq 0,01 E$$

d'où $u_C \geq 0,99 E$. Or, $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Donc, pour

$$t_c = t_{\text{charge}}, \text{ on a : } 0,99E = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ d'où } 0,99 = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

ce qui entraîne $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,01$, d'où $\text{Log } e^{-\frac{t}{\tau}} = \text{Log } 0,01$ ou bien

$$\frac{t_c}{\tau} = 2\text{Log}10 = 4,6, \text{ d'où } t_c \simeq 5\tau.$$

Quand l'étude se veut plus précise, on exige une erreur relative ne dépassant pas 1‰. Avec un calcul semblable au précédent, on aboutit à $t_c = 6,9 \tau \simeq 7 \tau$ pour avoir $u_C = 0,999 E$.

Question

Montrer que les mêmes durées $4,6 \tau$ et $6,9 \tau$ sont indispensables pour décharger complètement un condensateur respectivement à 1‰ et à 1‰ près.

Récapitulation

	Durée t	0	τ	$4,6 \tau$	$6,9 \tau$
Charge	u_C	0	0,63 E	0,99 E	0,999 E
Décharge	u_C	E	0,37 E	0,01 E	0,001 E

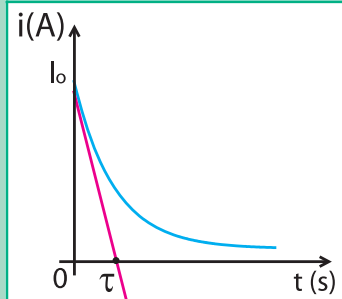


Fig.35a : Méthode de la tangente à l'origine (charge)

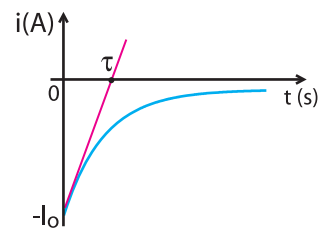


Fig.35b : Méthode de la tangente à l'origine (décharge)

L'essentiel

■ Un condensateur est un ensemble de deux plaques conductrices séparées par un isolant. Il se charge lorsqu'on établit entre ses bornes une tension continue et se décharge lorsqu'on le ferme sur un récepteur.

■ En désignant par q la charge portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens positif du courant, on a :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

■ La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension u :

$$q = C \cdot u$$

■ La capacité C d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface S en regard des armatures et inversement proportionnelle à la distance e qui les sépare :

$$C = \epsilon \frac{S}{e}$$

où ϵ est la permittivité absolue du diélectrique.

■ Sous une tension u , un condensateur de capacité C emmagasine une énergie potentielle électrique :

$$E_c = \frac{1}{2} C u^2$$

■ Toute décharge d'un condensateur s'explique par une restitution d'énergie emmagasinée.

■ Un dipôle RC soumis à un échelon de tension E répond par une évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur régie par la loi :

$$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

où $\tau = RC$ est la constante de temps du dipôle.

■ Quand un dipôle RC chargé est fermé sur lui même, la tension u_c aux bornes du condensateur, initialement égale à E , évolue selon la loi :

$$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

■ La constante de temps $\tau = RC$ renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Pour étudier la charge d'un condensateur ou sa décharge dans un résistor, on réalise le montage de la figure 1.

À l'aide d'un ordinateur, d'un capteur et d'une interface de saisie de données, on suit l'évolution temporelle de la tension u_C aux bornes du condensateur.

1°) En plaçant le commutateur dans la position 1, on obtient la courbe $u_C(t)$ de la figure 2.

a) Interpréter l'allure de la courbe $u_C(t)$ de la figure 2.

b) Déterminer graphiquement le temps mis par le condensateur pour se charger.

Pour cela on suppose que le condensateur est complètement chargé quand $u_C = E$ à 1% près.

2°) On bascule le commutateur dans la position 2, le condensateur se décharge complètement dans le résistor de résistance $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ au bout d'une durée $t = 250 \text{ ms}$. La courbe de décharge $u_C(t)$ est représentée sur la figure 3.

a) Interpréter l'allure de la courbe $u_C(t)$ obtenue lors de la décharge du condensateur à travers le résistor de résistance R_2 .

b) Déterminer graphiquement la constante de temps τ_2 et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

3°) Déterminer la valeur de la résistance R_1 .

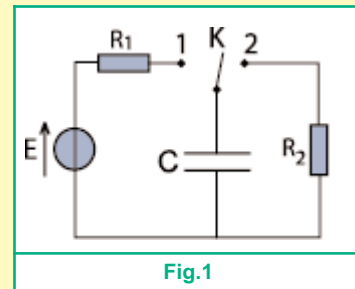


Fig.1

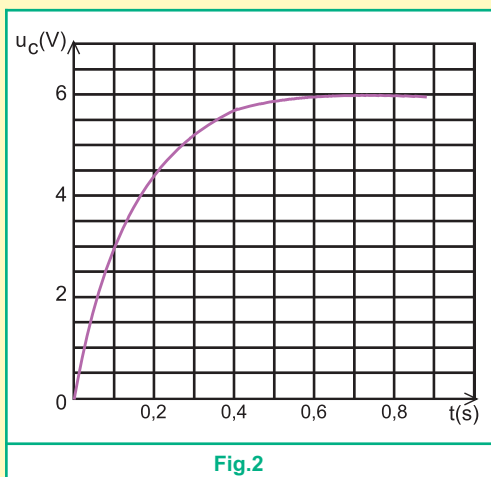


Fig.2

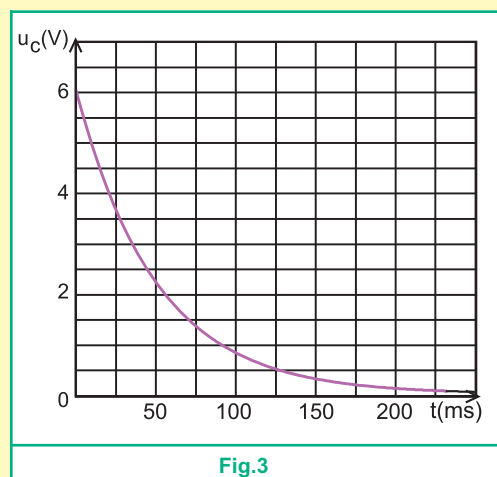


Fig.3

SOLUTION

1°) a) Quand le commutateur K est en position 1, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé.

Dans ce cas, la loi des mailles s'écrit : $u_C + u_{R_1} - E = 0$.

Avec $u_{R_1} = R_1 i$, $u_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$. On a : $\tau_1 \frac{du_C}{dt} + u_C = E$, où $\tau_1 = R_1 C$.

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$. A l'instant $t = 0$, $e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 1$, donc $u_C = 0$. Quand t tend vers l'infini, u_C augmente exponentiellement vers E , ce qui explique l'allure de la courbe de charge

b) Soit θ la durée au bout de laquelle le condensateur est complètement chargé.

A $t = \theta$, $u_C \simeq E$ à 1% près, c'est-à-dire $u_C = 0,99 E$. Or $u_C(\theta) = E(1 - e^{-\frac{\theta}{\tau_1}})$, on a donc :

$0,99 E = E(1 - e^{-\frac{\theta}{\tau_1}})$, ce qui donne $\frac{\theta}{\tau_1} = 2 \log 10$, d'où : $\theta = 4,6 \tau_1 \simeq 5 \tau_1$.

En conséquence, déterminer graphiquement θ revient à déterminer τ_1 . On trace alors la tangente à la courbe de charge (Fig 2). au point d'abscisse $t = 0$, puis on projette son intersection P avec l'asymptote $u = E$ sur l'axe des temps comme il est indiqué dans la figure ci-contre. On obtient alors, $\tau_1 = 0,1$ s. Donc $\theta = 0,5$ s.

2°) a) Quand le commutateur K est en position 2, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé. Dans ce cas la loi des mailles s'écrit : $u_C + u_{R_2} = 0$.

Avec le même sens positif du courant, utilisé dans la question 1 - a,

on a : $\frac{q}{C} + R_2 i = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt}$.

On alors : $\tau_2 \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$, où $\tau_2 = R_2 C$.

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$. A l'instant $t = 0$, $e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 1$, donc $u_C = E$.

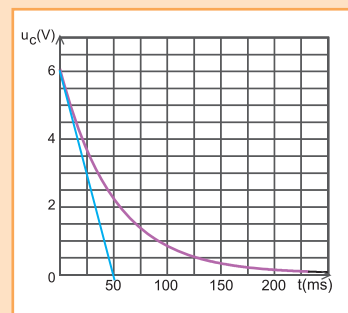
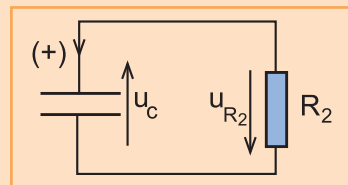
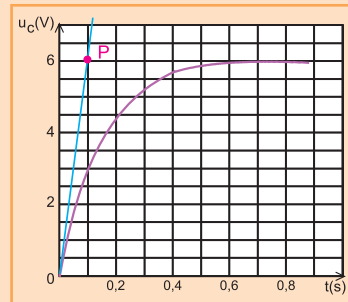
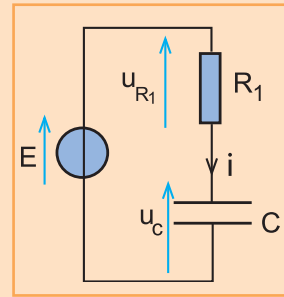
Quand t tend vers l'infini, u_C diminue exponentiellement vers zéro, ce qui explique l'allure de la courbe de décharge.

b) Le traçage de la tangente à la courbe de décharge de la figure 3,

donne : $\tau_2 = 50$ ms. Or, $\tau_2 = R_2 C$, d'où $C = \frac{\tau_2}{R_2}$.

Soit, numériquement $C = 50 \mu\text{F}$.

3°) On a $\tau_1 = R_1 C$. d'où $R_1 = \frac{\tau_1}{C}$. Soit, numériquement $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$.





Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Un condensateur chargé sous une tension U emmagasine une charge $q = CU$.
- 2- Un condensateur est caractérisé par sa capacité.
- 3- Un condensateur ne restitue jamais la même quantité d'énergie emmagasinée.
- 4- L'intensité i du courant est liée à la charge du condensateur par la relation: $i = \frac{dq}{dt}$.
- 5- Au cours de la charge d'un condensateur initialement déchargé, l'intensité i du courant est maximale au début et nulle à la fin.

- 6- L'intensité maximale du courant de charge est E/R .
- 7- Au début de la décharge, l'intensité du courant est nulle.
- 8- Pour déterminer la constante de temps $\tau = RC$, il suffit de tracer la tangente à l'origine à la courbe de décharge $u_C(t)$ au point d'abscisse $t = 0$ et de relever les coordonnées de son intersection avec l'axe des abscisses.
- 9- Un condensateur de charge $2q$ emmagasine l'énergie: $E_C = \frac{q^2}{2C}$.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition juste.

- I- Un condensateur chargé pendant 5s avec un générateur de courant d'intensité $I = 1,2 \text{ mA}$, emmagasine une charge Q égale à :
 - a- 8.10^{-3} C ;
 - b- 6.10^{-3} C ;
 - c- 5.10^{-3} C .
- II- La charge q portée par chacune des armatures d'un condensateur de capacité C sous une tension u est quadruplée quand :
 - a- il est chargé sous une tension 2 fois plus grande que u .
 - b- il est chargé sous une tension 4 fois plus grande que u .
 - c- s'il a une capacité 4 fois plus petite que C .
- III- La constante de temps d'un circuit comportant un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ et un résistor de résistance R vaut 2ms. La valeur de la résistance R est :
 - a- $R = 20 \Omega$;
 - b- $R = 200 \Omega$;
 - c- $R = 2000 \Omega$.

- IV- La constante de temps τ d'un dipôle RC, est la durée au bout de laquelle le condensateur est :
 - a- complètement chargé ;
 - b- à moitié chargé ;
 - c- chargé à 63%.
- V- Quand on se propose de ralentir la décharge d'un condensateur de capacité C dans un conducteur ohmique de résistance R réglable, on doit :
 - a- diminuer R ;
 - b- augmenter la constante de temps tout en augmentant R ;
 - c- diminuer la constante de temps tout en diminuant R .
- VI- L'énergie emmagasinée par un condensateur portant une charge q est doublée quand on double :
 - a- la charge q ;
 - b- sa capacité C ;
 - c- la tension u à ses bornes.

Exercices d'application

3 Un condensateur plan est formé par deux feuilles en aluminium, de surface en regard $S = 1 \text{ m}^2$, séparées par un isolant de permittivité relative $\epsilon_r = 8$ et d'épaisseur $e = 0,1 \text{ mm}$.
1°) Calculer la capacité C du condensateur.
2°) Le condensateur est chargé sous une tension de 50 V , calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

4 On charge un condensateur de capacité $C = 20 \text{ }\mu\text{F}$, initialement non chargé, avec un générateur de courant d'intensité $I = 1,8 \text{ }\mu\text{A}$.
1°) Déterminer la charge q acquise par le condensateur lorsque le circuit reste fermé pendant 10 secondes.
2°) Déterminer :
a) la tension u_{AB} aux bornes du condensateur à l'instant $t = 10 \text{ s}$.
b) L'énergie emmagasinée par le condensateur au bout de $t = 10 \text{ s}$.

5 Un condensateur de capacité $C = 3 \text{ }\mu\text{F}$ se charge à travers un résistor de résistance $R = 80 \text{ k}\Omega$ à l'aide d'un générateur de tension continue de f.e.m. $E = 12 \text{ V}$.
1°) Déterminer la valeur de la constante de temps τ du dipôle RC.
2°) a) Après une durée de 2 secondes que vaut la tension aux bornes du condensateur ?
b) Déterminer l'intensité du courant circulant dans le circuit du condensateur après une durée égale à 2 secondes.

6 Un générateur de tension de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$ est associé en série avec un condensateur de capacité $C = 2 \text{ }\mu\text{F}$, un résistor de résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et un interrupteur K .
1°) Calculer l'intensité du courant dans le circuit à l'instant où on ferme l'interrupteur K .
2°) Calculer la constante de temps τ du dipôle RC.
3°) Déterminer la durée nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur soit égale à $0,99 E$.
4°) Tracer approximativement la courbe $u_C(t)$.

7 L'acquisition de la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa charge, dans un circuit comprenant en série le condensateur, un résistor de résistance $R = 100 \text{ }\Omega$, un interrupteur K et un générateur de tension continue de f.e.m. $E = 5 \text{ V}$, a donné les valeurs suivantes :

$t(\mu\text{s})$	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
$u_C \text{ (V)}$	0	2,2	3,3	4	4,3	4,7	4,8	4,9

1°) Proposer un schéma pour le montage qui a servi à dresser ce tableau de mesures.
2°) Tracer le graphe traduisant les variations de u_C au cours du temps.
3°) Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RC.
4°) En déduire la capacité C du condensateur.

8 L'équation différentielle, donnant la charge q dans un circuit fermé constitué d'un générateur de tension de f.e.m. E associé en série avec un dipôle RC, est :

$$0,12 \frac{dq}{dt} + q = 12 \cdot 10^{-5}$$

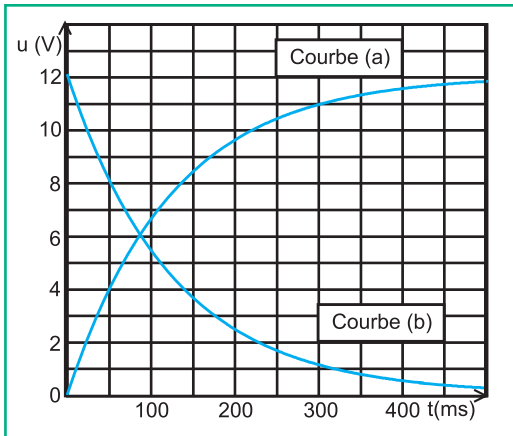
1°) Calculer la constante de temps τ .
2°) Sachant que $E = 12 \text{ V}$, déterminer la valeur de la résistance R .
3°) En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Exercices de synthèse

9 On associe en série un générateur de tension de f.e.m. E avec un résistor de résistance R et un condensateur de capacité $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$.
1°) Faire un schéma du montage et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide d'un oscilloscope numérique, les tensions $u_C(t)$ et $u_R(t)$ respectivement aux bornes du condensateur et du résistor.
2°) Identifier les oscillogrammes de la figure ci-après.

3°) Déterminer à partir des oscillogrammes les valeurs de E et de la constante de temps τ du dipôle RC.

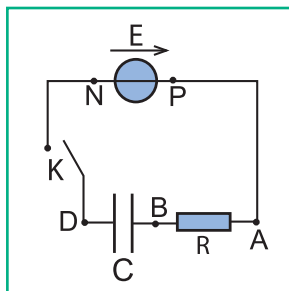
4°) En déduire la valeur de R .



10

On charge un condensateur de capacité $C = 22 \mu\text{F}$ selon le montage schématisé ci-dessous. Le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension $E = 6 \text{ V}$; le conducteur ohmique a une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$.

À l'instant initial $t = 0$, le condensateur est déchargé et l'on ferme l'interrupteur K .



1°) En désignant par q la charge portée par l'armature B du condensateur.

Indiquer le sens arbitraire positif choisi pour avoir $i = \frac{dq}{dt}$.

2°) En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$.

3°) Cette équation différentielle admet pour solution: $q(t) = \alpha \cdot (1 - e^{-t/\beta})$ où α et β sont deux constantes.

a) Déterminer les expressions littérales de α et de β , puis calculer leurs valeurs numériques.

b) Exprimer l'intensité du courant de charge $i(t)$.

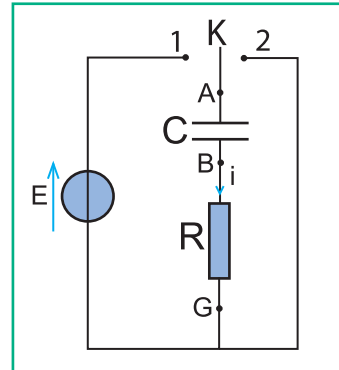
4°) a) Déterminer l'instant $t_{1/2}$ pour laquelle $q(t)$

est égale à $1/2 \cdot C \cdot E$. Comparer cet instant à la constante de temps τ .

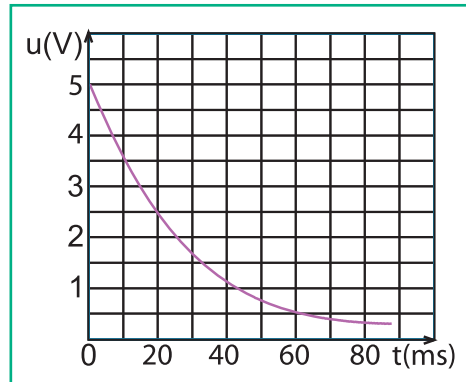
b) A quel instant t a-t-on $q = \frac{CE}{4}$?

11

Le montage de la figure ci-après permet d'étudier l'évolution de la tension u_{AB} aux bornes d'un condensateur de capacité C , en série avec un résistor de résistance R .



Une interface, reliée à un ordinateur, permet l'acquisition de la tension u_{AB} au cours du temps. Initialement, l'interrupteur K est en position 1 depuis longtemps.



1°) À l'instant $t = 0$, on place l'interrupteur k en position 2. Quel est l'état du condensateur à cet instant ?

2°) À quoi correspond la courbe ci-dessus ?

3°) Quelle est la manipulation à effectuer sur le circuit pour obtenir cette courbe ?

4°) En respectant l'orientation choisie, préciser le signe de l'intensité i du courant lors de la décharge du condensateur.

5°) Écrire la relation entre :

- l'intensité i du courant et la tension u_{BG} ,
- la charge q_A du condensateur et la tension u_{AB} ,
- l'intensité i du courant et la charge q_A ,
- les tensions u_{BG} et u_{AB} lors de la décharge.

6°) En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} est : $\frac{1}{\alpha} \frac{du_{AB}}{dt} + U_{AB} = 0$,

avec α une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques des différents dipôles du circuit de décharge.

12 Un condensateur de capacité $C = 5 \mu\text{F}$ est initialement chargé sous une tension $u_{AB} = U_0 > 0$.

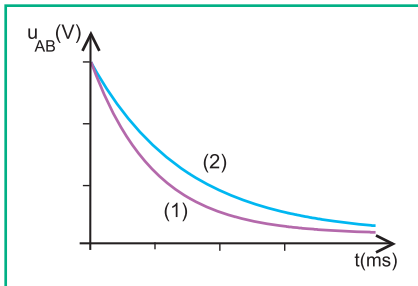
Le condensateur est inséré dans un circuit schématisé ci-contre.

Les réglages d'acquisition de la tension u_{AB} sont les suivants : 2,5ms / div et 2V / div

À l'instant $t = 0$, on ferme le circuit.

1°) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} .

2°) Avec un résistor de résistance $R_1 = 500 \Omega$, on obtient la courbe 1 représentée sur le graphe ci-dessous :



En effectuant la même opération avec un résistor de résistance R_2 , on obtient la courbe 2 du même graphe.

- Indiquer la valeur de U_0 .
- Déduire de l'examen des deux courbes la résistance la plus grande. Proposer une méthode de détermination de R_2 et la calculer numériquement.
- Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lors de sa charge.
 - En déduire la valeur de l'énergie E_1 dissipée par effet Joule dans le résistor de résistance R_1

lorsque la décharge du condensateur est terminée.

c) Cette énergie E_1 varie-t-elle si on remplace le résistor de résistance R_1 par celui de résistance R_2 ? Justifier la réponse.

13 Étude de texte

Le défibrillateur cardiaque

Le défibrillateur cardiaque est un appareil permettant d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du cœur se contractent de façon désordonnée (fibrillation). Cet appareil produit une impulsion électrique de très haute énergie à travers la poitrine d'un patient afin de relancer les battements de son cœur.

Un tel défibrillateur connu sous le nom de circuit à choc exponentiel tronqué comprend notamment un condensateur de capacité $C = 32 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, chargé sous une haute tension U égale à 5kV environ. La libération de l'énergie emmagasinée par le condensateur en une dizaine de millisecondes par deux électrodes posées sur le thorax du patient entraîne un choc électrique. La résistance électrique du thorax doit être prise en compte.

Chez l'adulte, elle est évaluée à 75 ohms en moyenne, valeur mesurée par le difibrillateur grâce à des courants de faible intensité. La connaissance de la valeur de la résistance de la cage thoracique avant le choc permet de choisir le niveau d'énergie du choc électrique adapté au patient, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour relancer les battements avec le moins d'effets d'élèteres.

Questions

- Montrer que le défibrillateur et le thorax peuvent être assimilés à un circuit RC.
- Calculer la constante de temps τ du circuit.
- Calculer l'ordre de grandeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur d'un défibrillateur cardiaque.
- Trouver une explication à l'expression "circuit à choc exponentiel tronqué" utilisée dans le texte.

Fiche technique

MESURE D'UNE TENSION CONTINUE AUX BORNES D'UN CONDENSATEUR

1. Utilisation d'un voltmètre

On sait que le voltmètre est un appareil de mesure de très grande résistance interne R_V . monté dans un circuit, il est équivalent à un conducteur ohmique de résistance égale à sa résistance interne R_V . Lorsqu'on le branche aux bornes d'un condensateur chargé, celui-ci se trouve fermé sur un conducteur ohmique de résistance R_V . Par conséquent, il y a un risque de décharge non négligeable du condensateur dans le voltmètre, ce qui fausse la mesure. Effectivement, la perturbation apportée par un voltmètre lorsqu'on mesure la tension aux bornes d'un condensateur est souvent importante et peut même la rendre impossible. La résistance d'un voltmètre numérique est en général voisine de $10\text{ M}\Omega$ sur tous les calibres ; celle d'un voltmètre à aiguille est le plus souvent de l'ordre de $20\text{ k}\Omega$ par volt, c'est-à-dire qu'utilisé sur le calibre 10 V par exemple, la résistance du voltmètre est $200\text{ k}\Omega$. Le voltmètre, de résistance R_V , connecté aux bornes d'un condensateur de capacité C , le décharge avec la constante de temps $R_V C$. Pour faire des mesures de tension correctes, il faut que cette décharge soit négligeable. Pour cela, on ne peut pas jouer vraiment sur le temps de mesure dont la possibilité de réduction est limitée. Cependant, on peut jouer sur la valeur de $R_V C$, et ce en cherchant à ce qu'elle soit suffisamment élevée :

Solution particulière :

Pour les condensateurs de capacité très grande, le problème est pratiquement résolu par l'utilisation d'un voltmètre numérique.

Exemple : avec $C = 5600\text{ }\mu\text{F}$ et $R_V = 10\text{ M}\Omega$, la constante de temps vaut 56000 s , ce qui rend la perturbation apportée par le voltmètre très faible. La difficulté sera par contre de déterminer avec précision la capacité du condensateur. En effet pour les fortes capacités, les condensateurs sont chimiques et la valeur indiquée par le fabricant est souvent minorée de 20 à 40% voire plus. Mesurer les capacités de ces condensateurs n'est souvent pas à la portée des capacimètres courants.

Solution "idéale" :

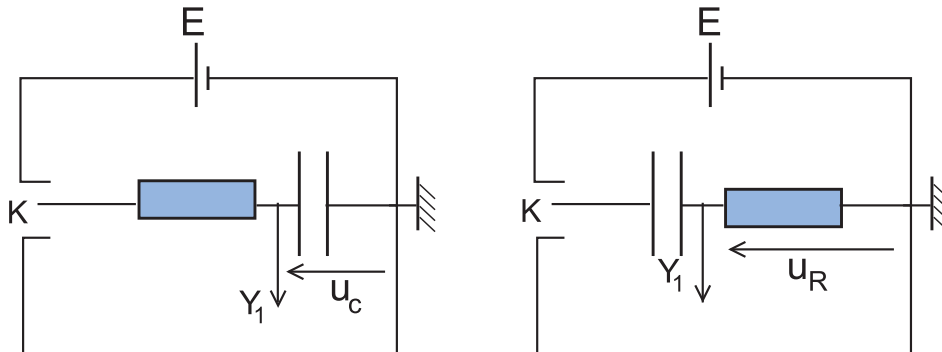
La meilleure méthode d'amélioration de R_V consiste à interposer entre le condensateur et le voltmètre un montage électronique particulier appelé suiveur de tension. Réalisé avec le circuit intégré TL081, la résistance du dispositif de mesure atteint alors $10^{12}\text{ }\Omega$ environ. Ainsi, avec même un condensateur de capacité trop petite, la mesure sera valable.

Exemple : avec $C = 10\text{ nF}$, on aura une constante de temps de l'ordre de 10^4 s , ce qui laissera le temps de faire la mesure !

2. Utilisation d'un oscilloscope à mémoire

L'oscilloscope est caractérisé par une grandeur appelée impédance d'entrée de valeur courante ($1\text{ M}\Omega$, 50 pF), ce qui signifie que la connexion d'un oscilloscope aux bornes d'un dipôle revient à connecter en parallèle aux bornes de ce dipôle, un conducteur ohmique de résistance $1\text{ M}\Omega$ et un condensateur de capacité 50 pF .

Pour faire l'étude de la charge du condensateur à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, deux montages sont à priori utilisables :



Supposons $R = 20\text{ k}\Omega$ et $C = 125\text{ nF}$. Considérons l'entrée de l'oscilloscope comme une résistance R_{osc} égale à $1\text{ M}\Omega$. Les 50 pF sont négligeables devant la capacité du dipôle RC. Dans la situation schématisée à gauche, on montre que, lorsque le commutateur k est en position 1, la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u = \frac{R_{\text{osc}}}{R + R_{\text{osc}}} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } \tau = \frac{R R_{\text{osc}}}{R + R_{\text{osc}}} C$$

Avec les valeurs proposées, u aux bornes du condensateur tend vers E à 2% près et la constante de temps de la charge est inférieure à RC de 2% également ce qui reste acceptable.

À la décharge, on a la même constante de temps. Mais, dès que le commutateur K est ouvert, le condensateur se décharge dans l'oscilloscope avec une constante de temps $R_{\text{osc}}C$ égale à 125 ms . Autrement dit, compte tenu du temps de basculement du commutateur K , le condensateur sera déchargé avant que le commutateur n'ait basculé. On n'enregistre pas la décharge du condensateur avec ce montage ! Le seul remède consiste à relier le condensateur à l'oscilloscope à travers un suiveur de tension.

Le montage de droite est utilisable si on veut éviter le suiveur de tension. La tension aux bornes du condensateur s'obtient évidemment en remarquant que $u_C = E - u_R$.

Il reste l'erreur de 2% sur la constante de temps, mais le condensateur ne se décharge pas pendant la manœuvre du commutateur.

D'après web.ac-reims.fr/datice/sc_physiques/docs/lyc/T/RC.doc

En savoir plus

La foudre et les paratonnerres

En météorologie, la foudre est cette décharge électrique qui se produit au cours d'un orage, accompagnée d'une vive lumière connue sous le nom d'éclair et d'une vague sonore sous forme de détonations constituant ce qu'on appelle le tonnerre. Effectivement, l'éclair est une manifestation lumineuse, subite et passagère à travers le ciel, d'une décharge électrique qui se produit entre des nuages chargés de pluie, ou bien entre un nuage chargé de pluie et la Terre. Il apparaît sous forme d'une ligne brisée ou d'un arc lumineux, parfois long de plusieurs kilomètres, qui s'étend entre les points de décharge.

On ne sait pas vraiment comment les nuages orageux se chargent, mais la plupart le sont négativement à la base et positivement à leur sommet. La plupart des météorologues pensent que la glace est un facteur nécessaire, car, généralement, un éclair ne se produit que lorsqu'il y a formation de glace dans la couche supérieure des nuages orageux. Des expériences ont montré que, quand des solutions diluées d'eau sont gelées, la glace se charge négativement et l'eau se charge positivement. Si, après le début de la congélation, l'air ascendant sépare les gouttelettes d'eau des particules gelées, les gouttelettes se concentrent dans la partie supérieure du nuage



et les particules plus grosses de glace tombent à la base. Par ailleurs, des expériences ont également montré que les grosses gouttes d'eau qui tombent rapidement se chargent négativement, alors que les petites gouttes qui tombent lentement se chargent positivement. La polarisation d'un nuage orageux peut donc être due à la différence de vitesse à laquelle tombent les grandes et les petites gouttes de pluie. De quelque façon qu'elle se forme, la charge négative à la base du nuage induit une charge positive sous elle, sur la Terre, qui agit comme la seconde plaque d'un énorme condensateur. Quand le potentiel électrique entre deux nuages ou entre un nuage et la Terre atteint une valeur suffisamment élevée (environ 10 000 V par cm), l'air s'ionise le long d'un passage étroit, et un éclair se forme. De nombreux météorologues croient que c'est de cette façon qu'une décharge négative est transportée vers le sol, et que la charge négative totale de la Terre est maintenue.

La foudre est très dangereuse ; elle est plus dangereuse même que les tornades et les ouragans. Elle tue chaque année, de nombreuses personnes et provoque notamment de nombreux feux de forêts. Il convient alors de prendre quelques précautions lorsque l'on se trouve sous un orage, pour pouvoir s'abriter. Il faut éviter de rester sous un arbre isolé. À cause de leur hauteur, les arbres sont susceptibles d'être frappés par la foudre, et sont donc dangereux pendant de violents orages électriques. Le plus sûr pour une personne qui se trouve à l'extérieur pendant un orage est de se mettre à l'intérieur d'une voiture à structure d'acier, ou de rester allongée par terre, à l'extérieur.

Les bâtiments sont protégés grâce à des tiges métalliques placées au-dessus de la partie la plus haute du toit, et reliées au sol, appelées paratonnerres. Ces tiges forment un passage de faible résistance pour la foudre, et donc l'empêche de passer à travers la structure elle-même. Les lignes haute tension et les appareils radio, équipés d'antennes extérieures, sont protégés contre les éclairs grâce à des paratonnerres spéciaux, qui consistent en un petit espace rempli de gaz entre la phase et la masse. Cet espace offre une grande résistance aux tensions ordinaires, mais la foudre, qui a un potentiel de dizaines de millions de volts, ionise le gaz offrant un chemin de faible résistance pour cette décharge.

Toutefois, les éclairs ont des effets positifs. Le sol est enrichi par l'azote qui est libéré de l'atmosphère par les éclairs, et transporté vers le sol par la pluie. Certains scientifiques pensent que les éclairs ont été un élément clé dans l'origine de la vie sur Terre, créant à partir d'éléments simples des composés chimiques complexes qui ont donné naissance à la matière vivante.

D'après Encarta 2006

Objectifs

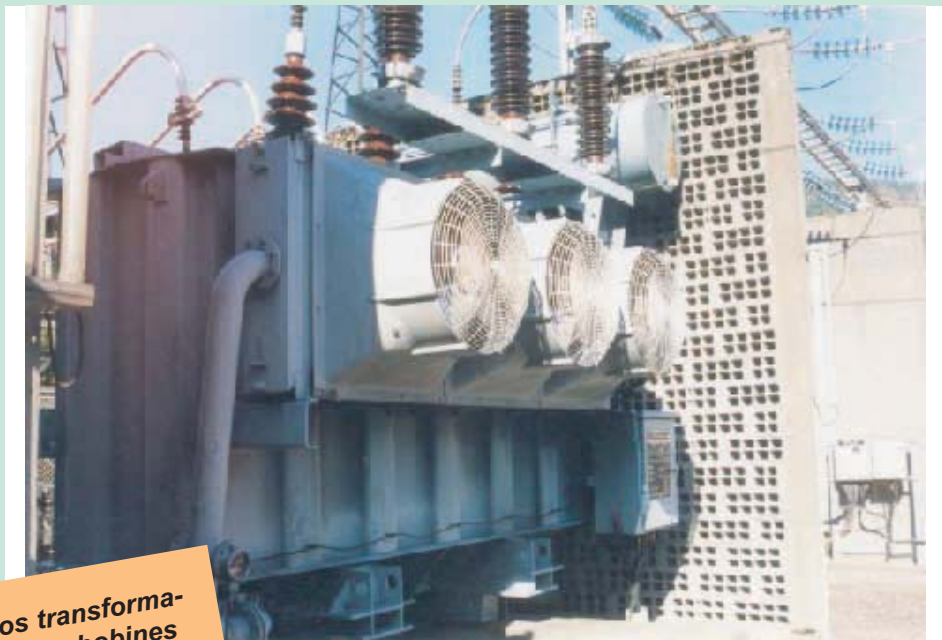
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'induction électromagnétique.
- ◆ Appliquer la loi de Lenz.
- ◆ Reconnaître les facteurs dont dépend la f.e.m. d'auto-induction.
- ◆ Calculer l'énergie emmagasinée dans un solénoïde.
- ◆ Établir, pour un dipôle RL soumis à un échelon de tension, l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité i du courant parcourant la bobine en fonction du temps.
- ◆ Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ à partir des courbes de réponse $u_L(t)$ ou $i(t)$ d'un dipôle RL.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un champ magnétique. ◆ Définir une ligne de champ magnétique. ◆ Définir le vecteur champ magnétique. ◆ Définir un champ magnétique uniforme. ◆ Enumérer les caractéristiques d'un champ magnétique créé par un courant continu circulaire (solénoïde). 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Identifier les pôles d'un aimant et les faces d'une bobine. ◆ Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique. ◆ Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique. ◆ Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.

LA BOBINE LE DIPÔLE RL

2



Même les gros transformateurs utilisent des bobines

- ◆ Pourquoi, les transformateurs ne peuvent pas être utilisés en courant continu ?
- ◆ Comment fonctionnent les ralentisseurs électromagnétiques des véhicules “poids lourds” ?

L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Une bobine est un dipôle électrocinétique constitué d'un enroulement dans le même sens, de fil conducteur recouvert d'un vernis isolant. De ce fait, elle a une résistance électrique interne. Un tel dipôle placé dans un circuit électrique, se comporte-t-il alors comme un résistor vis à vis du courant électrique ?

La bobine est-elle, comme le condensateur, un réservoir d'énergie ?

1 LE PHÉNOMÈNE D'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

1.1- PRODUCTION D'UN COURANT INDUIT PAR DÉPLACEMENT RELATIF D'UN AIMANT ET D'UNE BOBINE

Manipulation

♦ Expérience 1

On réalise le montage de la figure 1, comportant une bobine reliée à un milliampèremètre à zéro central, sensible aux courants très brefs.

- En approchant l'un des pôles d'un barreau aimanté de l'une des faces de la bobine, l'aiguille du milliampèremètre dévie dans un sens (Fig.2a). L'aiguille du milliampèremètre retourne à zéro dès que cesse le déplacement de l'aimant.

- En éloignant l'aimant de la bobine, l'aiguille du milliampèremètre dévie de nouveau, mais dans le sens contraire (Fig.2b).

Les mêmes observations sont faites quand, au lieu de déplacer l'aimant, on le maintient fixe et on déplace la bobine suivant son axe disposé parallèlement au grand axe de l'aimant.

Remarque

On réussirait mieux toutes ces expériences si l'on disposait d'un galvanomètre balistique au lieu du milliampèremètre à zéro central.

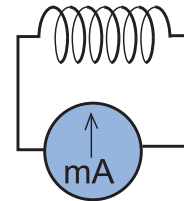
♦ Expérience 2

On réalise le circuit fermé, schématisé par la figure 3, comportant une bobine (B_1) et un résistor de résistance R .

Les deux bornes du dipôle sont reliées à l'entrée Y_1 d'un oscilloscope à mémoire. On peut visualiser ainsi l'évolution temporelle de la tension u_R aux bornes du résistor.

- En approchant le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, l'oscilloscope mémorise sur son écran le chronogramme 1 de la figure 4a.

- La bobine et l'aimant étant maintenus dans les mêmes dispositions, quand on éloigne l'un de l'autre, on obtient l'oscillo-



milliampèremètre à zéro central

Fig.1 : Bobine en circuit fermé

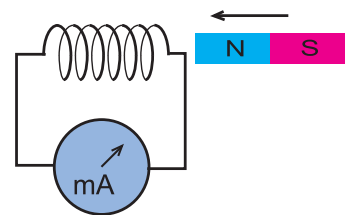


Fig.2a : Approche de l'aimant

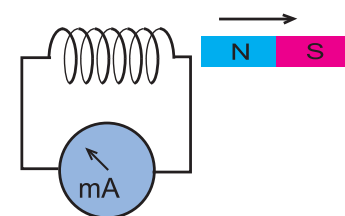


Fig.2b : Eloignement de l'aimant

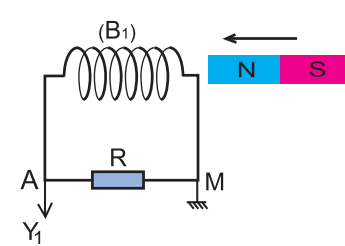


Fig.3 : Bobine fermée sur un résistor

gramme 2 de la figure 4b.

- En approchant de nouveau, mais d'une manière plus rapide, le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, on obtient la même forme d'oscillogramme, avec un pic plus prononcé.

Questions

1°) Que se passe-t-il, au niveau d'une bobine en circuit fermé, lors d'un déplacement relatif aimant-bobine ?

2°) Justifier le recours à $u_R(t)$, dans l'expérience 2, pour suivre l'évolution de l'intensité i du courant circulant dans le circuit de la bobine.

3°) D'après les observations des expériences 1 et 2, énumérer les facteurs dont dépendent les propriétés du phénomène qui se produit dans une bobine en circuit fermé par un déplacement relatif aimant-bobine.

Conclusion

Avec un déplacement relatif bobine-aimant, on peut produire un courant électrique dans la bobine en circuit fermé. Un tel courant électrique est appelé courant induit, alors que l'aimant est appelé inducteur.

L'intensité du courant induit est d'autant plus grande que le déplacement relatif bobine-aimant est plus rapide.

1.2- AUTRE MODE DE PRODUCTION DU COURANT INDUIT

Manipulation

On garde le montage de la figure 3 et on remplace l'aimant par un solénoïde (B_2), de diamètre plus grand que celui de la bobine (B_1), relié à un générateur de tension variable (un GBF par exemple) et on y introduit la bobine (B_1) comme dans la figure 5. Ayant déjà utilisé l'entrée Y_1 de l'oscilloscope pour visualiser $u_R(t)$, on utilise l'entrée Y_2 pour visualiser la tension $u(t)$ délivrée aux bornes du générateur.

En appliquant, aux bornes du solénoïde (B_2) une tension sinusoïdale, on observe aux bornes de la bobine (B_1) une tension de forme semblable (Fig.6).

Remarque

Si l'on refait la même expérience tout en remplaçant le GBF par un générateur de tension continue, il ne se passe plus rien dans la bobine (B_1), une fois le courant y est établi.

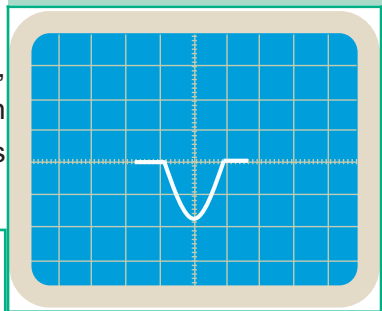


Fig.4a : Oscillogramme 1

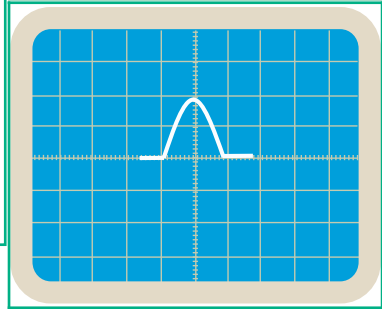


Fig.4b : Oscillogramme 2

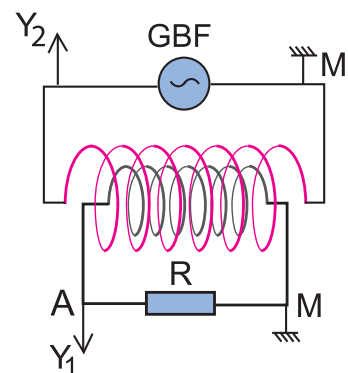


Fig.5 : Influence d'une bobine parcourue par un courant sinusoïdal

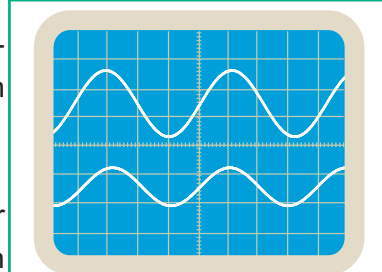


Fig.6 : Oscillogrammes aux bornes des bobines (B_1) et (B_2)

Question

Interpréter l'apparition du courant induit dans le circuit de la bobine (B_1).

Constatation

La variation de l'intensité du courant électrique dans une bobine produit un courant induit dans une autre bobine en circuit fermé à proximité de la première.

Le courant électrique variable, qui est à l'origine du courant induit, est appelé courant inducteur, tandis que le circuit dans lequel il circule est appelé circuit inducteur.

Interprétation

Lorsqu'une bobine est à proximité d'un aimant, elle est évidemment dans le champ magnétique de l'aimant. Par suite, tout déplacement relatif bobine-aimant fait varier les caractéristiques du champ où se trouve instantanément la bobine.

Lorsque la même bobine est placée dans une autre bobine parcourue par un courant électrique variable, elle se trouve aussi dans un champ magnétique variable. Il s'avère alors que, dans les deux cas étudiés expérimentalement, le courant induit produit dans le circuit fermé de la bobine est dû à une variation des caractéristiques du champ magnétique où baigne cette bobine, d'où la dénomination du champ magnétique variable comme étant le champ magnétique inducteur.

Conclusion

Toute variation de champ magnétique créée dans un circuit électrique fermé situé à proximité du champ, un courant électrique appelé courant induit : c'est le phénomène d'induction électromagnétique.

Le courant induit est d'autant plus intense que la variation locale des caractéristiques du champ inducteur est plus rapide.

Le sens du vecteur champ magnétique inducteur est un facteur dont dépend le sens du courant induit.

2 LOI DE LENZ

Manipulation

On refait l'expérience 2 du paragraphe 1-1, mais en orientant le pôle sud (au lieu du pôle nord) de l'aimant vers la même face de la bobine (Fig.7a et 7b).

On obtient alors les oscillogrammes des figures 7c et 7d.

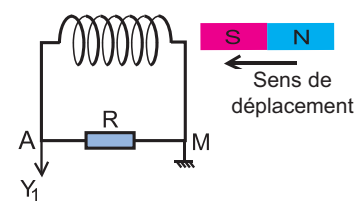


Fig.7a : Le pôle sud de l'aimant s'approche de la bobine

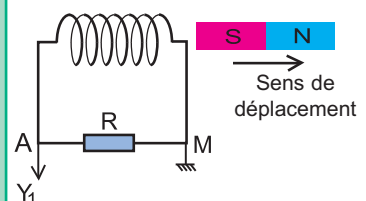


Fig.7b : Le pôle sud de l'aimant s'éloigne de la bobine

Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes 7c et 7d de la figure 7, préciser le signe de u_R dans chacun des cas 7a et 7b ; en déduire dans chaque cas le sens du courant induit parcourant la bobine.

2°) Représenter dans chacun des cas 7a et 7b, le vecteur champ magnétique \vec{b} créé par le courant induit à l'intérieur de la bobine et déduire le nom de la face que la bobine présente à l'aimant.

3°) Identifier, parmi les cas 4a et 4b de l'expérience 2 du paragraphe 1, celui où le courant induit a le même sens que :

- le courant induit du cas présent 7c.
- le courant induit du cas présent 7d.

4°) Montrer que dans chaque cas, le courant induit s'oppose par son sens de circulation dans la bobine, au sens de déplacement de l'aimant ainsi qu'au signe de variation de la valeur du vecteur champ magnétique inducteur à proximité de la bobine

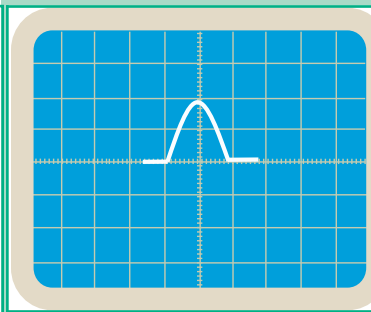


Fig.7c : Oscillogramme relatif à l'expérience 7a.

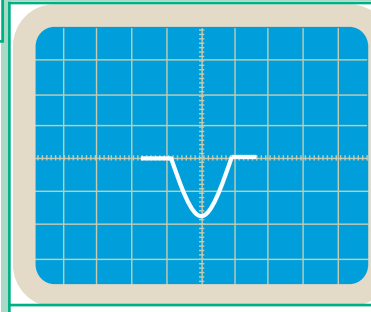


Fig.7d : Oscillogramme relatif à l'expérience 7b.

Interprétation

Lorsqu'on approche le barreau aimanté de la bobine, parallèlement à son grand axe tel que dans le cas 7a (par son pôle sud) ou dans le cas 2a de l'expérience 1 du paragraphe 1.1, le vecteur champ inducteur \vec{B} à l'intérieur de la bobine augmente en valeur mais tout en étant orienté dans un sens ou bien dans l'autre.

Suivant ce sens, le courant induit circule dans la bobine dans un sens ou bien dans l'autre.

Expérience		
Sens de \vec{B}	de l'aimant vers la bobine	de la bobine vers l'aimant
Valeur de \vec{B}	$\ \vec{B}\ $ augmente	
Sens du courant induit	La bobine présente sa face nord au pôle nord de l'aimant	La bobine présente sa face sud au pôle sud de l'aimant
Effets du sens du courant induit	La bobine présente à l'aimant la face de même nom que le pôle de l'aimant qui est de son côté : répulsion bobine-aimant \Updownarrow Ayant le sens contraire de celui de \vec{B} , le vecteur champ \vec{b} créé par le courant induit s'oppose à l'augmentation de $\ \vec{B}\ $.	

Question

Traiter de la même manière le cas 7b précédent et le cas 2b de l'expérience 1 du paragraphe 1.1 où le courant induit est produit par un éloignement de l'aimant par rapport à la bobine et dégager les effets du sens du courant induit.

En effet, comme on vient de dégager que le fait d'approcher l'aimant de la bobine provoque une répulsion aimant-bobine, on montre que le fait d'éloigner l'aimant de la bobine entraîne par contre une attraction aimant-bobine. De même, le fait qu'en éloignant l'aimant de la bobine, la valeur du vecteur champ inducteur \vec{B} à l'intérieur de la bobine diminue, le champ magnétique créé par le courant induit est tel que le vecteur champ \vec{b} prend plutôt le même sens que \vec{B} afin de compenser la diminution de la valeur de ce dernier.

Remarque

Le champ magnétique créé par le courant induit est appelé champ induit.

Conclusion : la loi de Lenz

Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

3 LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'INDUCTION

On sait que la circulation d'un courant électrique dans un circuit fermé demande la présence d'un générateur. Grâce à la f.e.m. (force électromotrice) qu'il possède, ce dernier fournit le courant au circuit extérieur. Cependant, on vient de découvrir que le courant induit est produit sans aucun générateur. Donc, il est dû à une f.e.m. délocalisée ; elle est là, partout dans le circuit induit. Elle prend naissance dans le circuit avec la cause et cesse avec la cause. Si le circuit induit est ouvert, la f.e.m. se manifeste par l'apparition d'une tension à ses bornes. Cette force électromotrice est appelée force électromotrice d'induction ou force électromotrice induite.

4 L'AUTO-INDUCTION

4.1- MISE EN ÉVIDENCE DU PHÉNOMÈNE D'AUTO-INDUCTION

Manipulation

On réalise le montage de la figure 8, comportant deux dérivations ; la première est constituée d'un conducteur ohmique

de résistance ajustable R et d'une lampe L_1 ; la seconde est constituée d'une bobine à noyau de fer doux et d'une lampe L_2 . Les deux lampes sont identiques ; le conducteur ohmique et la bobine ont la même résistance R . En fermant l'interrupteur K , on constate que :

- la lampe L_1 brille tout de suite,
- la lampe L_2 n'atteint son éclat maximal (identique à celui de L_1) qu'avec un retard de quelques millièmes de secondes.

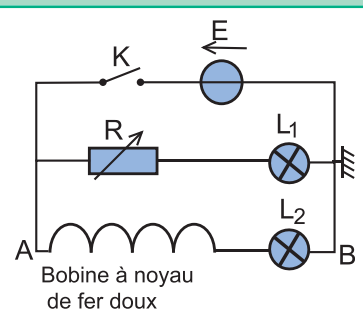


Fig.8 : Schéma du montage

Questions

- 1°) A la fermeture de l'interrupteur K , les deux lampes sont-elles parcourues par des courants électriques de même intensité ?
- 2°) Quelle est l'influence de la bobine sur l'intensité du courant dans la lampe L_2 , lors de la fermeture du circuit ?

Interprétation

Lors de la fermeture de l'interrupteur K , il y a variation de l'intensité du courant électrique dans la bobine de zéro à une valeur I non nulle, et par suite, variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine, celle-ci produit un courant induit qui, conformément à la loi de Lenz, s'oppose à la variation de l'intensité du courant dans la branche AB .

Une telle induction électromagnétique due à une variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine (le circuit induit est lui-même le circuit inducteur) est appelée auto-induction. Dans ce cas particulier, la f.e.m. qui est à l'origine du courant induit est appelée f.e.m. d'auto-induction (ou f.e.m. auto-induite).

Conclusion

Une bobine ne se comporte pas comme un conducteur ohmique. Placée dans un circuit fermé, elle s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique qui y circule.

4.2- LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'AUTO-INDUCTION

Manipulation

On réalise le montage de la figure 9, comportant en série, un résistor de résistance R_0 , une bobine longue (B_1) de résistance r négligeable devant R_0 et un générateur de tension variable (GBF) dont la masse est isolée de la terre (masse flottante).

On relie les points A et C respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe (Fig 10).

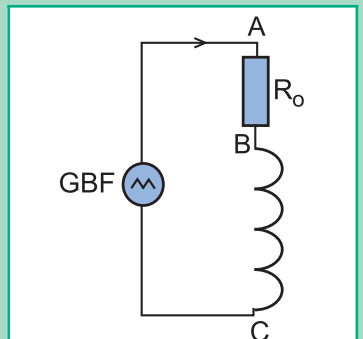


Fig.9 : Schéma du montage

On visualise simultanément la tension u_{AB} aux bornes du résistor sur la voie Y_1 et la tension u_{BC} aux bornes de la bobine (B_1) sur la voie Y_2 de l'oscilloscope au lieu de u_{CB} (Fig.11), et ce en appuyant sur le bouton **INV** de Y_2 .

Questions

1°) Donner les expressions des tensions u_{AB} et u_{BC} .

2°) Par exploitation des oscillogrammes de la figure 11, exprimer les tensions u_{AB} et u_{BC} , entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \frac{T}{2}$, en fonction du temps.

En déduire l'expression de la f.e.m. d'auto-induction en fonction de l'intensité i du courant parcourant la bobine.

Interprétation

Comme celle délivrée aux bornes du générateur BF, la tension u_{AB} aux bornes du résistor est une tension triangulaire (Fig.11). D'après la loi d'Ohm, $u_{AB} = R_0 i$, d'où $i = \frac{u_{AB}}{R_0}$. Donc, le courant débité par le générateur BF dans le circuit extérieur constitué par le résistor de résistance R_0 et la bobine est un courant variable d'intensité $i(t)$ et de forme triangulaire.

Étant parcourue par un courant d'intensité variable i , la bobine est le siège d'une f.e.m. d'auto-induction e . Par conséquent, u_{BC} aux bornes de la bobine s'écrit : $u_{BC} = -e + r i$. En négligeant r devant e on aura : $u_{BC} \simeq -e$.

La forme de l'oscillogramme de la figure 11 montre que u_{BC} est une tension carrée :

- Pour $t \in [nT, nT + \frac{T}{2}]$ avec n entier, $u_{BC} = +U_0$; Donc $e = -U_0$.
- Pour $t \in [nT + \frac{T}{2}, (n+1)T]$, $u_{BC} = -U_0$; Donc $e = +U_0$.

On peut écrire alors : $e = \pm U_0$ (1)

La f.e.m. d'auto-induction e est due aux variations de i .

Quelle relation y a-t-il alors entre e et i ?

Pour établir l'expression de $i(t)$, il suffit d'établir celle de $u_{AB}(t)$:

- Pour $t \in [nT, nT + \frac{T}{2}]$, $u_{AB} = a_1 \cdot t + b_1$. Donc : $i = \frac{u_{AB}}{R_0} = \frac{a_1}{R_0} t + \frac{b_1}{R_0}$.
- Pour $t \in [nT + \frac{T}{2}, (n+1)T]$, $u_{AB} = a_2 \cdot t + b_2$. Donc : $i = \frac{a_2}{R_0} t + \frac{b_2}{R_0}$.

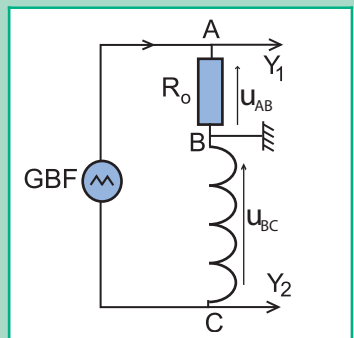


Fig.10 : Schéma du branchement de l'oscilloscope

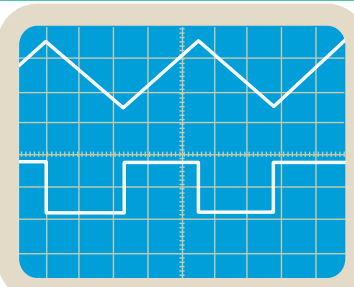


Fig.11 : Oscillogrammes des tensions u_{AB} et u_{BC}

Or $a_2 = -a_1$, il vient : $i = -\frac{a_1}{R_o}t + \frac{b_2}{R_o}$. Donc, $\frac{di}{dt} = \pm \frac{a_1}{R_o}$. (2)

Les équations (1), (2) et la loi de Lenz donnent : $\frac{e}{(\frac{di}{dt})} = -U_o \frac{R_o}{a_1}$.

Ce qui signifie : $e = -L \frac{di}{dt}$, où $L = U_o \frac{R_o}{a_1}$ est une constante positive appelée inductance.

Définition

L'inductance est une grandeur caractérisant l'aptitude d'une bobine à modérer les variations de tout courant électrique qui y circule.

Dans le système international d'unités, l'inductance s'exprime en henry[⊙] (H).

Dans l'expression $(-L \frac{di}{dt})$, le signe (-) traduit la loi de Lenz :

- Quand i croît, $L \frac{di}{dt} > 0$. Donc, $e < 0$: la f.e.m. d'auto-induction s'oppose à l'augmentation de l'intensité du courant.

- Quand i décroît, $L \frac{di}{dt} < 0$. Donc, $e > 0$: la f.e.m. d'auto-induction s'oppose à la diminution de l'intensité du courant.

⊙ Nom dédié au physicien américain Joseph Henry (1797-1878)

Conclusion : Expression de la f.e.m. d'auto-induction

Toute bobine d'inductance L parcourue par un courant électrique d'intensité i variable est le siège d'une force électromotrice appelée force électromotrice auto-induite (ou d'auto-induction) $e = -L \frac{di}{dt}$.

4.3- FACTEURS DONT DÉPEND L'INDUCTANCE D'UNE BOBINE

Manipulation

On refait l'expérience du paragraphe 4.2, mais en fixant la fréquence de la tension d'alimentation à une autre valeur et en utilisant respectivement les bobines (B_1), (B_2), (B_3) et (B_4) :

Bobine	(B_1)	(B_2)	(B_3)	(B_4)
N	500	500	500	250
ℓ (cm)	20	30	20	20
D (cm)	10	10	15	10

N : nombre total de spires,

ℓ : longueur de la bobine,

D : diamètre moyen de la bobine.

En gardant les mêmes sensibilités de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes des figures 12.a, 12.b, 12.c et 12.d correspondant respectivement aux bobines (B_1), (B_2), (B_3) et (B_4).

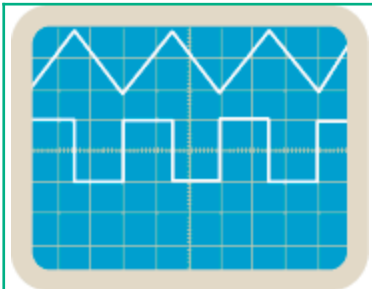


Fig.12a : Oscillogrammes obtenus avec (B₁).

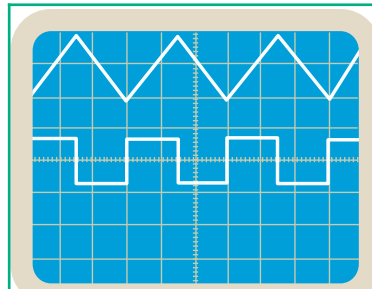


Fig.12b : Oscillogrammes obtenus avec (B₂).

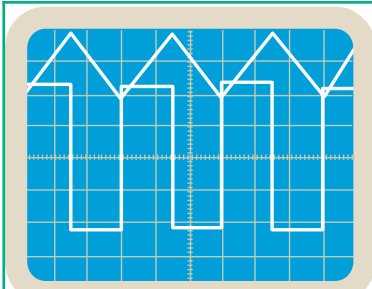


Fig.12c : Oscillogrammes obtenus avec (B₃).

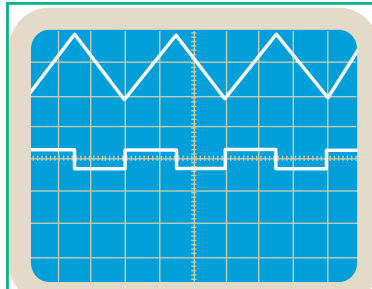


Fig.12d : Oscillogrammes obtenus avec (B₄).

Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes de la figure 12 :

- montrer que l'inductance L de la bobine augmente avec N tandis qu'elle diminue lorsque ℓ augmente.
- déterminer l'influence de la section de la bobine sur son inductance.

2°) Préciser parmi les oscillogrammes de la figure 12 ceux qu'il faut comparer avec les oscillogrammes de la figure 11 pour montrer si l'inductance de la bobine dépend de la fréquence du GBF.

Conclusion

L'inductance d'une bobine ne dépend que de ses caractéristiques géométriques, à savoir le nombre total de spires, la longueur et la section moyenne, d'où sa qualification d'inductance propre.

Remarques

- Les bobines usuelles ont une inductance nettement inférieure à 1 H.

Exemple : - un solénoïde de 150 spires, de 15 cm de longueur et de 3 cm de diamètre a une inductance $L = 140 \mu\text{H}$,

- L'introduction d'un barreau de fer doux dans un solénoïde fait augmenter la valeur de son inductance L . Mais, dans ces conditions, l'expression $e = -L \frac{di}{dt}$ n'est plus valable.

- Du fait que la f.e.m. auto-induite est due à l'inductance L de la bobine, toute bobine d'inductance L non nulle est qualifiée de bobine inductive. Si en plus, sa résistance est nulle, elle est dite purement inductive.

4.4- RELATION ENTRE LA TENSION AUX BORNES D'UNE BOBINE ET L'INTENSITÉ DU COURANT QUI Y CIRULE

Symbole d'une bobine

La bobine, étant caractérisée par une inductance L et une résistance interne r (Fig.13a), on lui attribue comme symbole celui de la figure 13.a. Ce symbole peut être normalisé comme dans la figure 13.b.

Modèle équivalent

Le dipôle bobine AB, d'inductance L et de résistance r (Fig.14a), siège d'une f.e.m. d'auto-induction e , est équivalent à l'association en série d'un générateur, de f.e.m. e et d'un résistor de résistance r . (Fig.14b)

Tension aux bornes de la bobine

En choisissant comme sens positif du courant parcourant la bobine le sens orienté de A vers B, la tension u_{AB} s'écrit :

$$u_{AB} = u_{AC} + u_{CB}.$$

Par application de la loi d'Ohm :

$$u_{AB} = -e + r i. \text{ Or, } e = -L \frac{di}{dt}. \text{ donc : } u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i$$

Remarque

Pour une variation très brusque de l'intensité i du courant électrique (coupure de courant par exemple), le terme $L \frac{di}{dt}$ l'emporte sur le terme ri . Par conséquent, la tension aux bornes de la bobine devient pratiquement égale à $L \frac{di}{dt}$.

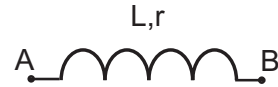


Fig.13a : Symbole d'une bobine

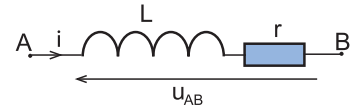


Fig.13b : Modèle équivalent

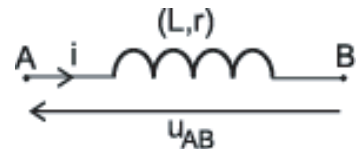


Fig.14a : Tension aux bornes d'une bobine.

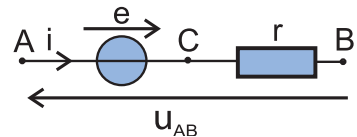


Fig.14b : Modèle équivalent

5 ÉNERGIE MAGNÉTIQUE EMMAGASINÉE DANS UNE BOBINE

Manipulation

On réalise le montage de la figure 15 qui comporte une bobine (B) d'inductance $L = 10 \text{ mH}$ (bobine de 500 spires par exemple) et de résistance interne r , un générateur de tension de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$, une diode D , un condensateur de capacité C ($C = 5 \mu\text{F}$), un voltmètre numérique et un milliampèremètre. Initialement, le voltmètre et le milliampèremètre n'indiquent rien. Quand on ferme l'interrupteur K , le milliampèremètre indique la circulation d'un courant continu d'intensité $I = 240 \text{ mA}$ tandis que le voltmètre indique toujours une tension nulle aux bornes du condensateur. Après l'ouverture de l'interrupteur K , on constate que le voltmètre indique une tension u_{AM} négative.

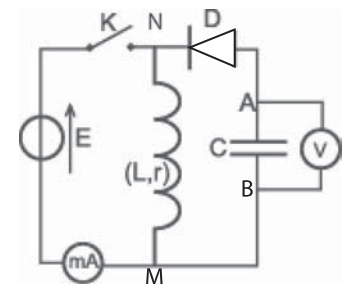


Fig.15 : Schéma du montage

Questions

- 1°) Lorsque le circuit est fermé, la diode est-elle passante ? justifier la réponse.
- 2°) Déterminer la résistance interne r de la bobine.
- 3°) Interpréter l'apparition de la tension négative u_{AM} aux bornes du condensateur après l'ouverture de l'interrupteur K et justifier l'utilisation du voltmètre numérique.
- 4°) Montrer que la bobine emmagasine de l'énergie quand K est fermé.
- 5°) Préciser l'importance de la diode dans un circuit renfermant une bobine.

Interprétation

Initialement, les appareils de mesure utilisés dans le montage réalisé (Fig.15) n'indiquent rien parce que le condensateur ne porte aucune charge et le générateur d'alimentation est en circuit ouvert.

En fermant l'interrupteur K , la diode montée en inverse va empêcher tout courant de circuler dans la maille renfermant le condensateur; celui-ci reste déchargé.

En choisissant le sens allant de N vers M à travers la bobine comme sens positif du courant, la tension entre ses bornes s'écrit :

$$u_{NM} = ri + L \frac{di}{dt}$$

Or, le courant débité par le générateur de tension dans la bobine est continu. (d'intensité $I = 240$ mA dans le cas particulier étudié). Donc, $\frac{di}{dt} = 0$, d'où $u_{NM} = ri$, ce qui signifie qu'en régime permanent, l'énergie mise en jeu par la bobine est une énergie consommée par effet Joule.

L'apparition d'une tension négative u_{AB} aux bornes du condensateur après ouverture de K ne peut s'expliquer que par une opération de charge due à la circulation d'un courant induit bref dans le même sens que le courant permanent qui circulait dans la bobine avant l'ouverture de K , ce qui est bien en accord avec la loi de Lenz. En d'autres termes, l'énergie électrique stockée par le condensateur est de l'énergie restituée par la bobine.

Mais, d'où provient celle-ci si la bobine ne fait que consommer de l'énergie par effet Joule, en régime permanent ?

En fait, à la fermeture de l'interrupteur K , l'intensité du courant passe rapidement de la valeur zéro à la valeur constante I , ce qui produit un phénomène d'auto-induction au niveau de la bobine : La puissance instantanée reçue par la bobine s'écrit :

$$p = + u_{NM} \cdot i, \text{ ce qui donne : } p = r \cdot i^2 + Li \frac{di}{dt}$$

La puissance $r.i^2$, toujours positive, est la puissance consommée par effet Joule. La puissance $L.i.\frac{di}{dt}$ est algébrique.

Toutefois, au cours de la fermeture du circuit, elle ne peut être que positive car i et $\frac{di}{dt}$ sont de même signe. Donc, la bobine ne dissipe pas toute l'énergie qu'elle reçoit du générateur par effet Joule, elle en emmagasine une partie sous une forme qualifiée comme étant magnétique.

On montre[⊙] que l'énergie magnétique emmagasinée dans

une bobine d'inductance L s'écrit : $E_L = \frac{1}{2}L.i^2$.

Si $|i|$ diminue, $p_L = L.\frac{di}{dt}$ diminue, ce qui signifie que l'énergie magnétique diminue : la bobine restitue à l'extérieur un peu de l'énergie qu'elle a emmagasinée avec l'augmentation de $|i|$, elle joue ainsi le rôle de générateur.

C'est exactement ce qui se passe lors de l'ouverture du circuit ou i passe de la valeur I à zéro : la bobine restitue toute son énergie magnétique au condensateur qui la stocke à son tour sous forme d'énergie potentielle électrique, car telle qu'elle est branchée, la diode l'empêche de se décharger dans la bobine.

Conclusion

Tant qu'elle est parcourue par un courant électrique, la bobine inductive est un réservoir d'énergie dite magnétique.

Remarque

L'énergie magnétique ne peut rester stockée dans une bobine en l'absence de courant. Par contre, l'énergie potentielle électrique reste stockée dans le condensateur même hors circuit. Donc, le condensateur est un réservoir permanent d'énergie, tandis que la bobine en est un réservoir temporaire.

Exemple de manifestation de l'énergie magnétique

L'étincelle de rupture

Étant liée à l'intensité du courant circulant dans la bobine, l'énergie magnétique qui y est emmagasinée se trouve cédée brusquement à l'extérieur lors de l'ouverture du circuit de la bobine : du fait que la durée de transfert est très courte (de l'ordre de 1ms), dans ce cas où le courant est continu, la f.e.m. d'auto-induction peut faire apparaître une tension très élevée aux bornes de la bobine, suffisante pour créer un champ électrique important entre les contacts de l'interrupteur. Ce champ électrique ionise des molécules de l'air et provoque des étincelles appelées étincelles de rupture.

$$\odot p = ri^2 + Li\frac{di}{dt} = ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

∞ri^2 : puissance dissipée par effet Joule

$\infty \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$: puissance magnétique p_L

$$\text{Or } p_L = \frac{dE_L}{dt}$$

$$\text{Donc, } E_L = \frac{1}{2}L.i^2$$

Ces étincelles de rupture peuvent être dangereuses. Par conséquent, il faut prendre les précautions nécessaires dans tout montage comportant une ou plusieurs bobines, surtout en courant continu. Pour les éviter, on peut insérer dans le montage, des condensateurs par exemple afin d'y récupérer l'énergie magnétique transférée lors de toute rupture de courant (accidentelle ou non). Par contre, l'énergie magnétique transférée par une bobine à l'environnement lors d'une variation brusque de l'intensité du courant est exploitée dans le fonctionnement de plusieurs appareils

Exemples : Allumeur électrique de cuisinières à gaz, dispositif de soudage par arc électrique, dispositif d'amorçage de tube néon...

6 APPLICATIONS DE L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Les applications de l'induction électromagnétique sont très nombreuses. Ici, on cite essentiellement les alternateurs qui sont utilisés pour la production du courant électrique alternatif et les transformateurs pour élever ou abaisser une tension alternative.

6.1- LES ALTERNATEURS

Un alternateur est un appareil qui transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique. La production d'électricité par l'alternateur est liée à la variation du champ magnétique dans lequel baigne le circuit induit. Il existe deux types d'alternateurs: l'alternateur à induit mobile et l'alternateur à induit fixe. Comme celui d'une centrale thermique ou nucléaire, l'alternateur d'une voiture par exemple (Fig.16) est à induit fixe (le stator). L'inducteur est un aimant cylindrique multipolaire (le rotor). La rotation de l'aimant fait apparaître au niveau du circuit induit (bobinage sur la partie fixe) une f.e.m. induite. La fréquence de la tension alternative produite par l'alternateur est liée à la fréquence de rotation de l'inducteur.

6.2- LES TRANSFORMATEURS

Comme on a vu en deuxième année secondaire, le transformateur (Fig.17) est un quadripôle qui permet d'abaisser ou d'augmenter une tension alternative. Son principe de fonctionnement est basé sur le phénomène d'induction électromagnétique. En effet, les variations de l'intensité du courant dans le circuit primaire font apparaître au niveau du circuit secondaire une f.e.m. induite. Ainsi, on comprend pourquoi, les transformateurs ne peuvent fonctionner qu'en courant alternatif ; en courant continu, le primaire créerait un champ magnétique constant au cours du temps. Par conséquent, il ne pourrait rien induire dans le secondaire.



Fig.16 : Alternateur d'une voiture



Fig.17 : Transformateur

LE DIPÔLE RL

On appelle dipôle RL l'association en série d'une bobine d'inductance L , de résistance r et d'un résistor de résistance R_0 , R étant la résistance totale R_0+r du dipôle.

1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RL À UN ÉCHELON DE TENSION

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

Avec un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6\text{ V}$, une bobine d'inductance $L = 0,1\text{ H}$ et de résistance $r = 10\ \Omega$, un résistor de résistance $R_0 = 40\ \Omega$, une diode D et un interrupteur K , on réalise le montage schématisé sur la figure 18. Puis, on relie les points A et B du circuit respectivement aux entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope à mémoire, (ou à une interface d'acquisition informatique de données).

En fermant l'interrupteur K , on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les chronogrammes (1) et (2) de la figure 19.

Questions

- 1°) La réponse visualisée du dipôle RL à un échelon de tension représente une intensité d'un courant qu'on demande d'identifier.
- 2°) Identifier parmi les chronogrammes (1) et (2) celui qui représente l'intensité $i(t)$ du courant électrique circulant dans la bobine.
- 3°) Déterminer graphiquement la valeur maximale I_0 de l'intensité du courant qui s'établit dans le dipôle RL et la comparer à la valeur E/R .
- 4°) Quelle est la raison pour laquelle le courant continu s'établit dans la bobine avec un certain retard par rapport à l'instant de fermeture du circuit ?
- 5°) Quelle serait l'allure de $u_{BM}(t)$ ainsi que sa valeur maximale si la résistance interne de la bobine était nulle ?
- 6°) Quel est le rôle de la diode D insérée dans le montage de la figure 18 ?

Interprétation

Dès que l'on ferme l'interrupteur K , il s'établit instantanément aux bornes A et M du dipôle RL une tension $U_{AM} = E$, tandis que la tension u_{R_0} (chronogramme 2) augmente progressivement à partir de zéro jusqu'à atteindre, au bout d'une fraction de seconde, une valeur U_0 inférieure à E : c'est le régime transitoire.

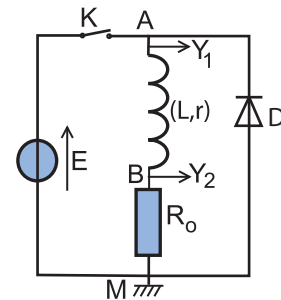


Fig.18 : Schéma du montage

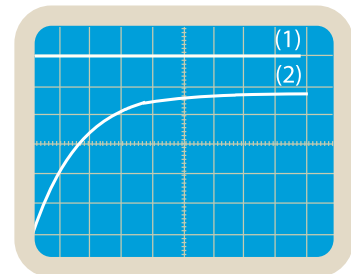


Fig.19 : Oscillogrammes des tensions u_{AM} et u_{BM}

Une fois, u_{R_0} devient égale à U_0 , elle reste constante : c'est le régime permanent (Fig.20).

En prenant comme sens positif du courant le sens orienté de B vers M (Fig.18), on a $u_{BM} = u_{R_0} = R_0.i$, ce qui signifie $i = \frac{u_{R_0}}{R_0}$.

Donc, la courbe représentant $u_{BM}(t)$ traduit bien l'évolution de l'intensité i du courant parcourant la bobine. On déduit alors de son allure que le courant continu d'intensité $I_0 = \frac{U_0}{R_0}$ ne s'établit pas instantanément dans la bobine.

Le retard (ou le régime transitoire) est dû à la bobine qui s'oppose à la variation de i de zéro à la valeur I_0 , grâce à la f.e.m. auto-induite qui y naît avec la fermeture du circuit.

Ayant les valeurs de E , r et R_0 , on peut constater que $I_0 = \frac{E}{R}$, ce qui signifie qu'en régime permanent, on a aux bornes du dipôle RL : $u_{AM} = E = rI + R_0I$. Or $R_0I = u_{R_0}$, ce qui donne $u_{AB} = rI$. Alors, en régime permanent, la bobine n'est plus le siège d'une f.e.m. d'auto-induction ; elle se comporte alors comme un résistor de résistance égale à sa résistance interne r . Si $r = 0$, $u_{AB} = 0$. Or $u_{AB} + u_{BM} = E$, d'où $u_{R_0} = u_{BM} = E$.

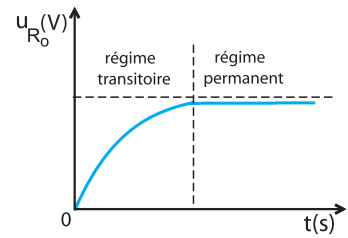


Fig.20 : Evolution de u_{R_0} au cours du temps

Conclusion

La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension E est un courant continu d'intensité $I_0 = \frac{E}{R}$. Celui-ci ne s'établit pas instantanément à cause de l'inductance L de la bobine. Autrement dit, la bobine s'oppose à l'établissement du courant électrique dans la portion de circuit où elle se trouve insérée.

1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

En régime transitoire et durant l'établissement du courant, en réponse à l'échelon de tension, le circuit de la figure 18 est équivalent à celui de la figure 21.

La loi des mailles s'écrit : $u_{AB} + u_{BM} - E = 0$

On obtient ainsi : $u_{AB} + u_{BM} = E$ (1)

Avec le sens positif choisi pour le courant électrique, la tension aux bornes de la bobine d'inductance L et de résistance interne r s'écrit : $u_{AB} = L \frac{di}{dt} + ri$.

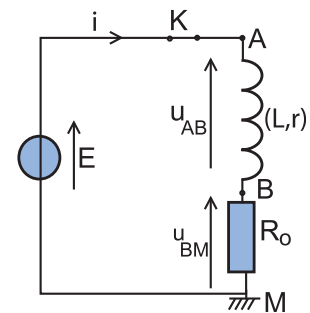


Fig.21 : Dipôle RL soumis à un échelon de tension

La tension aux bornes du résistor s'écrit : $u_{BM} = R_o \cdot i$

L'équation (1) devient : $L \frac{di}{dt} + Ri = E$ (2), avec $R = R_o + r$

En divisant par L, on obtient : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$.

La même équation peut s'écrire : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$ (3), avec $\tau = \frac{L}{R}$

Cette équation différentielle régit l'évolution dans le temps de l'intensité i du courant circulant dans le dipôle RL soumis à un échelon de tension E .

Expression de l'intensité du courant

La forme de l'équation différentielle (3) à coefficients constants et à second membre non nul est semblable à celle de l'équation différentielle $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$ (équation (1) de la page 22) régissant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension E .

La solution de l'équation différentielle (3) en $i(t)$ peut être proposée sous la forme : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ où A , B et α sont des constantes à déterminer.

À $t = 0$, aucun courant ne circule dans le circuit, donc $i(t = 0) = A + B = 0$ d'où $A = -B$. Il vient : $i(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$.

Par suite, la dérivée, par rapport au temps de $i(t)$ s'écrit :

$$\frac{di}{dt} = -\alpha A \cdot e^{-\alpha t}$$

En remplaçant $i(t)$ et $\frac{di}{dt}$ par leur expression dans l'équation différentielle (3), on obtient : $Ae^{-\alpha t} \left[\frac{1}{\tau} - \alpha \right] - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$ (4)

Lorsque t tend vers l'infini, $e^{-\alpha t}$ tend vers zéro et l'équation (4) donne : $-\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$, d'où $A = -\frac{E}{R}$.

D'autre part, on a : $Ae^{-\alpha t} \left(\frac{1}{\tau} - \alpha \right) = 0$ quel que soit t .

Donc, $\frac{1}{\tau} - \alpha = 0$, ce qui signifie $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$\text{D'où, } i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}$$

La courbe représentant $i(t)$ est celle de la figure 22 (courbe pouvant être tracée à l'ordinateur avec un logiciel approprié).

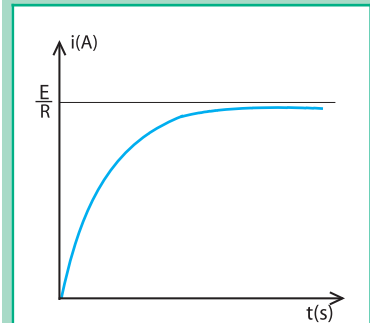


Fig.22 : Evolution de l'intensité du courant au cours du temps.

Conclusion

La réponse d'un dipôle RL en courant est constituée de deux régimes: un régime transitoire au cours duquel l'intensité augmente en exponentielle à partir de la valeur zéro en tendant vers la valeur $I_0 = \frac{E}{R}$ et un régime permanent caractérisé par un courant continu d'intensité I_0 .

Équation de la tension aux bornes de la bobine

La tension aux bornes de la bobine s'écrit :

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i. \text{ Or } i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \text{ on a donc :}$$

$$u_{AB} = L \frac{E}{R\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Avec un logiciel approprié, le tracé de $u_{AB}(t)$ à l'ordinateur donne la courbe de la figure 23 avec :

$$u_{AB}(0) = E$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{AB} = \frac{r}{R} E$$

Remarque

Si $r = 0$, $u_{AB} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$. Dans ces conditions $\lim_{t \rightarrow \infty} u_{AB} = 0$

Questions

1°) Reprendre le schéma du montage de la figure 18 et y introduire les modifications de branchement indispensables à la visualisation de la tension u_{AB} aux bornes de la bobine au lieu de celle aux bornes du résistor.

2°) Refaire l'expérience et vérifier que la courbe $u_{AB}(t)$ enregistrée à l'écran de l'oscilloscope est la même que la courbe théorique de la figure 23.

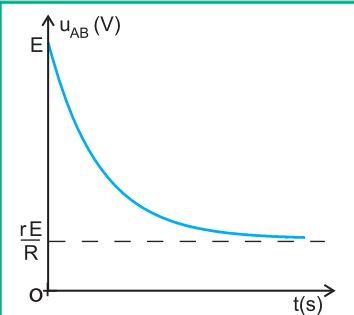


Fig.23 : Evolution de u_{AB} au cours du temps.

Conclusion

Quand on soumet un dipôle RL à un échelon de tension E , il apparaît instantanément aux bornes de la bobine une tension égale à E mais qui décroît selon un régime transitoire pour s'annuler si la résistance de la bobine est nulle.

2 LA RUPTURE DU COURANT DANS UN DIPÔLE RL

2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On reprend le montage de la figure 18 tel quel. Le régime permanent y étant établi, on ouvre l'interrupteur K. L'oscilloscope enregistre alors le seul chronogramme de la figure 24.

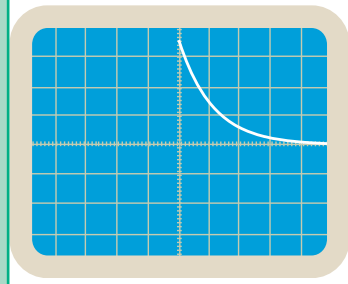


Fig.24 : Oscillogramme de u_{R_0}

Questions

- 1°) Expliquer l'allure de la courbe de la tension u_{R_0} .
- 2°) La rupture du courant dans le circuit est-elle instantanée ? Pourquoi ?
- 3°) Que se passerait-il au niveau de l'interrupteur K s'il n'y avait pas de diode ?

Interprétation

Lorsque le circuit est fermé, en régime permanent, la tension aux bornes du dipôle RL est $u_{AM} = E = R I$, $u_{BM} = R_0 I$ et la diode n'est pas passante.

Lorsqu'on ouvre K, le courant ne s'annule pas instantanément à cause de la bobine qui s'oppose à toute variation de l'intensité du courant avec la f.e.m. auto-induite dont elle est le siège. Celle-ci produit dans le circuit formé par la bobine, le résistor et la diode, un courant transitoire qui, d'après la loi de Lenz, va circuler dans le même sens que celui établi avant la rupture.

Remarque

En l'absence de la diode, il apparaîtra aux bornes du dipôle RL une tension élevée qui provoquera au niveau de l'interrupteur K une étincelle de rupture. Par conséquent, comme il a été signalé précédemment (paragraphe 5 de la première partie du présent chapitre, page 54) il faut absolument éviter de réaliser de telles expériences sans la diode (surtout avec une bobine de grande inductance).

Exemple : Avec $L = 1 \text{ H}$, $I = 500 \text{ mA}$,

$$e = -L \frac{di}{dt} \simeq -L \frac{\Delta i}{\Delta t}. \quad \Delta t \simeq 1 \text{ ms}, \text{ ce qui donne } e \simeq 500 \text{ V} !$$

Conclusion

Lors de la rupture du courant dans un circuit comportant une bobine, celle-ci a pour effet d'assurer la continuité du courant électrique par une annulation progressive de son intensité.

2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

En ouvrant l'interrupteur K, le circuit de la figure 18 devient équivalent à celui de la figure 25 où le résistor, la bobine et la diode forment ensemble un circuit série.

La loi des mailles s'écrit : $u_{AB} + u_{BM} = 0$ (1)

avec le sens positif choisi pour le courant (Fig.25), on a :

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r.i \text{ et } u_{BM} = R_o.i$$

La relation (1) devient : $L \frac{di}{dt} + R.i = 0$ avec $R = R_o + r$.

D'où $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = 0$ (2), avec $\tau = \frac{L}{R}$: équation différentielle

en i à coefficients constants et à second membre nul, elle admet une solution de la forme : $i(t) = A.e^{-\alpha t}$ où les valeurs des coefficients constants A et α sont déterminées par les conditions initiales.

A $t = 0$, $i(0) = I_0$. Or, juste à l'ouverture du circuit ($t = 0$), on a :

$$I_0 = \frac{E}{R}. \text{ Donc, } A = \frac{E}{R}$$

On remplace $i(t)$ par son expression dans l'équation différentielle (2) et par identification, on écrit :

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0, \text{ d'où } A e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right) = 0 \quad \forall t.$$

Donc $\alpha = \frac{1}{\tau}$. D'où $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $R = R_o + r$ et $\tau = \frac{L}{R}$

Le tracé de la courbe avec un logiciel approprié donne le graphique de la figure 26.

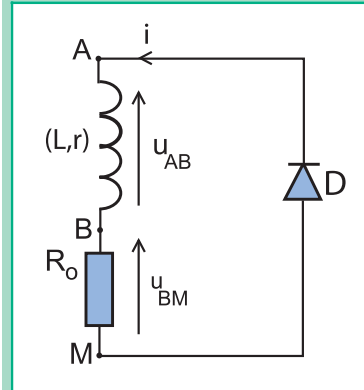


Fig.25 : Schéma du montage

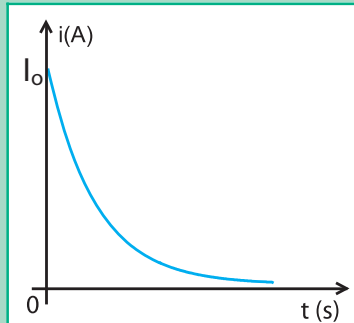


Fig.26 : Evolution de l'intensité du courant au cours du temps

Questions

1°) Montrer par deux méthodes différentes que, lors de la rupture du courant dans le dipôle RL du circuit schématisé dans la figure 25, la tension aux bornes de la bobine évolue selon la loi :

$$u_{AB} = \left(\frac{r}{R} - 1\right) E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2°) Vérifier à l'ordinateur que la courbe d'évolution de u_{AB} est celle de la figure 27.

3°) Comparer la valeur de u_{AB} à $t = 0$ avec la valeur qu'elle avait juste avant l'ouverture du circuit et en déduire que si $r = 0$, u_{AB} passe de zéro à la valeur $(-E)$.

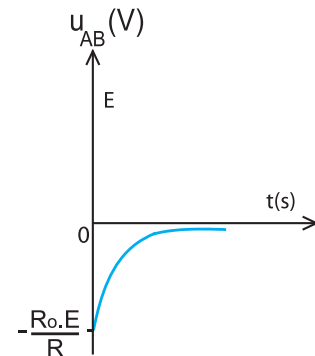


Fig.27 : Evolution de u_{AB} au cours du temps

3 INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RL SUR LE RÉGIME TRANSITOIRE

3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE TOTALE R

Manipulation

On reprend le montage de la figure 18 afin de visualiser de nouveau la réponse du dipôle RL en courant avec différentes valeurs de R.

En établissant plusieurs fois le régime permanent du dipôle RL avec des valeurs différentes de R et ce en remplaçant à chaque fois le résistor par un autre de résistance R_0 différente de celle du précédent, on obtient la série d'oscillogrammes de la figure 28, visualisés avec $L = 0,2 \text{ H}$ et respectivement pour $R_1 = 210 \ \Omega$; $R_2 = 230 \ \Omega$, $R_3 = 270 \ \Omega$ et $R_4 = 350 \ \Omega$, les sensibilités étant réglées comme suit : horizontalement : 1 ms/div et verticalement : 1 V/div.

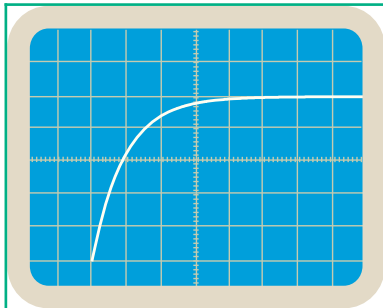


Fig.28a : $R_1 = 210 \ \Omega$

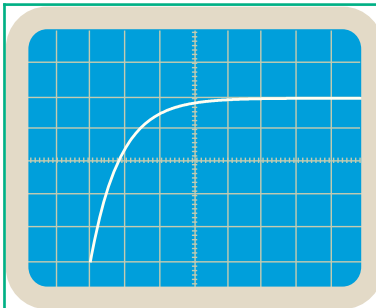


Fig.28b : $R_2 = 230 \ \Omega$

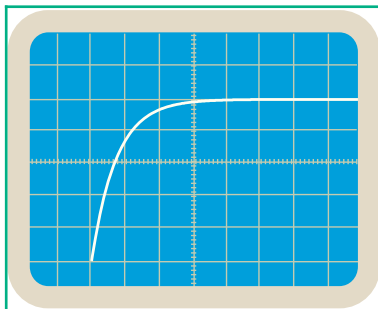


Fig.28c : $R_3 = 270 \ \Omega$

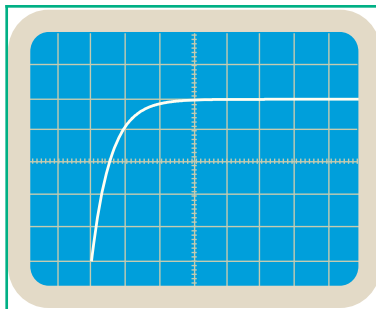


Fig.28d : $R_4 = 350 \ \Omega$

Questions

1°) Dresser un tableau consignnant les durées t au bout desquelles u_{R_0} atteint une valeur arbitraire 4 V par exemple.

R (Ω)	210	230	270	350
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance totale R sur la durée t écoulée pour que u_{R_0} atteigne la valeur $4V$.
- montrer que la durée t est inversement proportionnelle à R .

3.2- INFLUENCE DE L'INDUCTANCE L

Manipulation

On refait la même expérience, mais cette fois, avec une bobine d'inductance L réglable[⊙]. En faisant varier L , on change éventuellement le résistor de résistance R_0 dans le but de maintenir $R = R_0 + r$ constante.

On obtient la série d'oscillogrammes de la figure 29, visualisés avec $R = 210 \Omega$ et respectivement pour :

$L_1 = 0,10 \text{ H}$; $L_2 = 0,13 \text{ H}$, $L_3 = 0,15 \text{ H}$ et $L_4 = 0,20 \text{ H}$, les sensibilités étant réglées comme suit :

horizontalement : $0,5 \text{ ms/div}$ et verticalement : 1 V/div

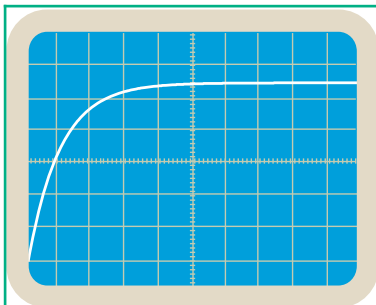


Fig.29a : $L = 0,10 \text{ H}$

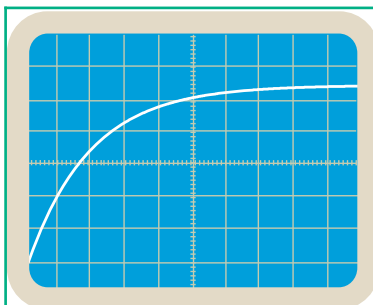


Fig.29b : $L = 0,13 \text{ H}$

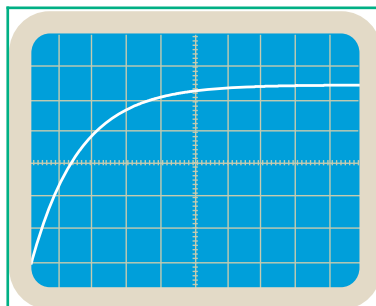


Fig.29c : $L = 0,15 \text{ H}$

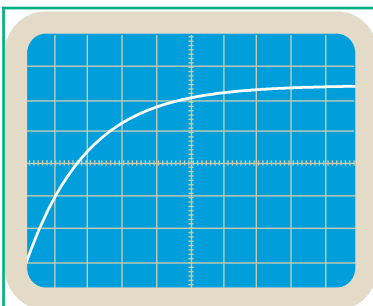


Fig.29d : $L = 0,20 \text{ H}$

Questions

1°) a) Dresser un tableau consignnant les durées t au bout desquelles u_{R_0} atteint la valeur 4 V par exemple.

L (H)	0,10	0,13	0,15	0,20
t (ms)				

⊙ Bobine dépourvue de tout noyau de fer doux

b) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de l'inductance L de la bobine sur la durée t au bout de laquelle la tension u_{R_0} atteint la valeur 4 V.
- montrer que la durée t est proportionnelle à L .

3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RL

Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de l'intensité i du courant établi dans le circuit RL est atteinte au bout d'une durée t :

- proportionnelle à L , lorsque la résistance totale R n'est pas changée.
- inversement proportionnelle à R , lorsque l'inductance L n'est pas modifiée.

Donc, la durée d'établissement du courant dans le circuit est proportionnelle au quotient $\frac{L}{R}$.

De ce fait, le quotient $\frac{L}{R}$ est appelé constante de temps du dipôle RL ; on la note τ .

Remarque

On sait que la résistance R a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et que L a celle de $\frac{U.t}{I}$.
Donc le quotient $\frac{L}{R}$ a la dimension d'un temps, ce qui justifie encore son appellation de constante de temps.

$$\tau = \frac{L}{R} : \text{constante de temps}$$

Définition

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RL, elle renseigne sur le retard avec lequel s'établit le régime permanent ou la rupture du courant dans le dipôle.

τ ayant la dimension d'un temps, elle s'exprime en secondes.

Détermination de la constante de temps

Les méthodes possibles pour déterminer la constante de temps sont les mêmes que celles utilisées dans le cas du dipôle RC.

► Par calcul direct

Connaissant les valeurs de L et de R , on peut calculer directement la valeur de la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$.

► Détermination graphique (1^{ère} méthode)

Sur la courbe de $i(t)$ représentant l'établissement du régime permanent, on trace la tangente au point d'abscisse $t = 0$ s.

L'abscisse du point d'intersection de la tangente avec l'asymptote $I_o = \frac{E}{R}$ est τ . (Fig.30)

Justification :

L'équation de la tangente à la courbe $i = f(t)$ à $t = 0$ est $i = k t$, k étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par

$$k = \frac{di}{dt}(t = 0) = \frac{I_o}{\tau}$$

Ainsi, l'équation de la tangente à la courbe $i=f(t)$ à $t=0$ a pour équation : $i(t) = \frac{I_o}{\tau} t$

L'intersection de la tangente avec l'asymptote correspond donc

$$\text{à } i(t) = \frac{I_o}{\tau} t = I_o, \text{ d'où } t = \tau.$$

Remarque

La même méthode de détermination graphique de τ s'applique à la courbe $i(t)$ relative à la rupture du courant. En effet, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse τ (Fig.31).

► **Détermination graphique (2^{ème} méthode)**

En remplaçant t par τ dans l'expression de $i(t)$ représentant l'établissement du régime permanent, on obtient :

$$i(\tau) = \frac{E}{R}(1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{E}{R}$$

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe $i(t)$ d'ordonnée $0,63 \frac{E}{R}$, on obtient la valeur de τ (Fig.32).

Dans le cas de la rupture du courant dans le dipôle RL, en remplaçant t par τ dans l'expression de $i(t)$, on obtient :

$$i(\tau) = \frac{E}{R}e^{-1} = 0,37 \frac{E}{R}.$$

τ est alors l'abscisse du point de la courbe représentant $i(t)$ d'ordonnée $0,37 \frac{E}{R}$ (Fig.33).

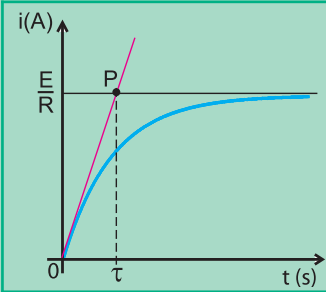


Fig.30 : Détermination graphique de la constante de temps.

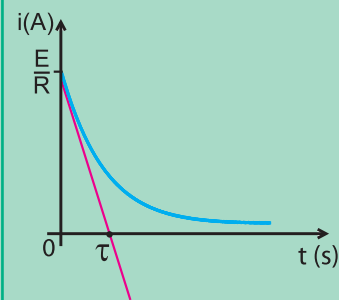


Fig.31 : Détermination graphique de la constante de temps.

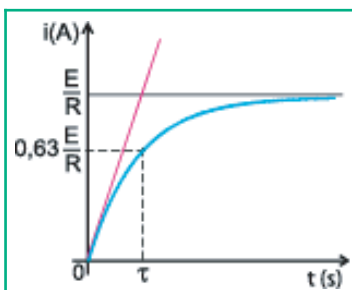


Fig.32 : Autre méthode de détermination graphique de τ

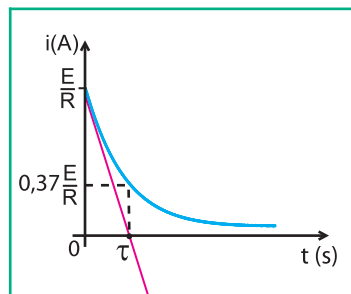


Fig.33 : Autre méthode de détermination graphique de τ

L'essentiel

- Une bobine est un dipôle électrocinétique constitué généralement par un enroulement cylindrique dans le même sens, de fil conducteur recouvert d'une gaine isolante.
- Toute variation de champ magnétique à proximité d'une bobine en circuit fermé produit un courant électrique appelé courant induit.
- Loi de Lenz : Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

- Tout courant induit est dû à une f.e.m. délocalisée appelée f.e.m. d'induction.
- Toute bobine parcourue par un courant variable d'intensité i est le siège d'une

f.e.m. d'auto-induction : $e = -L \frac{di}{dt}$, où L est l'inductance de la bobine.

- L'auto-induction traduit l'opposition d'une bobine à toute variation de courant.
- Pour une bobine d'inductance L , de résistance interne r , parcourue de sa borne A à sa borne B par un courant variable d'intensité i , la tension à ses bornes s'écrit:

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + ri$$

- L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine parcourue par un courant d'intensité i s'exprime :

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

- L'inductance d'une bobine est une grandeur caractérisant sa faculté d'emmagasiner de l'énergie magnétique.

- Etant liée à l'intensité du courant, l'énergie magnétique stockée par une bobine est transférée à l'extérieur du circuit avec la rupture du courant.

- Un dipôle RL soumis à un échelon de tension de valeur E est parcouru par un courant continu qui ne s'établit pas brusquement, mais à la suite d'un régime transitoire,

selon la loi : $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ où $\tau = \frac{L}{R}$ est la constante de temps du dipôle RL.

- Lors de la rupture du courant dans un circuit comportant une bobine, l'intensité i du courant ne s'annule pas brusquement, mais en diminuant de manière continue selon la loi :

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Un circuit série comporte un générateur maintenant entre ses bornes une tension constante E de 6 V, un interrupteur K , une bobine d'inductance L et de résistance interne r et un résistor de résistance $R_0 = 140 \Omega$.

Afin d'étudier l'évolution de l'intensité du courant susceptible de circuler dans le circuit, on utilise un oscilloscope à mémoire.

En fermant l'interrupteur K , on obtient l'oscillogramme de la figure 1, les sensibilités horizontale et verticale étant réglées respectivement à 2ms/div et 1V/div.

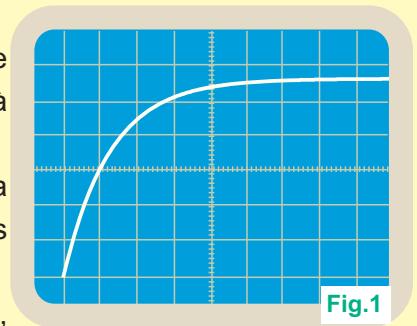


Fig.1

- 1°) - Préciser parmi les schémas (1) et (2) de la figure 2, celui du montage qui a servi à l'enregistrement de l'oscillogramme de la figure 1.
- Y ajouter les connexions faites avec l'oscilloscope.

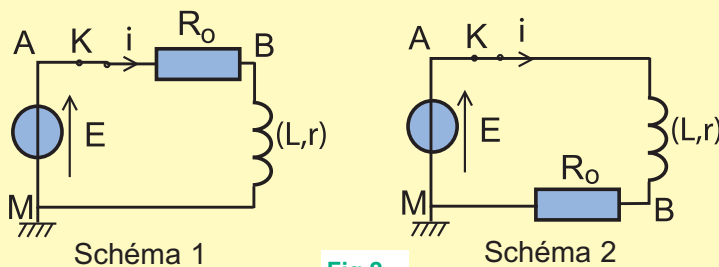


Fig.2

2°) Expliquer qualitativement l'allure de l'oscillogramme de la figure 1.

3°) a) Montrer que la tension u aux bornes du résistor est régie par l'équation différentielle

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{R_0}{L}E, \text{ où } \tau = \frac{L}{R} \text{ avec } R = R_0 + r$$

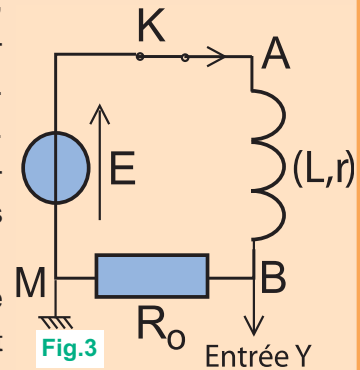
b) Sachant que cette équation admet comme solution : $u = Ae^{-\alpha t} + B$, déterminer les constantes A, B et α .

4°) Déterminer graphiquement les valeurs de τ , r et L .

5°) Dédire de l'expression de u , celle de l'intensité i du courant parcourant le dipôle RL.

SOLUTION

1°) Avec un oscilloscope, on ne peut visualiser directement que les tensions électriques. Pour visualiser l'évolution temporelle de l'intensité i d'un courant, il faut une tension proportionnelle à i . Donc, il faut brancher l'oscilloscope aux bornes du résistor de résistance R_0 où $u = R_0 \cdot i$. Pour ce faire, le résistor doit avoir une borne reliée à la masse. Donc, le schéma du montage avec lequel est visualisée la tension u est le schéma 2 en reliant le point B à l'une des entrées de l'oscilloscope (Fig.3).



2°) La tension u est liée à l'intensité i du courant débité par le générateur dans le circuit par la relation $u = R_0 \cdot i$. Or, i ne peut augmenter que progressivement à cause de la bobine qui s'oppose à sa variation, ce qui explique l'allure de la courbe représentant l'évolution de u au cours du temps.

3°a) Pour le circuit série réalisé, la loi des mailles s'écrit : $u_{AB} + u_{BM} + u_{MA} = 0$ ce qui signifie $u_{BM} + u_{AB} = u_{AM}$.

Avec le sens positif choisi pour le courant (Fig.3), on a :

$$u + ri + L \frac{di}{dt} = E \text{ où } u = u_{BM}.$$

$$\text{Or, } u = R_0 i, \text{ ce qui signifie } i = \frac{u}{R_0}. \text{ D'où } u + \frac{r}{R_0} u + \frac{L}{R_0} \frac{du}{dt} = E.$$

$$u \left(1 + \frac{r}{R_0}\right) + \frac{L}{R_0} \frac{du}{dt} = E$$

$$1 + \frac{r}{R_0} = \frac{R}{R_0} \text{ car } R = R_0 + r, \text{ d'où : } \frac{du}{dt} + \frac{R}{L} u = \frac{R_0}{L} E.$$

$$\text{Finalement, on a : } \boxed{\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau} u = \frac{R_0}{L} E} \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}.$$

$$\text{b) } u = A e^{-\alpha t} + B,$$

$$\text{à } t = 0, u = A + B = 0. \text{ Donc, } B = -A.$$

$$\text{D'où, } u = B (1 - e^{-\alpha t}).$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha B e^{-\alpha t}.$$

L'équation différentielle établie précédemment s'écrit donc :

$$\alpha B e^{-\alpha t} + \frac{B}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) = \frac{R_0}{L} E$$

$$B \left(\alpha - \frac{1}{\tau} \right) e^{-\alpha t} + \frac{B}{\tau} = \frac{R_0}{L} E$$

Lorsque t tend vers l'infini, $e^{-\alpha t}$ tend vers zéro, ce qui donne :

$$\frac{B}{\tau} = \frac{R_0}{L} E, \text{ d'où } B = \frac{R_0}{R} E \text{ et l'équation différentielle devient :}$$

$$B\left(\alpha - \frac{1}{\tau}\right)e^{-\alpha t} = 0. \text{ Cette équation est valable quel que soit } t.$$

$$\text{Donc, } \left(\alpha - \frac{1}{\tau}\right) = 0, \text{ ce qui signifie } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

$$\text{Finalement, on a : } u = \frac{R_0}{R} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$4^\circ) \text{ On a } U_0 = \frac{R_0}{R} E, \text{ ce qui équivaut } \frac{R_0 + r}{R_0} = \frac{E}{U_0}, \text{ d'où } r = \left(\frac{E}{U_0} - 1\right)R_0$$

Donc, pour déterminer graphiquement r , il suffit d'avoir la valeur de la tension U_0 .

Celle-ci est l'ordonnée du point d'intersection de l'asymptote horizontale à la courbe avec l'axe des ordonnées. Le tracé donne $U_0 = 5,6 \text{ V}$.

$$\text{AN : } r = 10 \Omega$$

$$u(\tau) = U_0 \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0,632 U_0 = 3,45 \text{ V.}$$

En portant $u=3.54\text{V}$ sur l'axe des tensions,

la projection sur l'axe des temps donne : $\tau = 2 \text{ ms}$

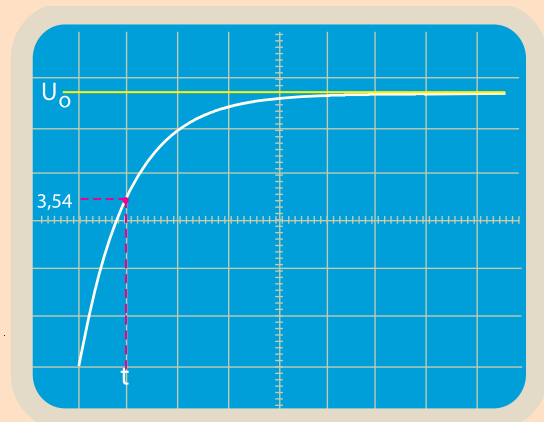
$$\tau = \frac{L}{R} \text{ ce qui signifie } L = \tau R.$$

$$\text{AN : } L = 300 \text{ mH}$$

$$5^\circ) u = R_0 i \text{ ce qui signifie } i = \frac{u}{R_0}.$$

$$\text{Or, } u = \frac{R_0}{R} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

$$\text{D'où, } i = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R} = 0,04 \text{ A.}$$



Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une bobine placée dans un champ magnétique variable est le siège d'une f.e.m. induite.
- 2- Toute variation du courant électrique dans un circuit donne naissance à une f.e.m. induite.
- 3- L'introduction d'un noyau de fer doux dans une bobine fait diminuer son inductance L.
- 4- Pour abaisser la valeur d'une tension continue, on peut utiliser un transformateur.
- 5- La constante de temps d'un dipôle RL caractérise la durée du régime transitoire.
- 6- Pour augmenter la durée du régime transitoire dans un circuit RL, on fait augmenter la résistance totale du circuit.
- 7- Lors de l'établissement du courant électrique dans un circuit RL, la tension aux bornes de la bobine diminue et tend vers une limite.
- 8- Lors de l'ouverture de l'interrupteur d'un circuit RL, l'intensité du courant électrique ne subit pas une discontinuité.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Une bobine inductive est un dipôle électrocinétique qui :

- a- s'oppose aux variations de la tension à ses bornes.
- b- s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui y circule.
- c- est équivalent en courant continu à un résistor de résistance égale à sa résistance interne.

■ II- La tension u_{AB} aux bornes d'une bobine parcourue par un courant de B vers A s'écrit :

- a- $u_{AB} = L \cdot i + r \cdot i$
- b- $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$
- c- $u_{AB} = -L \cdot \frac{di}{dt} - r \cdot i$
- d- $u_{AB} = -\frac{dL}{dt} \cdot i - r \cdot i$

■ III- L'inductance L d'une bobine dépend de :

- a- la tension appliquée à ses bornes.
- b- ses caractéristiques géométriques.
- c- l'intensité du courant qui y circule.

■ IV- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension E, dans le cas où la bobine est purement inductive, est caractérisée par l'apparition d'une tension aux bornes de la bobine qui :

- a- augmente sans cesse.
- b- varie en tendant vers zéro.
- c- prend instantanément la valeur E.
- d- tend vers une valeur constante inférieure à E.

■ V- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension E, dans le cas où la bobine est caractérisée par la circulation d'un courant d'intensité i qui :

- a- augmente de manière continue en tendant vers la valeur $\frac{E}{R}$.
- b- diminue de manière continue en tendant vers zéro.
- c- prend directement la valeur $\frac{E}{R}$.

Exercices d'application

3 Indiquer pour chaque schéma de la figure ci-dessous, le sens du courant induit produit par le déplacement de l'aimant suivant l'axe de la bobine ainsi que le nom de la face de la bobine en regard avec l'aimant.

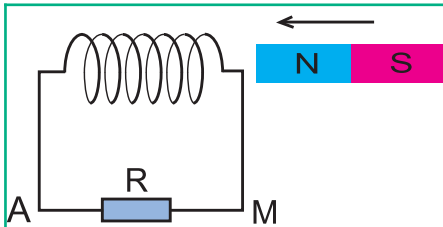


Fig.1 : L'aimant s'approche de la bobine avec son pôle nord en avant.

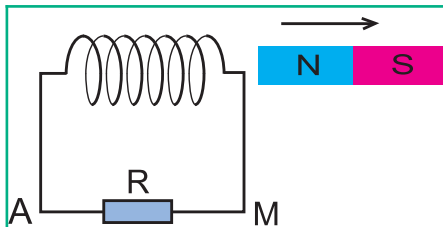


Fig.2 : L'aimant s'éloigne de la bobine avec son pôle nord en avant.

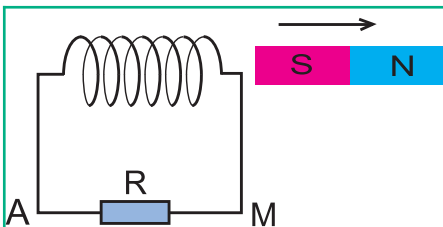


Fig.3 : L'aimant s'éloigne de la bobine avec son pôle sud en avant.

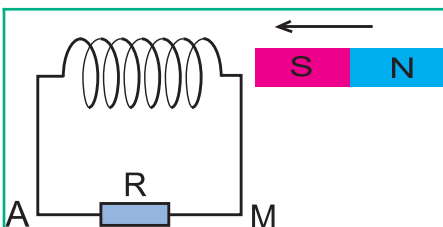
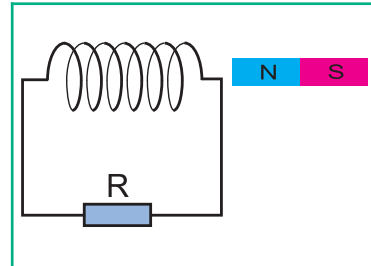


Fig.4 : L'aimant s'approche de la bobine avec son pôle sud en avant.

4 Une bobine fermée sur un résistor de résistance R est placée dans le champ magnétique d'un aimant comme dans la figure ci-dessous.



1°) On approche l'aimant de la bobine par son pôle nord.

a) Représenter le vecteur champ magnétique induit.

b) En déduire le sens du courant induit.

2°) On retourne l'aimant de telle sorte que le pôle en regard de la bobine soit le pôle sud, puis on l'éloigne de la bobine.

a) Représenter, au centre de la bobine, le vecteur champ magnétique inducteur et le vecteur champ magnétique induit.

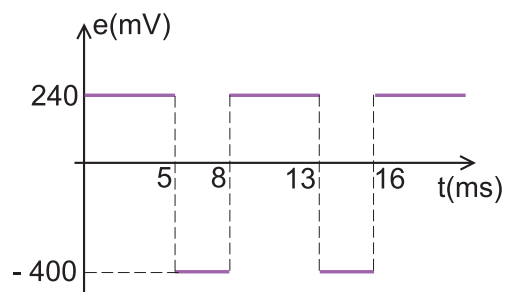
b) En déduire le sens du courant induit.

5 La f.e.m d'auto-induction e créée par une bobine d'inductance $L = 40$ mH varie au cours du temps selon la loi représentée graphiquement ci-dessous.

1°) Exprimer le taux de variation $\frac{di}{dt}$ en fonction de e et L .

2°) Calculer $\frac{di}{dt}$ dans chacun des intervalles de temps $[0, 5 \text{ ms}]$ et $[5 \text{ ms}, 8 \text{ ms}]$.

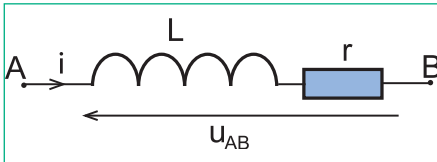
3°) Représenter graphiquement i en fonction de t sachant qu'à l'instant $t = 5 \text{ ms}$, $i = 0$.



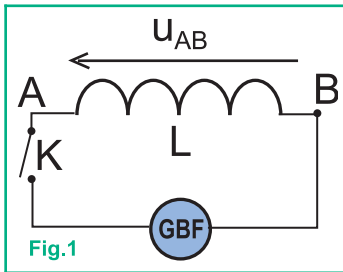
6 En fermant à l'instant $t = 0$ un circuit électrique renfermant une bobine de bornes A et B, d'inductance $L = 470 \text{ mH}$ et de résistance $r = 10 \Omega$, celle-ci se trouve parcourue de sa borne A vers sa borne B par un courant d'intensité $i(t) = 0,006 t^2$.

1°) Exprimer la tension u_{AB} en fonction de L , r , et t .

2°) Calculer la valeur de u_{AB} , 10 s après la fermeture du circuit.



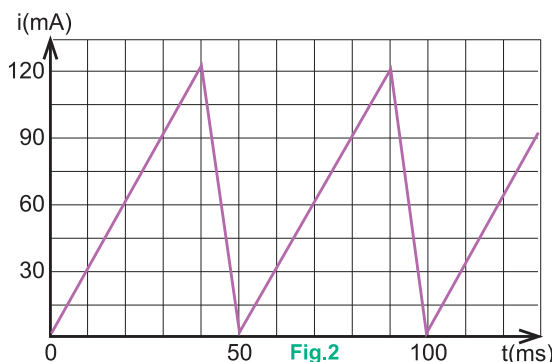
7 On relie une bobine AB d'inductance $L = 0,1 \text{ H}$ et de résistance interne négligeable à un générateur de courant variable (Fig.1).



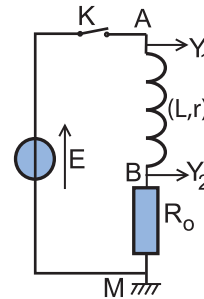
L'évolution au cours du temps de i est illustrée par la courbe de la figure 2. Lors de la fermeture du circuit, un phénomène d'auto-induction prend naissance dans la bobine.

1°) Donner l'expression de la tension $u_{AB}(t)$, au cours des deux phases, pour t variant de 0 à 50 ms.

2°) Tracer la courbe représentant $u_{AB}(t)$, sachant que la base de temps est réglée sur 10 ms/div et que la sensibilité verticale est 0,5 V/div.



8 On réalise le montage de la figure ci-dessous.



1°) On ferme l'interrupteur K, expliquer le phénomène qui se produit au niveau du dipôle RL avec $R = R_0 + r$.

2°) Donner l'expression de l'intensité I_0 du courant électrique qui s'établit en régime permanent.

3°) Etablir l'équation différentielle, vérifiée par $i(t)$, lors de la fermeture de l'interrupteur K.

4°) Vérifier que $i(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$ est une solution de l'équation différentielle en i .

5°) Identifier A et α en prenant l'instant origine, l'instant de fermeture du circuit.

6°) Définir la constante de temps pour le régime transitoire et l'exprimer en fonction de α .

9 Un dipôle RL constitué d'une bobine d'inductance L , de résistance interne r nulle et d'un résistor de résistance R est branché aux bornes d'un générateur délivrant une tension continue $U = 12 \text{ V}$.

1°) Réaliser le schéma du montage.

2°) Préciser le branchement de l'oscilloscope permettant de suivre l'établissement du courant électrique dans le circuit.

3°) Donner l'allure de la courbe d'évolution de $i(t)$ lors de la fermeture du circuit.

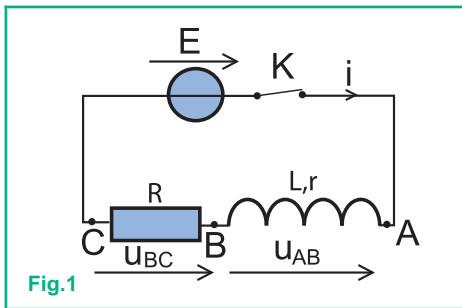
4°) Calculer :

a) la valeur de l'intensité du courant en régime permanent.

b) la valeur de la constante de temps τ du dipôle RL sachant que $L = 100 \text{ mH}$ et $R = 120 \Omega$.

Exercices de synthèse

10 Un circuit électrique comporte, placés en série, un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$, un interrupteur K , une bobine d'inductance L et de résistance $r = 10 \ \Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 200 \ \Omega$. Un dispositif informatisé d'acquisition de données permet de visualiser sur l'écran d'un ordinateur, l'évolution des tensions u_{AB} et u_{BC} en fonction du temps. Le schéma du circuit ci-dessous précise l'orientation du courant et les tensions étudiées (fig.1).



A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et on procède à l'acquisition. On obtient les deux courbes de la figure 2, notées courbe 1 et courbe 2.

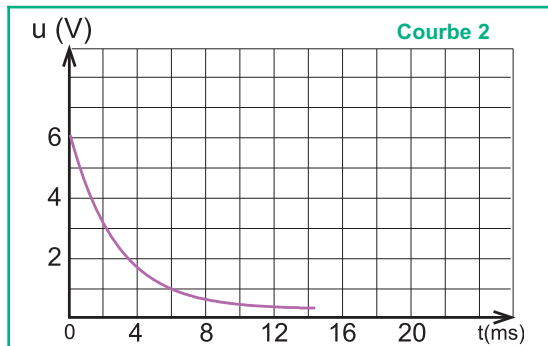
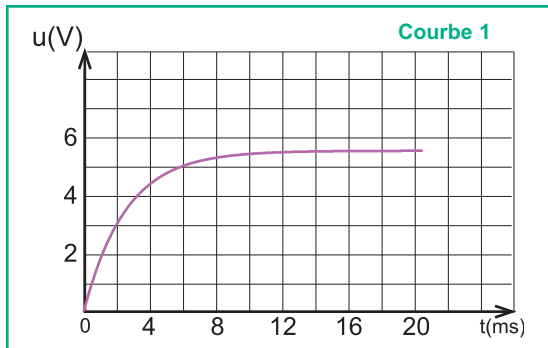


Fig.2

1°) Donner l'expression de u_{AB} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.

2°) Donner l'expression de u_{BC} en fonction de i .

3°) Associer les courbes 1 et 2 aux tensions u_{AB} et u_{BC} . Justifier la réponse.

4°) Appliquer la loi des mailles pour déterminer l'expression I_0 de l'intensité du courant qui traverse le circuit lorsque le régime permanent est établi.

Calculer la valeur de I_0 .

5°) Exploiter l'une des courbes pour retrouver cette valeur de I_0 .

6°) Exploiter l'une des deux courbes pour déterminer la constante de temps τ du montage. Expliciter la méthode utilisée.

7°) Rappeler l'expression de la constante de temps τ en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit. Montrer que cette expression est homogène à un temps.

8°) À partir de la valeur de τ mesurée, calculer l'inductance L de la bobine.

9°) A défaut de dispositif informatisé d'acquisition de données, quel type d'appareil peut-on utiliser pour visualiser le phénomène étudié ?

11 Un dipôle AB est constitué par l'association en série, d'une bobine d'inductance L , de résistance r et d'un résistor de résistance $r' = 50 \ \Omega$. Le dipôle AB est alimenté par un générateur de tension idéal de force électromotrice $E = 6 \text{ V}$.

A l'aide d'un oscilloscope à mémoire, on visualise simultanément les tensions aux bornes du générateur et aux bornes du résistor r' . On obtient simultanément les oscillogrammes de la figure ci-après.

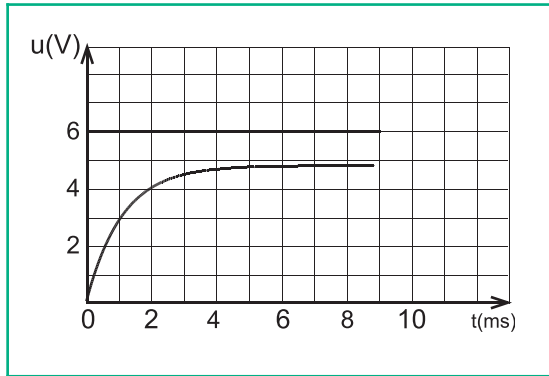
1°) Schématiser le montage électrique et préciser le branchement de l'oscilloscope.

2°) Donner la valeur de la tension aux bornes de la bobine en fonction de L, r et i .

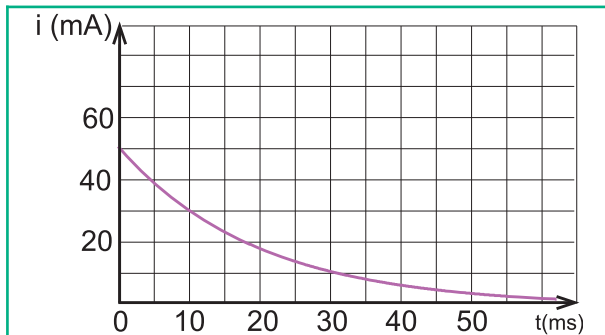
3°) A l'aide des oscillogrammes obtenus :

a) déterminer l'intensité I_0 du courant électrique qui s'établit dans le circuit en régime permanent.

- b) calculer la valeur de la résistance r de la bobine.
- 4°) Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle RL
- 5°) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
- 6°) Calculer la valeur de l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent.



- 12** Une bobine de résistance r et d'inductance L est branchée en série avec un résistor de résistance R_0 . Lors de la rupture du courant dans le circuit, on visualise la courbe de décroissance de l'intensité du courant électrique, donné par la figure ci-dessous.
- 1°) Déterminer la valeur de l'intensité i du courant électrique à l'instant initial.
- 2°) Déterminer de deux façons différentes la constante de temps τ du dipôle RL.
- 3°) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que $R = 50 \Omega$ avec $R = r + R_0$.
- 4°) Calculer la valeur de la f.e.m. d'auto-induction e à $t = 0$.



- 13** Un générateur de force électromotrice $E = 6 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 2 \Omega$ alimente un circuit constitué d'une bobine AB d'inductance $L = 1,8 \text{ H}$ et de résistance interne $R = 8 \Omega$ aux bornes de laquelle on a placé un petit moteur en série avec une diode au silicium D (fig.1).

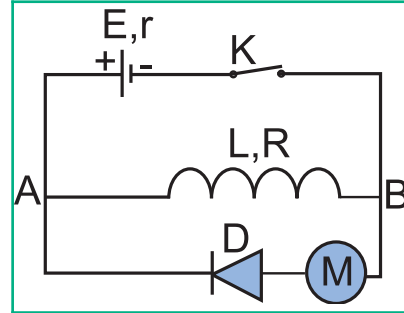


Fig.1

- 1°) Lorsqu'on ferme l'interrupteur K , indiquer le sens du courant qui s'établit dans le circuit. Montrer que son intensité maximale prend la valeur $I = 0,6 \text{ A}$. Pourquoi le moteur ne fonctionne-t-il pas ?
- 2°) Lorsqu'on ouvre l'interrupteur K , on constate que le moteur se met à tourner pendant quelques secondes. Quel est le sens du courant qui le parcourt ? D'où provient l'énergie électrique qui l'a fait fonctionner ? Quel est le phénomène physique ainsi mis en évidence ?
- 3°) Pendant son fonctionnement, le moteur est capable de soulever un corps de masse $m = 20 \text{ g}$ à une hauteur $h = 18,5 \text{ cm}$ par l'intermédiaire d'une poulie qu'il entraîne (Fig.2).

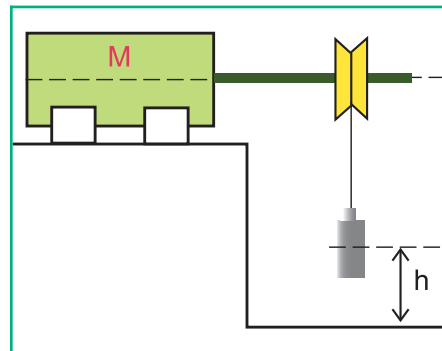


Fig.2

- Calculer le travail mécanique fourni par le moteur ; le comparer à l'énergie magnétique emmagasinée par la bobine. En déduire le rendement de l'opération.
- On donne $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

14 Étude de texte

La cuisson par induction

Les plaques de cuisson par induction (ou plaques à induction) ont un principe de fonctionnement nettement différent de celui des plaques de cuisson classiques. La première caractéristique frappante de ces plaques à induction réside dans le fait qu'en fonctionnement, elles sont froides ou très peu chaudes !

A l'inverse des plaques classiques, ce ne sont pas les plaques qui chauffent mais la casserole, elle-même.

Ce type de plaque fonctionne grâce au phénomène d'induction électromagnétique.

En effet, il y a apparition d'un courant électrique dans un conducteur lorsque ce dernier est placé dans un champ magnétique variable.

C'est exactement ce qui se passe lorsqu'on approche la casserole de la plaque, le champ magnétique variable créé par le générateur placé au dessous de la plaque engendre un courant électrique induit dans la paroi de la casserole. celle-ci joue le rôle de noyau pour la bobine source de champ magnétique variable, ce qui fait augmenter, l'intensité du courant induit. La circulation du courant induit chauffe la casserole par effet Joule.

Une bonne partie de l'énergie thermique de la

casserole est transférée à son contenu, et c'est ainsi que les aliments vont être cuits.



Plaque de cuisson à induction

Questions

- 1°) Qu'est ce qui constitue le circuit où circule le courant induit dans le dispositif d'une plaque de cuisson à induction en fonctionnement ?
- 2°) Préciser l'inducteur et l'induit dans le dispositif de la plaque de cuisson par induction en fonctionnement.
- 3°) Quelle est la source d'énergie d'une plaque à induction ?
- 4°) Expliquer comment la présence de la casserole elle-même au dessus de la plaque en fonctionnement fait augmenter l'intensité du courant électrique qui y circule.

En savoir plus

Les pouvoirs de l'induction électromagnétique

De tous les moyens de cuisson, le plus singulier est la plaque à induction, où la chaleur est créée directement dans le métal de la casserole. Ce prodige est le résultat de l'induction électromagnétique, une des plus efficaces façons de transmettre de l'énergie sans contact. Si on place un morceau de cuivre près d'un aimant, que se passe-t-il ? Rien ! En revanche, si on déplace le morceau de cuivre par rapport au champ magnétique, un courant électrique apparaît dans le cuivre qui s'échauffe. Cet effet, découvert par Foucault et Faraday, est source de multiples applications comme les plaques de cuisson à induction et les ralentisseurs électromagnétiques.

Dans un conducteur comme le cuivre, les électrons délocalisés sont libres de se mouvoir, et leur mouvement d'ensemble, sous l'effet d'une force, engendre le courant électrique. Nous savons qu'un aimant crée un champ magnétique qui exerce une force sur les charges en mouvement, force perpendiculaire au mouvement des charges, qui tend à incurver leurs trajectoires. Quand nous déplaçons le morceau de cuivre, les électrons subissent cette force et sont animés d'un mouvement que l'on désigne par "courant de Foucault". L'intensité du courant est proportionnelle à la vitesse de déplacement du matériau et à la valeur du vecteur champ magnétique. Les courants de Foucault ont des parcours compliqués au sein de la matière où aucun fil ne les guide. On sait toutefois qu'ils forment des lacets et des boucles, d'où leur nom de "courants tourbillonnaires".

Ces courants de Foucault se manifestent chaque fois qu'un matériau conducteur est en mouvement au sein d'un champ magnétique : ils sont induits par déplacement. Plusieurs dispositifs industriels utilisent cette induction pour transformer l'énergie mécanique en énergie électrique, puis éventuellement en énergie thermique. Lorsqu'on fait tourner un disque de cuivre dans l'entrefer d'un aimant, un tel disque est parcouru de courants de Foucault. Ces courants induits échauffent la matière qu'ils traversent car les électrons qui les composent rencontrent sans cesse les autres charges électriques présentes dans le matériau et leur transfèrent une partie de leur énergie par chaleur. Cette énergie provient de la seule source d'énergie présente, l'opérateur actionnant le disque. Il va de même dans les ralentisseurs pour camions, un type de frein magnétique qui équipe aujourd'hui la majorité des poids lourds. Leur avantage est d'être sans contact, donc sans usure ! Dans ces dispositifs, des disques solidaires de l'arbre de transmission tournent entre des électroaimants alimentés par une batterie. Quand on désire freiner le véhicule, on alimente les électroaimants en courant. Plus la vitesse du véhicule est grande, plus la vitesse de rotation des disques entre les électroaimants est grande et plus le freinage est efficace. Les ralentisseurs sont donc d'autant plus efficaces que le véhicule roule vite, ce qui, en descente, est idéal. En revanche, leur efficacité s'amointrit aux faibles vitesses jusqu'à s'annuler à l'arrêt. C'est pourquoi, pour les faibles allures, on leur adjoint des freins mécaniques.

D'après "Revue pour la science"

Objectifs

- ◆ Réaliser un montage permettant de suivre les oscillations libres d'un circuit RLC série.
- ◆ Reconnaître le régime pseudopériodique et le régime apériodique.
- ◆ Reconnaître le facteur responsable de l'amortissement.
- ◆ Reconnaître les grandeurs oscillantes d'un circuit RLC série.
- ◆ Etablir l'équation différentielle des oscillations libres d'un circuit RLC série.
- ◆ Interpréter la diminution de l'amplitude des oscillations libres d'un circuit RLC série par le transfert d'énergie de l'oscillateur vers le milieu extérieur.
- ◆ Ecrire l'expression d'une grandeur oscillante en régime libre non amorti.
- ◆ Définir la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 d'un oscillateur RLC non amorti.
- ◆ Exprimer T_0 en fonction de L et de C.
- ◆ Déterminer la période, l'amplitude et la phase initiale d'une grandeur oscillante sinusoïdale d'un circuit RLC série non amorti.
- ◆ Démontrer la conservation de l'énergie totale d'un oscillateur LC.
- ◆ Interpréter le cas particulier des oscillations libres non amorties.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un phénomène périodique. ◆ Définir la période T et la fréquence N d'un phénomène périodique. ◆ Ecrire la relation $N = \frac{1}{T}$. ◆ Ecrire la relation $i = \frac{dq}{dt}$. ◆ Ecrire l'expression de la tension : <ul style="list-style-type: none"> - aux bornes d'un condensateur $u = \frac{q}{c}$ - aux bornes d'une bobine $u = ri + L \frac{di}{dt}$ ◆ Exprimer l'énergie potentielle électrique E_C emmagasinée par un condensateur. ◆ Exprimer l'énergie magnétique E_L emmagasinée par une bobine. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître un phénomène périodique. ◆ Distinguer entre période et fréquence d'un phénomène périodique. ◆ Utiliser la relation $i = \frac{dq}{dt}$. ◆ Expliquer la charge et la décharge d'un condensateur. ◆ Expliquer le phénomène d'auto-induction. ◆ Distinguer entre transfert et transformation d'énergie. ◆ Appliquer la loi des mailles.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES

3



Le quartz impose sa fréquence propre aux oscillations ; une montre électronique y gagne en précision.

- ◆ Que désigne-t-on par les expressions “oscillations électriques”, “oscillateur électrique”, “circuit oscillant”... ?
- ◆ Est-ce que le courant alternatif est un phénomène oscillatoire ?

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES AMORTIES

Dans les chapitres précédents, en plus de la mise en évidence expérimentale des propriétés des condensateurs et des bobines, on a étudié entre autres la décharge d'un condensateur. Que se passera-t-il si l'on décharge le condensateur dans une bobine sachant que celle-ci emmagasine aussi de l'énergie?

1 PRODUCTION D'OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

Manipulation

Avec un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 5 \text{ V}$, un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$, un résistor de résistance R_0 réglable, une bobine d'inductance $L = 1 \text{ H}$ et de résistance $r = 12,5 \Omega$ et un commutateur K , on réalise le montage de la figure 1.

On fixe R_0 à 100Ω .

On réalise les branchements et les réglages indispensables à la visualisation de la tension $u_C = u_{NM}$ aux bornes du condensateur sur la voie Y_1 et la tension $u_{R_0} = u_{AM}$ aux bornes du résistor sur la voie Y_2 d'un oscilloscope à mémoire (Fig.1). On charge le condensateur en plaçant le commutateur K sur la position 1. En basculant le commutateur K sur la position.2, les chronogrammes ① et ② de la figure 2 apparaissent sur l'écran de l'oscilloscope.

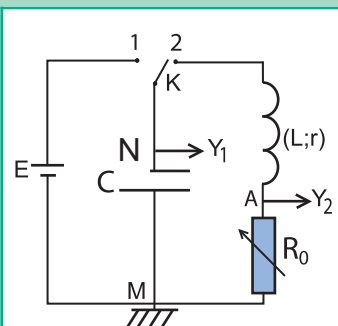


Fig.1 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur dans une bobine

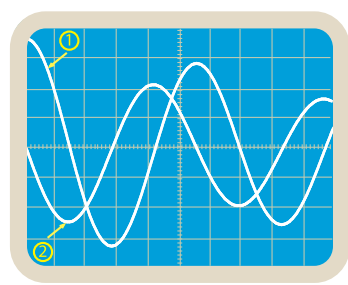


Fig. 2 : Oscillogrammes ① et ②

Questions

- 1°) Décrire la forme du chronogramme visualisé lorsque le commutateur K est en position 1.
- 2°) Montrer que le chronogramme ① de la figure 2 correspond à la tension u_C et qu'il traduit l'évolution, au cours du temps, de la charge q du condensateur.
- 3°) Montrer que le chronogramme ② de la figure 2 traduit l'évolution au cours du temps de l'intensité i du courant électrique qui s'établit dans le circuit $MNKA$.
- 4°) • Tels quels, les chronogrammes ① et ② traduisent des oscillations de q et de i au cours du temps.
Préciser la signification de cette affirmation.
 - De telles oscillations électriques sont dites amorties, pourquoi ?
- 5°) Comparer les intervalles de temps T séparant les maximums ou minimums successifs de u_C et de u_{R_0} .

6°) • En comparant les valeurs des maximums de $u_C(t)$ ou de $u_{R_0}(t)$, montrer que les oscillations sont amorties.

• De telles oscillations, ne pouvant pas être qualifiées comme étant périodiques, sont dites pseudopériodiques, pourquoi ?

7°) Interpréter les oscillations de $q(t)$ et de $i(t)$ dans le circuit RLC série.

Interprétation

En plaçant le commutateur K dans la position 1, le condensateur se charge, la tension à ses bornes devient égale à E. Donc, le chronogramme ① correspond à $u_C(t)$.

Compte tenu des relations de proportionnalité $q = C u_C$ et $u_{R_0} = R_0 i$, les chronogrammes ① et ② traduisent l'évolution au cours du temps respectivement de la charge q du condensateur et de l'intensité i du courant qui s'établit dans le circuit MNKA. La symétrie de ces chronogrammes par rapport à l'axe des temps montre que la charge q du condensateur et l'intensité i du courant électrique varient et changent de signe à des intervalles de temps successifs et égaux à $\frac{T}{2}$; c'est-à-dire que q et i prennent au cours du temps des valeurs alternativement positives et négatives. On dit alors que q et i oscillent au cours du temps.

Les oscillations de q résultent d'une décharge oscillante du condensateur; celles de l'intensité i matérialisent une circulation du courant alternativement dans un sens et dans l'autre: On dit qu'un tel courant alternatif est un phénomène oscillatoire. Ces oscillations s'expliquent comme suit :

❖ À $t_0 = 0$, juste en plaçant le commutateur K dans la position 2, $u_{C_0} = E$ et la charge du condensateur est $Q_0 = CE$, c'est-à-dire, à cet instant, les armatures A et B du condensateur portent respectivement les charges $Q_0 = CE$ et $-Q_0 = -CE$.

L'attraction mutuelle de ces charges provoque un déplacement d'ensemble d'électrons de B vers A, ce qui fait naître, à travers le dipôle RL, un courant d'intensité i circulant dans le sens négatif (Fig.3). Mais, contrairement à ce qui se passe dans le cas d'un dipôle RC, la valeur absolue de l'intensité i ne passe pas instantanément de 0 à sa valeur maximale I_m , et ce à cause de la f.e.m. auto-induite dans la bobine.

❖ Entre $t_0 = 0$ et $t_1 = \frac{T}{4}$ (Fig.4a) :

l'opposition de la force électromotrice auto-induite à la variation de l'intensité du courant ralentit le déplacement d'ensemble des électrons, ce qui explique l'augmentation progressive et

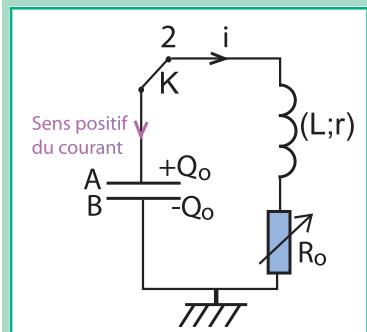


Fig.3 : Sens positif du courant

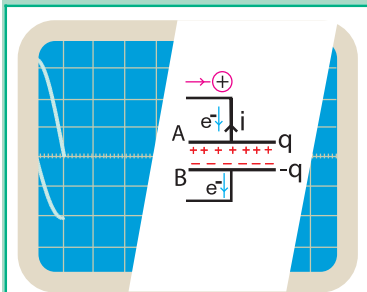


Fig.4a : Décharge du condensateur dans le dipôle RL

non brusque de la valeur absolue de i .

❖ Entre $t_1 = \frac{T}{4}$ et $t_2 = \frac{T}{2}$ (Fig.4b)

À $t_1 = \frac{T}{4}$, bien que i soit maximale en valeur absolue, le courant n'a plus de raison d'être car le condensateur est complètement déchargé, c'est-à-dire il n'y a plus de d.d.p. entre ses armatures A et B. Pourtant, i ne va pas s'annuler à l'instant même, et ce toujours à cause de la fem auto-induite $e = -L \frac{di}{dt}$ qui va contraindre le courant à circuler encore dans le même sens, ce qui fait apparaître simultanément et progressivement sur l'armature A du condensateur une charge $+q < 0$ et sur l'armature B une charge $-q > 0$.

À $t_2 = \frac{T}{2}$, le courant finit par s'annuler pour être régénéré tout de suite, mais dans le sens positif grâce aux charges $+Q_1 < 0$ et $-Q_1 > 0$, maximales en valeur absolue et accumulées respectivement sur les armatures A et B du condensateur.

❖ Entre $t_2 = \frac{T}{2}$ et $t_4 = T$: l'évolution s'explique de la même manière qu'entre $t_0 = 0$ et $t_2 = \frac{T}{2}$.

A l'instant $t_4 = T$, deux charges $+Q_2$ et $-Q_2$, maximales en valeur absolue, se trouvent stockées respectivement au niveau des armatures A et B comme à $t_0 = 0$, c'est-à-dire la charge $+Q_2$ est positive.

❖ Entre les instants T et $2T$: Tout se passe et s'explique comme entre les instants 0 et T pour "voir" s'accumuler respectivement sur les armatures A et B les charges $+Q_3$ et $-Q_3$ (avec $Q_3 < 0$) à l'instant $\frac{3T}{2}$ et $+Q_4$ et $-Q_4$ (avec $Q_4 > 0$) à l'instant $2T$ et ainsi de suite.

Il reste quand même à expliquer pourquoi $Q_0 > |Q_1| > Q_2 > |Q_3|$, ce qui revient à expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations de i (Fig.5).

En fait, la résistance totale R du circuit ($R_0 + r$) s'oppose incessamment à la circulation du courant. Par conséquent, elle fait atténuer progressivement la valeur de l'intensité du courant jusqu'à l'annuler au bout de quelques oscillations. De telles oscillations sont dites amorties. De plus, ces oscillations sont dites libres du fait qu'elles se produisent dans le circuit RLC série bien que celui-ci ne soit fermé sur aucun générateur.

Bien que les extrêmes de q ou de i soient atteints à des intervalles de temps successifs égaux, de telles oscillations ne

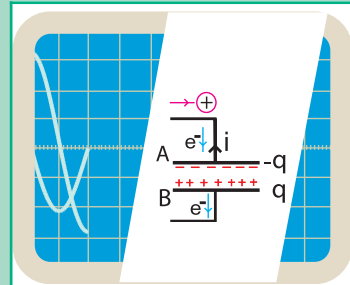


Fig.4b : Charge du condensateur

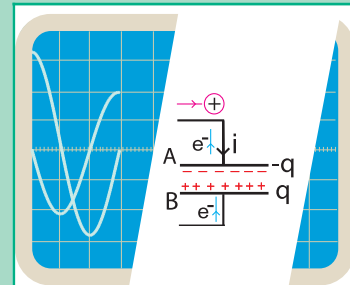


Fig.4c : Décharge du condensateur dans le dipôle RL

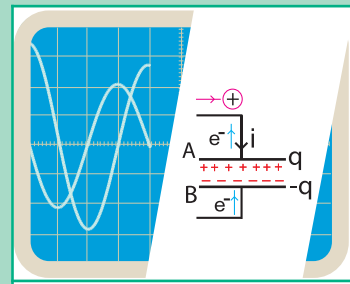


Fig.4d : Charge du condensateur

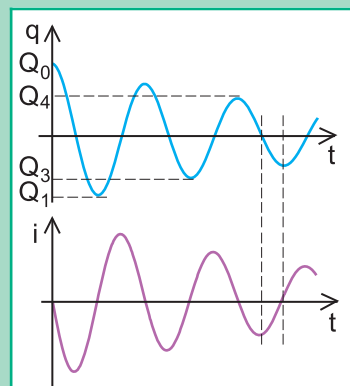


Fig.5 : L'amplitude des oscillations diminue.

peuvent être périodiques à cause de la diminution de l'amplitude, elles sont dites pseudopériodiques.

Conclusion

Un circuit constitué d'un dipôle RL série fermé sur un condensateur initialement chargé peut être le siège d'oscillations électriques amorties. De telles oscillations qui s'effectuent d'elles mêmes sans intervention de l'extérieur sont dites libres.

Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode T .

2 INFLUENCE DE L'AMORTISSEMENT

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 et on refait l'expérience avec des valeurs différentes de R_0 . En suivant l'évolution des oscillogrammes $u_c(t)$ et $u_{R_0}(t)$, on retient ceux de la figure 6 obtenus avec des valeurs de R_0 allant de 100Ω et $5 \text{ k}\Omega$.

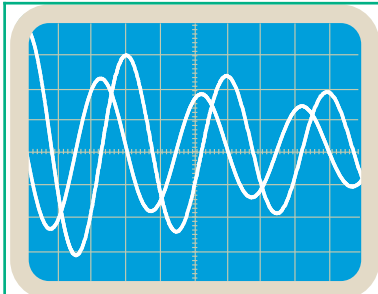


Fig.6a : $R_0 = 100 \Omega$

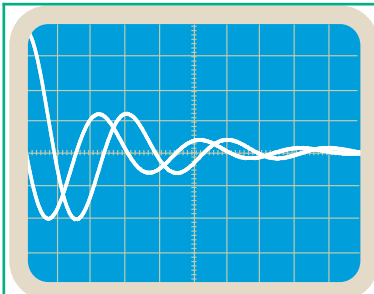


Fig.6b : $R_0 = 500 \Omega$

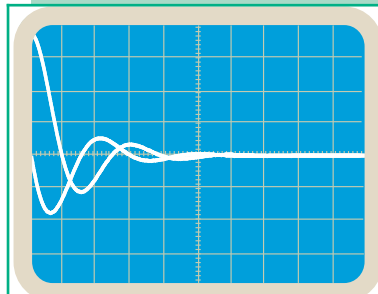


Fig.6c : $R_0 = 1000 \Omega$

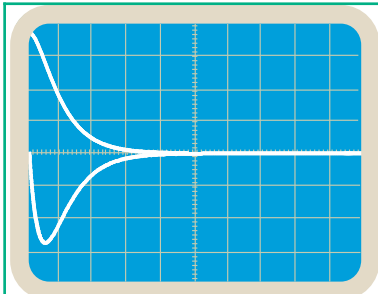


Fig.6d : $R_0 = 3 \text{ k}\Omega$

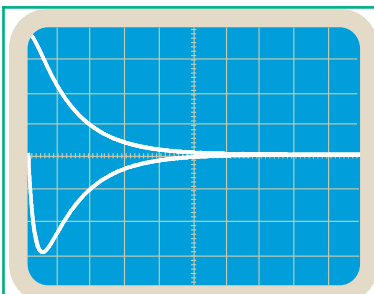


Fig.6e : $R_0 = 4 \text{ k}\Omega$

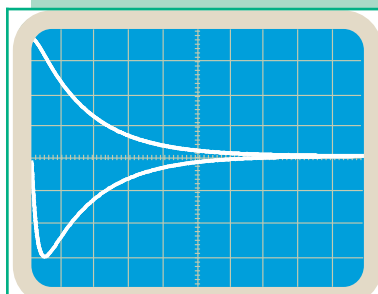


Fig.6f : $R_0 = 5 \text{ k}\Omega$

Questions

À l'aide des oscillogrammes de la figure 6 :

1°) dégager l'influence de la valeur de la résistance sur l'amortissement des oscillations et sur la pseudopériode.

2°) montrer que le circuit RLC série ne peut osciller librement que dans des conditions bien déterminées que l'on précisera.
 3°) comparer les oscillogrammes des figures 6.d, 6.e et 6.f entre eux. En déduire l'influence de R_0 sur la durée du retour du circuit RLC à son état d'équilibre stable.

Analyse et Interprétation des résultats

L'analyse des chronogrammes $u_C(t)$ et $u_{R_0}(t)$ obtenus avec différentes valeurs de R_0 montre que :

- lorsque R_0 augmente, les oscillations deviennent de plus en plus amorties (le nombre total des oscillations diminue) alors que la pseudopériode T augmente légèrement (Fig.6a, 6b, 6c).
- pour des valeurs élevées de R_0 , la difficulté avec laquelle le courant circule dans le circuit RLC série ne lui permet plus d'atteindre une intensité maximale suffisante pour pouvoir recharger le condensateur avant de s'annuler. Par conséquent, le circuit RLC série ne peut plus osciller ; il s'agit d'un nouveau régime qui consiste en le retour du circuit à son état d'équilibre, c'est-à-dire en une simple décharge du condensateur ; celle-ci demande une durée aussi longue que la résistance R_0 est plus grande : un tel régime non oscillatoire est dit apériodique (Fig.6d, 6e, 6f).

Remarques

1- Le régime apériodique obtenu avec la valeur élevée la plus petite de la résistance totale R du circuit RLC série est connu sous le nom du régime critique mais expérimentalement, il est difficile de le mettre en évidence.

2- Du fait que lorsque la résistance totale R du circuit diminue, les oscillations libres du circuit RLC série deviennent de moins en moins amorties, on peut admettre qu'à la limite, lorsque l'amortissement est suffisamment très faible pour pouvoir le supposer nul (absence du résistor dans le circuit et bobine inductive de très petite résistance interne r), le régime pseudopériodique devient périodique (Fig.7) : l'amplitude des oscillations ne diminue pratiquement plus. Le circuit RLC continue à osciller indéfiniment (l'étude de ce régime fera l'objet de la deuxième partie du présent chapitre).

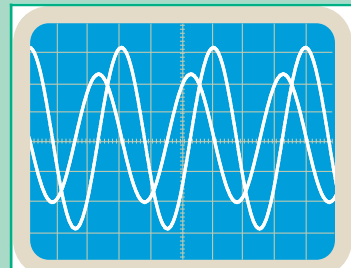


Fig.7 : Régime périodique

Conclusion

Un circuit RLC série fermé, avec le condensateur initialement chargé, ne peut osciller librement que lorsque l'amortissement est faible.

Plus la résistance du circuit est grande, plus la pseudopériode est grande et plus le retour de l'oscillateur à son état d'équilibre est rapide. Avec des valeurs élevées de R , le régime n'est plus oscillatoire, il est apériodique

3 ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE RÉGISSANT L'ÉVOLUTION D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE EN RÉGIME LIBRE

L'application de la loi des mailles au circuit de la figure 8 permet d'écrire :

$$u_C + u_b + u_{R_o} = 0, \text{ ce qui signifie } \frac{q}{C} + (r + L \frac{di}{dt}) + R_o i = 0.$$

$$\text{D'où : } L \frac{di}{dt} + (r + R_o) i + \frac{q}{C} = 0. \quad (1)$$

Or, $i = \frac{dq}{dt}$. Donc, (1) s'écrit :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + (r + R_o) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ ou bien } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(r + R_o)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

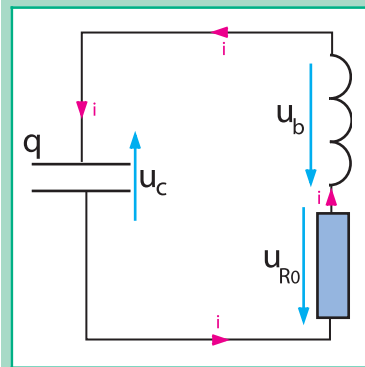


Fig.8 : Schéma du circuit RLC série

4 ÉNERGIE TOTALE D'UN OSCILLATEUR RLC SÉRIE

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 et on remplace l'oscilloscope par une interface d'acquisition numérique de données (console VTT par exemple).

On fixe R_o à la valeur 100Ω et on règle les paramètres d'acquisition de l'interface pour que, après avoir chargé le condensateur, la fermeture du circuit RLC série déclenche l'acquisition des mesures. Sur l'écran de l'ordinateur, s'affichent les deux courbes de tension $u_C(t)$ et $u_{R_o}(t)$ qu'on enregistre en vue de les exploiter plus loin. Ces deux courbes sont reproduites sur la figure 9.

En réalisant de nouveau la même expérience avec $R_o = 500 \Omega$, on obtient les deux courbes reproduites sur la figure 10.

A l'aide d'un logiciel tableur-grapheur (il doit être installé au préalable dans l'ordinateur utilisé), on calcule :

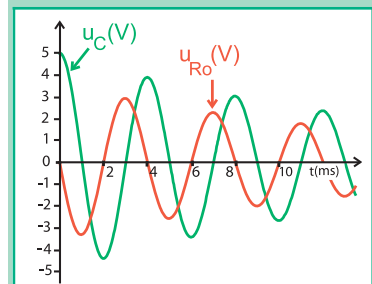


Fig.9 : Evolution temporelle de u_C et u_{R_o} dans le cas où $R_o = 100 \Omega$

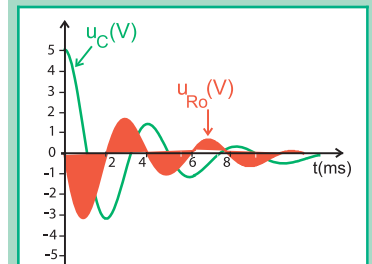


Fig.10 : Evolution temporelle de u_C et u_{R_o} dans le cas où $R_o = 500 \Omega$

- l'énergie électrique $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$

- l'énergie magnétique $E_L = \frac{1}{2} \frac{L}{R_0^2} u_{R_0}^2$

- l'énergie totale du circuit $E = E_C + E_L$.

On passe en mode graphique pour que l'ordinateur affiche sur son écran, simultanément et dans un même système d'axes, les chronogrammes des énergies E_C , E_L et E obtenus respectivement avec les valeurs 100Ω et 500Ω de R_0 (Fig.11a et 11b).

Questions

A l'aide des chronogrammes des figures 11a et 11b :

1°) montrer que les zéros et les maxima de l'énergie électrostatique E_C emmagasinée dans le condensateur ou de l'énergie magnétique E_L emmagasinée dans la bobine sont atteints à des intervalles de temps successifs égaux à la moitié de la pseudopériode T .

2°) vérifier qu'au cours des oscillations, l'énergie totale E du circuit est égale à la somme de l'énergie E_C emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie E_L stockée par la bobine.

3°) démontrer les transformations mutuelles de E_C et E_L au cours des oscillations.

4°) préciser l'influence sur la vitesse de diminution de l'énergie totale du circuit RLC série.

Interprétation

◆ Non conservation de l'énergie totale d'un circuit RLC série

L'énergie totale E du système oscillant (circuit RLC série) à un instant donné est la somme de l'énergie électrique E_C emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie magnétique E_L emmagasinée dans la bobine. Pour étudier son évolution au cours du temps, il est commode de déterminer sa vitesse de variation[⊙] qui s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} + \frac{L}{2} i^2 \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i \left(L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right)$$

Or l'équation différentielle peut s'écrire : $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = 0$,

ce qui donne $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = - Ri$, d'où $\frac{dE}{dt} = - Ri^2$

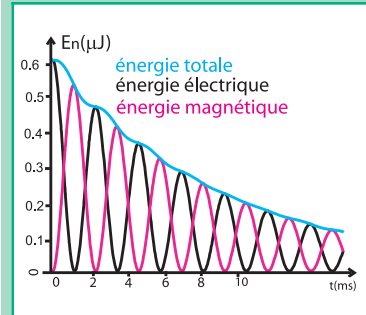


Fig.11a : Evolution temporelle des énergies dans le cas où $R_0 = 100 \Omega$

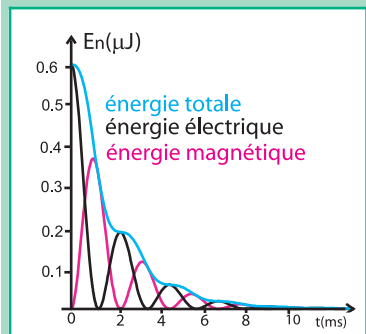


Fig.11b : Evolution temporelle des énergies dans le cas où $R_0 = 500 \Omega$

⊙ La vitesse de variation de l'énergie totale d'un système $\frac{dE}{dt}$ n'est autre que la puissance instantanée p du même système :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

L'énergie totale emmagasinée dans le circuit RLC série diminue au cours du temps, elle est transformée progressivement en énergie thermique par effet Joule.

Cette dissipation est d'autant plus rapide que la résistance est plus grande. En conséquence, on dit qu'un circuit RLC série en régime libre est un système non conservatif.

♦ Transformations mutuelles des énergies électrique et magnétique.

Au cours de la décharge du condensateur qui se produit entre $t_0 = nT$ et $t_1 = nT + \frac{T}{4}$, l'énergie E_C qui y est stockée diminue car q diminue, tandis que l'énergie E_L emmagasinée par la bobine augmente car i augmente.

D'après la loi de conservation de l'énergie, cela ne s'explique que par une transformation d'énergie électrostatique E_C en énergie magnétique E_L .

Entre $t_2 = nT + \frac{T}{4}$ et $t_2 = nT + \frac{T}{2}$, l'énergie électrostatique E_C augmente tandis que l'énergie magnétique E_L diminue parce que q augmente et i diminue, ce qui s'explique par une transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique et ainsi de suite.

Donc, il y a au cours des oscillations pseudopériodique des transformations mutuelles d'énergie électrostatique et d'énergie magnétique. Mais, à cause de la résistance R du circuit, les transformations mutuelles ne sont pas intégrales. En fait, à chaque transfert d'énergie du condensateur à la bobine et inversement, une partie est transférée par chaleur au milieu extérieur jusqu'à dissipation totale. Par conséquent, le nombre de ces transformations mutuelles devient limité, ce qui explique l'amortissement des oscillations libres du circuit RLC série et leur cessation quand l'énergie totale E est transformée complètement en énergie thermique.

LES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES NON AMORTIES

L'étude de l'influence de la résistance R d'un circuit RLC série sur l'amortissement de ses oscillations nous a amené à admettre précédemment que si la résistance R est nulle, les oscillations seront périodiques. C'est ce que l'on se propose de montrer dans ce qui suit mais uniquement, par une étude théorique. En fait, l'oscillateur LC non amorti est un cas idéal parce qu'il est impossible de le réaliser dans la pratique.

1 NATURE DES OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

1.1- ÉVOLUTION DE LA CHARGE DU CONDENSATEUR

En fermant un condensateur de capacité C initialement chargé sur une bobine supposée purement inductive, on a le circuit schématisé dans la figure 12.

La loi des mailles s'écrit :

$$u_C + u_L = 0, \text{ ce qui signifie } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0.$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt}, \text{ d'où } \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} : \text{ constante positive}$$

On constate bien que l'équation différentielle établie est exactement celle des oscillations libres amorties, mais sans le terme $\frac{R}{L} \frac{dq}{dt}$.

On admet que la solution générale d'une telle équation différentielle est de la forme :

$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

ω_0 : pulsation des oscillations de la charge q , exprimée en radians par seconde (rad.s^{-1}).

Q_m : amplitude des oscillations de la charge q , exprimée en coulombs (C).

φ : phase initiale de la charge q , exprimée en radians (rad).

$\varphi(t) = \omega t + \varphi$: phase à l'instant t , exprimée en radians (rad)

Vérification de la solution de l'équation différentielle

En remplaçant la grandeur charge par son expression

$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ dans l'équation différentielle

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0, \text{ il vient : } \frac{d^2q}{dt^2} = \frac{d^2Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)}{dt^2} = -\omega_0^2 q$$

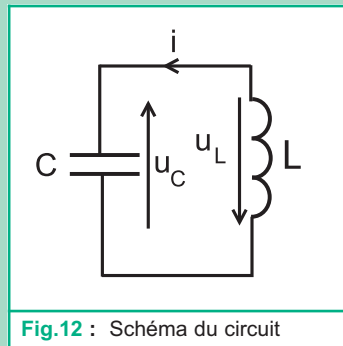


Fig.12 : Schéma du circuit

Donc, l'équation différentielle devient : $-\omega_0^2 q + \frac{1}{LC} q = 0$,

d'où $q \left(\frac{1}{LC} - \omega_0^2 \right) = 0$ quel que soit q .

Donc, $\frac{1}{LC} - \omega_0^2 = 0$, ce qui donne : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

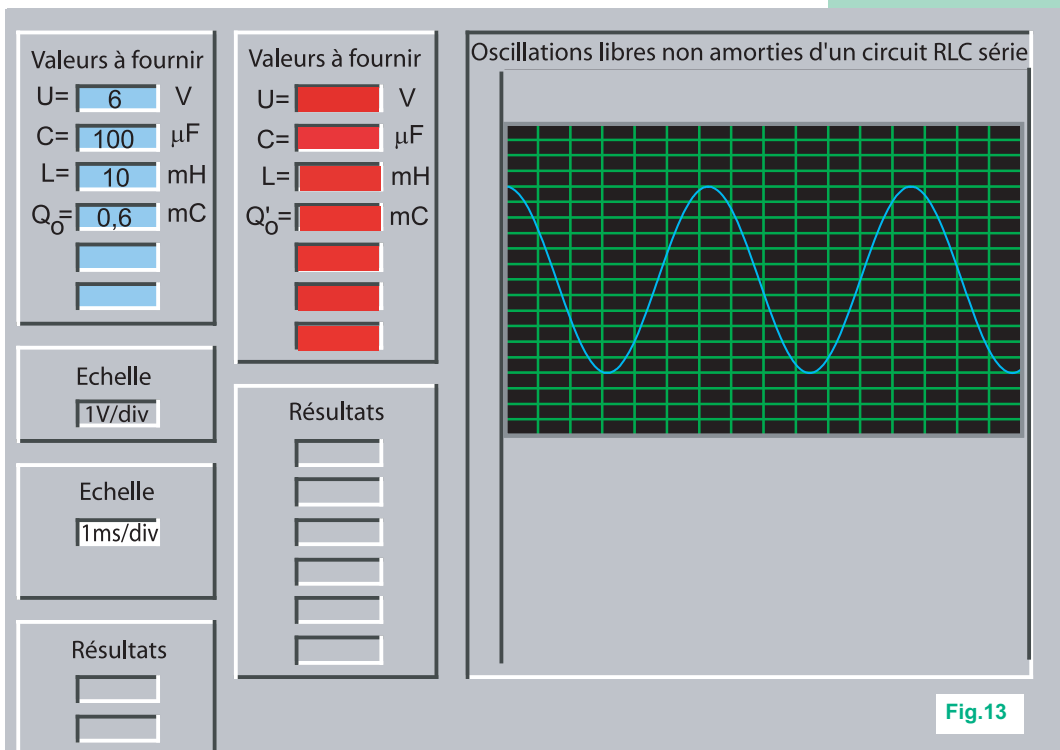
Conclusion

La charge q du condensateur d'un circuit LC (circuit RLC série non amorti) oscille sinusoidalement au cours du temps avec la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Ne dépendant que des grandeurs L et C caractéristiques du circuit, la pulsation des oscillations libres non amorties est qualifiée de pulsation propre de l'oscillateur.

SIMULATION DES OSCILLATIONS

Avec un logiciel approprié, on demande à l'ordinateur la solution de l'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$, avec $L = 10$ mH, $C = 100$ μ F et $Q_m = 6 \cdot 10^{-4}$ C comme charge initiale du condensateur par exemple. On obtient alors sur l'écran de l'ordinateur la sinusoïde $q(t)$ de la figure 13.



1.2- PÉRIODE ET FRÉQUENCE DES OSCILLATIONS

La pulsation ω_0 étant propre à l'oscillateur, la période des oscillations $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ est appelée période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

De même, la fréquence des oscillations $N_0 = \frac{1}{T_0}$ est appelée fréquence propre des oscillations.

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Questions

1°) A l'aide du chronogramme de la figure 13, calculer la période T_0 des oscillations libres non amorties de la charge q .

En déduire la valeur de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.

2°) Vérifier avec les valeurs de L et de C utilisées pour simuler les oscillations de $q(t)$ que la période propre de l'oscillateur RLC série non amortie s'exprime : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

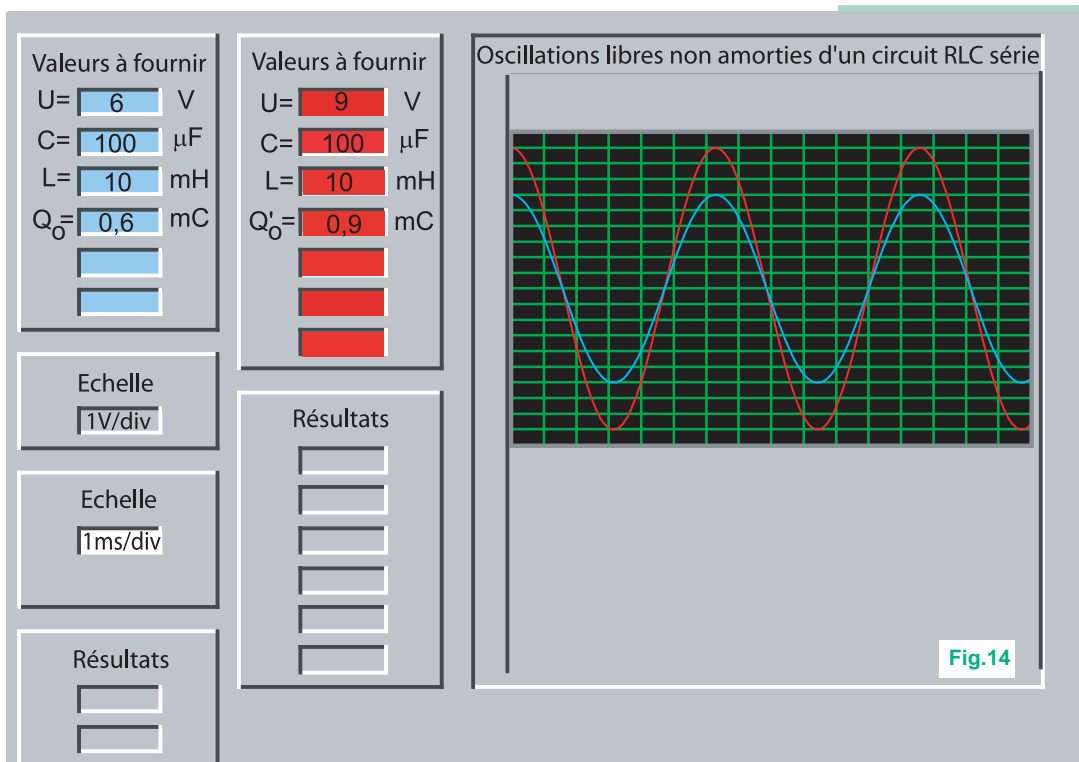
Remarque

Compte tenu du fait que les ordres de grandeur des capacités et des inductances sont les mêmes que ceux de $L = 10$ mH et $C = 100$ μ F utilisées pour réaliser la simulation précédente, la valeur obtenue pour T_0 (réponse à la question n°1 ci-dessus : $T_0 = 6,28$ ms) montre que l'oscillateur RLC série non amorti a une période propre très inférieure à la seconde.

1.3- AMPLITUDE ET PHASE INITIALE DES OSCILLATIONS

On vient de voir que dans l'expression de $q(t)$, ω_0 ne dépend que de L et de C . Qu'en est-il quant à la valeur de l'amplitude des oscillations de la charge q ainsi qu'à la valeur de sa phase initiale ?

En réalisant une deuxième simulation des oscillations de q avec les mêmes choix des valeurs de L et de C , mais en remplaçant la valeur $Q_m = 6 \cdot 10^{-4}$ C par la valeur $Q'_m = 9 \cdot 10^{-4}$ C, on obtient, en plus du premier chronogramme de la figure 13, un deuxième chronogramme dans le même système d'axes (Fig.14).



En relevant sur les chronogrammes de la figure 14, les valeurs des deux amplitudes des oscillations de q , on constate qu'elles sont égales respectivement aux valeurs Q_m et Q'_m de la charge initiale du condensateur.

En ce qui concerne la phase initiale, si l'on choisit comme origine des temps l'instant de fermeture du circuit LC, on a $q(0) = Q_0$.

Or, à $t = 0$, $q = Q_m \sin \varphi$, d'où $Q_m \sin \varphi = Q_0$, ce qui donne $\sin \varphi = 1$

Donc, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad.

En choisissant un autre instant comme origine des temps, il est clair que l'on aboutit avec le même raisonnement à une autre valeur de φ différente de $\frac{\pi}{2}$ rad.

Conclusion

L'amplitude et la phase initiale des oscillations libres d'un circuit RLC série non amorti ne dépendent que des conditions initiales.

Toutefois, la valeur de l'amplitude est tributaire de la valeur de la charge initiale du condensateur, tandis que la valeur de la phase initiale est fonction du choix arbitraire de l'origine des temps.

Questions

1°) Sachant que $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$, montrer que l'intensité i du courant électrique circulant dans le circuit RLC non amorti peut s'écrire sous la forme : $i(t) = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$.

2°) En déduire que i est une autre grandeur oscillante du circuit RLC série non amorti qui s'écrit sous la forme : $i(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \phi)$ tout en précisant l'expression de l'amplitude I_m et la valeur de la phase initiale ϕ .

2 ÉNERGIE TOTALE D'UN OSCILLATEUR LC

2.1- CONSERVATION DE L'ÉNERGIE TOTALE

$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L i^2.$$

$$\text{Avec } q = Q_m \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}), \quad i = \frac{dq}{dt} = Q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}).$$

$$\text{Donc, } E = \frac{1}{2C} (Q_m \cos \omega_0 t)^2 + \frac{1}{2} L (-Q_m \omega_0 \sin \omega_0 t)^2.$$

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_m^2 \sin^2(\omega_0 t).$$

$$\text{Or, } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \text{ il vient : } E = \frac{Q_m^2}{2C} [(\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))]$$

On sait que $(\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t = 1)$ quel que soit t .

$$\text{Donc, } E = \frac{1}{2C} Q_m^2$$

Q_m et C étant des constantes, E reste constante au cours du temps :

on dit que l'énergie totale de l'oscillateur LC se conserve.

Questions

1°) Comparer l'énergie totale E du circuit RLC série non amorti avec l'énergie qui lui est transférée initialement ; ce résultat est-il prévisible ? Pourquoi ?

2°) Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur peut s'écrire sous la forme : $E = \frac{1}{2} L I_m^2$ sachant que $I_m = \omega_0 Q_m$ et $LC \omega_0^2 = 1$.

3°) Montrer autrement, par l'étude de l'évolution de $\frac{dE}{dt}$, que E est constante et vérifier que le résultat trouvé est un cas particulier du résultat $\frac{dE}{dt} = -Ri^2$ établi lors de l'étude des oscillations libres amorties du même oscillateur.

Conclusion

L'oscillateur RLC série en régime libre non amorti est un système conservatif. Son énergie est proportionnelle au carré de l'amplitude de la grandeur oscillante $q(t)$ ou $i(t)$.

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} L_m I_m^2 = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2$$

2.2- ÉVOLUTION DES ÉNERGIES ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

Pour étudier l'évolution, au cours du temps, des énergies électrostatique E_C et magnétique E_L , il suffit de s'appuyer sur les courbes (1) et (2) représentant respectivement la charge q du condensateur et l'intensité i du courant circulant à travers la bobine, dans le cas où $q = Q_m$ à $t = 0$ (Fig.15).

♦ A $t = 0$, la charge est maximale et l'intensité du courant est nulle, ce qui signifie que l'énergie totale est :

$$E = E_{C_{\max}} = \frac{Q_m^2}{2C}.$$

Donc, l'énergie du circuit LC est purement électrostatique.

♦ Pendant l'intervalle de temps $]0, \frac{T_0}{4}[$, la charge q diminue et l'intensité i négative augmente en valeur absolue. Donc, la décharge du condensateur dans la bobine s'accompagne d'une transformation de l'énergie électrostatique en énergie magnétique.

♦ A $t = \frac{T_0}{4}$, la charge q s'annule, donc l'énergie électrostatique est nulle, et l'intensité i du courant est maximale en valeur absolue. Donc, l'énergie magnétique est maximale. Par conséquent, l'énergie du circuit LC est purement magnétique :

$$E = E_{L_{\max}} = \frac{1}{2} L_m I_m^2.$$

♦ Pendant l'intervalle de temps $]\frac{T_0}{4}, \frac{T_0}{2}[$, bien que la charge q soit négative, sa valeur absolue augmente alors que celle de l'intensité i diminue. En fait, grâce à l'énergie magnétique qu'elle a stockée entre 0 et $\frac{T_0}{4}$, la bobine joue le rôle de générateur en chargeant progressivement le condensateur, ce qui se traduit par une transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique.

♦ A $t = \frac{T_0}{2}$, l'intensité i du courant s'annule et la charge q est maximale en valeur absolue. Ainsi, comme à $t = 0$, à l'instant $t = \frac{T_0}{2}$ l'énergie totale est purement électrostatique.

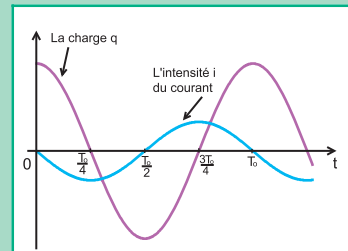


Fig.15 : Évolution temporelle de q et i .

◆ Pendant la deuxième demi-période, c'est-à-dire entre $\frac{T_0}{2}$ et T_0 , tout se passe comme pendant la première demi-période mais avec une augmentation de la charge q de $-Q_m$ à $+Q_m$ et une circulation du courant dans le sens positif.

◆ Pendant l'intervalle de temps $\left] \frac{T_0}{2}, \frac{3T_0}{4} \right[$ l'énergie

électrostatique se transforme en énergie magnétique, tandis qu'entre $\frac{3T_0}{4}$ et T_0 , l'énergie magnétique se transforme en énergie électrostatique. Ainsi, il s'avère que comme en régime libre amorti, il y a transformation mutuelle d'énergie magnétique et d'énergie électrostatique, mais sans aucune perte : si, pendant un quart de la période T_0 , l'énergie électrostatique se transforme en énergie magnétique, c'est l'énergie magnétique qui se transforme en énergie électrostatique pendant le quart de période suivant, et ainsi de suite. Effectivement, pour $C = 0,47\mu\text{F}$ et $L = 0,1\text{H}$, l'enregistrement graphique de l'énergie électrostatique E_C et de l'énergie magnétique E_L avec un logiciel approprié donne les chronogrammes de la figure 16 lorsque le condensateur de l'oscillateur est chargé initialement sous la tension $U_0 = 5\text{V}$.

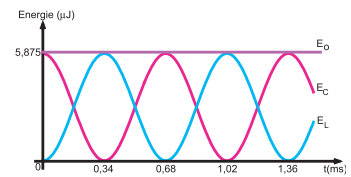


Fig.16 : Chronogrammes des énergies

Questions

1°) Interpréter énergétiquement les oscillations libres non amorties d'un circuit RLC série de résistance R nulle.

2°) A l'aide des graphiques de la figure 16 :

a) montrer que les énergies électrostatique E_C et magnétique E_L varient périodiquement au cours du temps.

b) calculer les périodes de E_C et de E_L , les comparer entre elles et avec la période propre T_0 de l'oscillateur LC.

c) relever la valeur de l'énergie totale E de l'oscillateur et la comparer à l'énergie E_0 qui y est emmagasinée initialement.

3°) Montrer théoriquement que :

$$E_C = \frac{Q_m^2}{4C} (1 + \cos 2\omega_0 t) \text{ et que } E_L = \frac{1}{4} L I_m^2 (1 - \cos 2\omega_0 t)$$

sachant que dans les conditions d'enregistrement, $q = Q_m \cos \omega_0 t$ et vérifier que l'énergie totale de l'oscillateur est constante et égale à l'énergie qui lui est transférée initialement.

Conclusion

Les oscillations libres d'un circuit RLC série non amorti sont dues aux transformations mutuelles et intégrales de ses énergies électrostatique et magnétique : l'énergie totale du système est transférée continuellement de manière intégrale du condensateur à la bobine et inversement.

L'essentiel

- L'évolution de la charge du condensateur d'un circuit RLC série est régie en régime libre

par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

- Un circuit RLC série auquel on a transféré initialement de l'énergie peut être le siège d'oscillations électriques libres amorties, c'est le régime pseudo-périodique.

- Les oscillations libres d'un circuit RLC série sont d'autant plus amorties et leur pseudopériode est d'autant plus grande que la résistance R du circuit est plus grande. Pour des valeurs suffisamment élevées de la résistance R, c'est le régime aperiodique.

- Si la résistance d'un circuit RLC série est nulle, les oscillations libres ne sont plus amorties, elles sont sinusoïdales, c'est le régime périodique.

- La période propre d'un oscillateur RLC série s'exprime : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

- La pseudo-période des oscillations libres amorties d'un circuit RLC série est légèrement supérieure à T_0 .

- Les oscillations libres d'un circuit RLC série sont dues aux transformations mutuelles de ses énergies électrostatique et magnétique.

- En régime libre, l'énergie totale d'un circuit RLC série ne se conserve que si sa résistance électrique est nulle.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Dans une séance de travaux pratiques, on dispose du matériel suivant :

- un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 5 \text{ V}$,
- un condensateur de capacité $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$,
- une bobine d'inductance $L = 10 \text{ mH}$ et de résistance interne r ,
- un résistor de résistance $R = 90 \text{ } \Omega$,
- un oscilloscope à mémoire,
- un interrupteur et des fils de connexion.

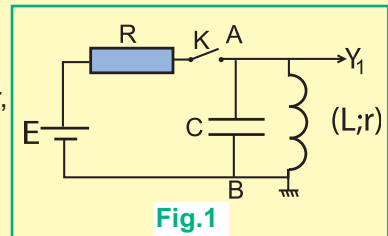


Fig.1

A l'aide de ce matériel, on réalise le montage de la figure 1.

1°) La résistance r de la bobine est supposée nulle.

a) L'interrupteur K étant fermé :

- montrer que la tension aux bornes de la bobine est nulle, en déduire la valeur de la charge du condensateur,
- calculer l'intensité I_0 du courant parcourant la bobine.

b) En ouvrant l'interrupteur K à l'instant $t = 0$:

- décrire qualitativement ce qui se passe dans le circuit,
- établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u aux bornes du condensateur,
- sachant que cette équation différentielle admet comme solution $u = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ que l'on calculera, déterminer les valeurs de U_m et φ ; écrire les expressions

de la charge $q(t)$ du condensateur et de l'intensité

$i(t)$ du courant circulant dans la bobine.

c) D'où provient l'énergie de l'oscillateur réalisé ? La calculer.

2°) Avec les réglages adéquats sur l'oscilloscope et en mettant son dispositif de balayage en marche juste avant l'ouverture de l'interrupteur K , on obtient l'oscillogramme de la figure 2. S'y appuyer pour :

- a) montrer par deux méthodes différentes que la résistance interne r de la bobine n'est pas nulle ;
- b) calculer r ;

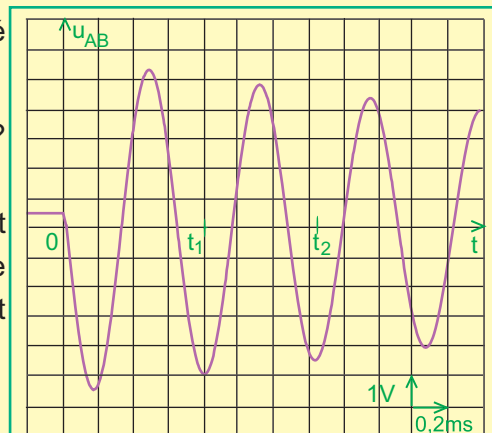


Fig.2

- c) calculer la pseudo-période T des oscillations de la charge q du condensateur et la comparer à la période propre T_0 ;
 d) évaluer algébriquement la variation qui a affecté l'énergie totale de l'oscillateur entre les instants t_1 et t_2 indiqués sur la figure 2.

SOLUTION

1°a) - La tension instantanée $u_1 = u_{AB}$ aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r parcourue par un courant d'intensité i (Fig.1) est :

$$u_1 = r i + L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Lorsque le régime permanent est établi dans le circuit, $i(t)$ devient

indépendante du temps, d'où $\frac{di}{dt} = 0$.

Donc, l'équation (1) devient : $u_1 = r.i$.

Or, la résistance r est supposée nulle. Donc, $u_1 = 0$ V.

- En choisissant comme sens positif du courant le sens orienté de B vers A à travers le condensateur (Fig.1) et comme charge q du condensateur

celle portée par son armature qui est du côté de B, on a $u_{AB} = -\frac{q}{C}$. Or, $u_{AB} = u_1 = 0$.

Donc la charge q est nulle.

- On sait qu'en régime permanent, le condensateur joue le rôle d'un interrupteur ouvert.

Donc, tout le courant d'intensité I_0 débité par le générateur circule dans la bobine.

D'après la loi de Pouillet, $I_0 = \frac{E}{R}$.

A.N: $I_0 = 55,5$ mA.

b) - Lorsque l'on ouvre l'interrupteur K , à cause du phénomène d'auto-induction, la bobine s'oppose à l'annulation du courant. Celui-ci continue à circuler, d'après la loi de Lenz, dans le même sens. Ainsi, le condensateur va se charger et à son tour, il se déchargera dans la bobine dès que le courant s'annule et ainsi de suite :

le circuit RLC série est le siège d'oscillations libres non amorties.

- La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_L = 0$ (Fig.2).

En posant $u_C = u$, on a : $u - L \frac{di}{dt} = 0$

Or, $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = -C.u$. Donc, $i = -C \frac{du}{dt}$. D'où : $u + LC \frac{d^2u}{dt^2} = 0$,

ce qui signifie : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$

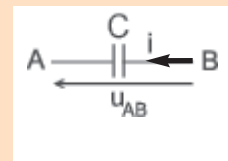


Fig.1

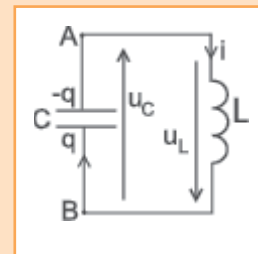


Fig.2

- On a : $u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}.$$

A $t = 0$, $u = U_m \sin \varphi = 0$, d'où $\sin \varphi = 0$. Donc, $\varphi = 0$ ou bien $\varphi = \pi \text{ rad}$.

On a : $i = -C \frac{du}{dt}$. Donc, $i = -CU_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$. A $t = 0$, on a : $i = -CU_m \omega_0 \cos \varphi = I_0 > 0$.

Donc, $\cos \varphi < 0$. D'où, $\varphi = \pi \text{ rad}$.

$$\cos \varphi = -\frac{I_0}{U_m C \omega_0} = -1, \text{ ce qui signifie : } U_m = \frac{I_0}{C \omega_0}.$$

AN : $U_m \simeq 5,55 \text{ V}$.

Finalement, on a : $u(t) = 5,55 \sin(10^4 t + \pi)$

$q = -C.u$, d'où $q = 5,55 \cdot 10^{-6} \sin(10^4 t)$

$$i = -CU_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = CU_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}). \text{ Or, } CU_m \omega_0 = I_0. \text{ Donc, } I_m = I_0 = 55,5 \text{ mA.}$$

D'où : $i = 55,5 \sin(10^4 t + \frac{\pi}{2})$ en mA, avec t en seconde.

c) $E = E_L + E_C$

La résistance du circuit RLC série étant supposée nulle, l'énergie totale se conserve : elle

reste égale à l'énergie transférée initialement à l'oscillateur, c'est l'énergie magnétique $E_L = \frac{1}{2} L I_0^2$

emmagasinée par la bobine durant tout le régime permanent de la question 1°a).

$$E = \frac{1}{2} L I_0^2$$

AN : $E = 1,54 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

2°a)

Première méthode : Pour tout instant $t > 0$, la diminution de l'amplitude des oscillations libres durant le régime transitoire est due à la résistance du circuit qui est la résistance r de la bobine. Donc, r est non nulle.

Deuxième méthode : Durant le régime permanent, obtenu pour $t < 0$, la tension aux bornes du condensateur est : $u = 0,5 \text{ V}$. Or, la tension u_{AB} aux bornes de la

bobine est égale à u d'où $u_{AB} = 0,5 \text{ V} \neq 0$. Donc, $r = \frac{u_{AB}}{I_0}$ est non nulle.

b) On a : $r = \frac{u}{I_0}$. Or, $I_0 = \frac{E}{r+R}$, d'où $r = \frac{u}{E}(R+r)$. Donc, $r = \frac{u.R}{E-u}$.

AN : $r = 10 \Omega$.

c) D'après l'oscillogramme, $T = t_2 - t_1$ qui correspond à peu près à 3.25 div sur l'axe des temps.

Or, une division représente 0,2 ms. Donc, $T = 0,65$ ms.

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,628$ ms, d'où T est légèrement supérieure à T_0 .

d) Aux instants t_1 et t_2 , u est maximale en valeur absolue. Donc, l'énergie du circuit RLC série est purement électrostatique.

A l'instant t_1 , on a : $E_1 = \frac{1}{2}CU_{m1}^2$ et à l'instant t_2 , on a : $E_2 = \frac{1}{2}CU_{m2}^2$.

D'après l'oscillogramme, on a : $U_{m1} = 5$ V et $U_{m2} = 4,5$ V.

Donc, $E_2 - E_1 = \frac{1}{2}C(U_{m2}^2 - U_{m1}^2)$.

A.N: $E_2 - E_1 = -2,375 \cdot 10^{-6}$ J.



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La décharge d'un condensateur dans une bobine est identique à sa décharge dans un résistor.
- 2- La pseudo-période des oscillations d'un circuit RLC série est légèrement inférieure à sa période propre.
- 3- Un oscillateur RLC série transfère son énergie à l'extérieur d'autant plus rapidement que sa

résistance est plus grande.

4- Dans un régime pseudo-périodique, le nombre d'oscillations augmente lorsque la pseudo-période augmente.

5- Les oscillations libres d'un circuit RLC amorti sont dues à des transformations intégrales des énergies électrostatique et magnétique.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- L'amortissement des oscillations libres d'un circuit RLC série est dû à :
- a- la capacité du condensateur ;
 - b- l'inductance de la bobine ;
 - c- la résistance du résistor ;
 - d- la résistance de la bobine ;
 - e- sa résistance totale.

$$a - T_o = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}} ;$$

$$b - T_o = 2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}} ;$$

$$c - T_o = 2\pi\sqrt{LC}.$$

- II- La décharge d'un condensateur dans une bobine purement inductive fait naître des oscillations ;

- a- périodiques ;
- b- sinusoïdales amorties ;
- c- pseudo-périodiques non amorties ;
- d- incessantes.

- III- La période propre T_o d'un oscillateur RLC série s'exprime :

- IV- Un circuit RLC série ne peut entrer en régime d'oscillations libres :

- a- sans lui transférer initialement de l'énergie ;
- b- sans lui transférer sans cesse de l'énergie ;
- c- sans qu'il transfère lui-même de l'énergie à l'extérieur ;
- d- sans les transformations mutuelles d'énergie électrique et d'énergie magnétique.



Exercices d'application

3

On se propose d'étudier le comportement d'un circuit RLC constitué par une association en série d'une bobine de résistance r et d'inductance L et d'un condensateur de capacité $C = 15 \mu\text{F}$.
On prend une pile plate du commerce de f.é.m.

$E = 4.5 \text{ V}$ et un résistor de résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$, puis on réalise le montage de la figure1.

Un dispositif informatisé d'acquisition de données permet de visualiser à travers son entrée Y la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps.

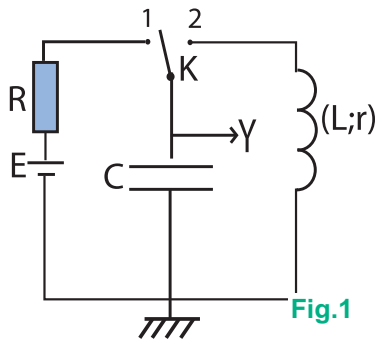


Fig.1

On place le commutateur en position 1 jusqu'à ce que le condensateur soit chargé, puis on le bascule en position 2 à un instant que l'on prendra comme origine des temps : la fermeture du commutateur en position 2 déclenche l'acquisition des mesures. La courbe de la figure 2 s'affiche sur l'écran de l'ordinateur.

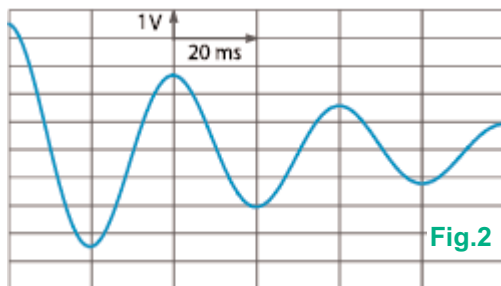


Fig.2

- 1°) De quel phénomène le circuit est-il le siège?
- 2°) Calculer l'énergie du condensateur en début d'acquisition, à l'instant $t=0$ et au bout de deux oscillations. Quelles sont les transformations d'énergie qui ont lieu dans ce circuit pendant une pseudopériode ?
- 3°) Etablir l'équation différentielle que vérifierait la tension u_C entre les armatures du condensateur si la résistance interne de la bobine était nulle.
- 4°) Dédire de la question précédente les expressions littérales de la pulsation propre et de la période propre du circuit. Sachant que, dans les conditions choisies pour l'acquisition, la pseudopériode peut être confondue avec la période propre, calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

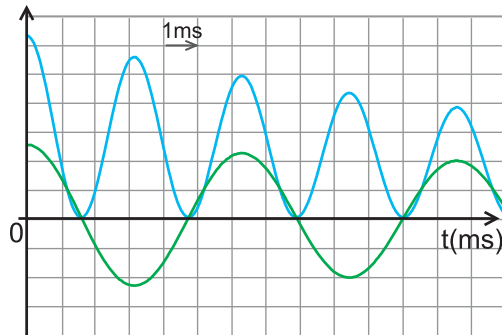
4 Un circuit RLC série est constitué d'une bobine d'inductance $L = 1$ H, de résistance R et d'un condensateur de capacité

$$C = 1 \mu\text{F}.$$

Le condensateur est initialement chargé.

À $t = 0$, on décharge le condensateur dans la bobine et on enregistre l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur ainsi que celle de l'énergie électrique E_C qui y est emmagasinée (Fig. ci-dessous).

Les échelles des ordonnées ne sont pas indiquées sur le graphique de cette figure.



- 1°) Montrer graphiquement que la résistance R de la bobine n'est pas nulle.
- 2°) Déterminer graphiquement la pseudo-période T de $u_C(t)$.
- 3°) Comparer la valeur mesurée T à la valeur de la période propre T_0 du circuit.
- 4°) Quelle est la pseudo-période T_E de l'énergie E_C ?
- 5°) Comparer T_E et T .

5

On réalise un montage formé par une association en série:

- d'un condensateur de capacité $C = 0.47 \mu\text{F}$, initialement chargé sous une tension de 5 V ,
- d'une bobine d'inductance $L = 44$ mH et de résistance nulle,
- d'un interrupteur.

- 1°) a) Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_C aux bornes du condensateur après la fermeture du circuit. En déduire l'expression de la période propre T_0 du circuit.
- b) Exprimer u_C en fonction du temps.
- c) En déduire l'expression de la charge q du condensateur.

2°) On remplace le condensateur par un autre de capacité $C' = 4$ C et la bobine par une autre d'inductance $L' = L/2$.

Exprimer la nouvelle période T'_0 en fonction de T_0 .

6

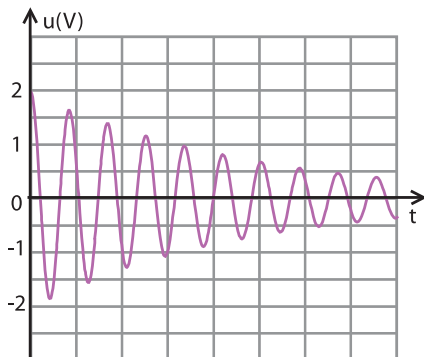
L'équation différentielle associée à la décharge d'un condensateur de capacité C et portant initialement la charge $Q_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ C, dans une bobine d'inductance L , s'écrit :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (1)$$

- 1°) Donner l'expression de l'énergie totale du circuit L,C.
- 2°) Retrouver l'équation différentielle (1) en utilisant le fait que l'énergie totale se conserve.
- 3°) vérifier que $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi)$ est solution de l'équation (1).
- 4°) Donner, en fonction de L et C , l'expression de la période propre de l'oscillateur électrique. La calculer.
- 5°) Le circuit a été fermé à un instant pris comme origine des temps . Déterminer numériquement les constantes figurant dans l'expression de la charge q . On donne : $C = 30 \mu\text{F}$ et $L = 0,1$ H.

7

Le graphe ci-après représente l'évolution au cours du temps de la tension u aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 1,16 \mu\text{F}$ qui a été chargé puis connecté à une bobine d'inductance $L = 0,35\text{H}$ et de résistance interne r . On numérotera les maxima de tension visibles à partir de 1. La pseudopériode des oscillations a pour valeur $T = 4,4$ ms.



- 1°) Comparer la pseudopériode T à la période propre T_0 de l'oscillateur.
- 2°) Exprimer puis calculer l'énergie électrique du condensateur aux instants t_1 et t_7

correspondant au maxima 1 à 7.

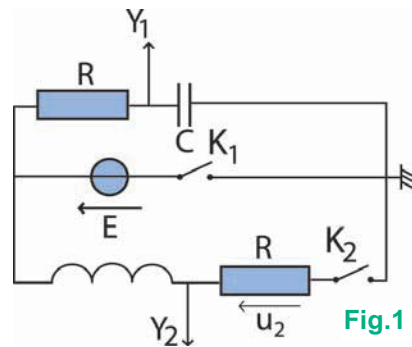
3°a) Donner la valeur de l'énergie magnétique de la bobine et de l'énergie totale du circuit aux mêmes instants.

b) Conclure quant à l'évolution de l'énergie totale de l'oscillateur au cours du temps.

Exercices de synthèse

8

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6$ V, un condensateur de capacité $C = 20 \mu\text{F}$, une bobine d'inductance $L = 0,8$ H et de résistance nulle, deux résistors de même résistance $R = 20 \Omega$ et deux interrupteurs K_1 et K_2 (Fig.1).



A- Première partie

Dans cette expérience, on ferme K_1 (en maintenant K_2 ouvert). Le dipôle RC est alors soumis à un échelon de tension de valeur E .

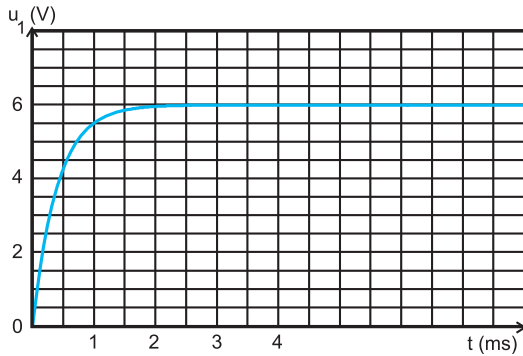
1°) Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K_1 ?

2°) Reproduire la partie de circuit concernée et indiquer sur le schéma, juste après la fermeture de l'interrupteur K_1 , le sens du courant, le signe des charges de chacune des armatures du condensateur. Indiquer la flèche-tension u_1 aux bornes du condensateur.

3°) sur la voie Y_1 d'un oscilloscope à mémoire, on obtient la courbe de la figure 2. Déterminer graphiquement, la constante de temps τ du dipôle RC en expliquant la méthode utilisée. Sachant que $R = 20 \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C .

4°) L'étude théorique du dipôle RC conduit à

l'équation différentielle : $\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E$


Fig.2

a- Retrouver cette équation différentielle en appliquant la loi des mailles.

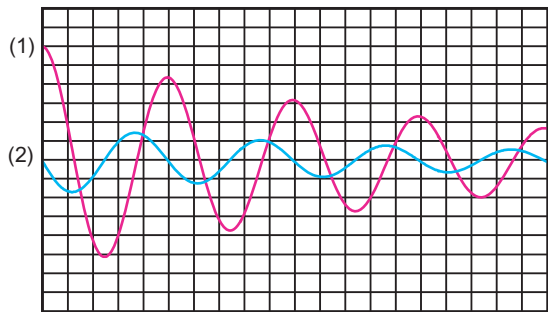
b- Compte tenu des conditions initiales, la solution de cette équation est de la forme :

$$u_1 = E. [1 - \exp(-t/\tau)].$$

Calculer la valeur de u_1 pour $t = 5\tau$. Conclure.

B- Deuxième partie

Une fois la première expérience réalisée, on ouvre K_1 puis on ferme K_2 . Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. À l'aide d'un dispositif d'acquisition de données, on visualise la tension u_1 aux bornes du condensateur sur la voie 1 et la tension u_2 aux bornes du résistor sur la voie 2 du même oscilloscope. On obtient les courbes **1** et **2** de la figure 3.



5 ms/div ; 1 V /div pour u_1 ; 0,2 mV/div pour u_2

Fig.3

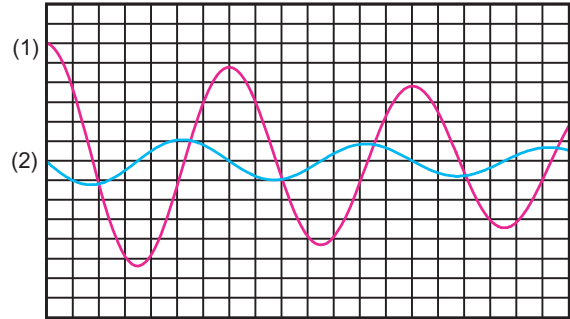
1°) Attribuer à chaque courbe la tension correspondante en justifiant brièvement pour une courbe seulement.

2°) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéissent les oscillations de u_2 (t).

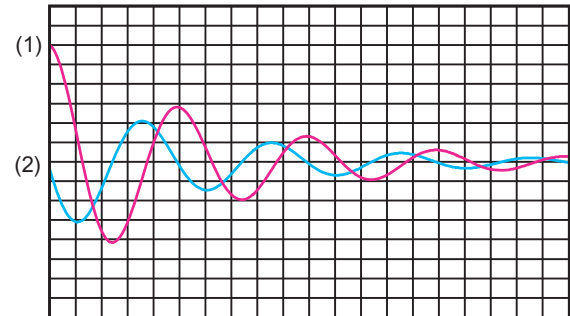
3°) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudopériode T des oscillations. Comparer les valeurs de T et de la période propre T_0 de l'oscillateur.

4°) On réalise à présent la deuxième expérience en modifiant un seul des paramètres R ou L . Deux cas sont proposés : dans l'un, on a augmenté la valeur de L ; dans l'autre, on a augmenté la valeur de R . On obtient les courbes des figures 4 et 5.

Attribuer à chaque cas proposé la figure qui lui correspond et justifier la réponse.



5 ms/div ; 1 V /div pour u_1 ; 0,2 mV/div pour u_2

Fig.4


5 ms/div ; 1 V /div pour u_1 ; 0,2 mV/div pour u_2

Fig.5

9 Un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ est chargé avec un générateur maintenant entre ses bornes une tension $U_0 = 3 \text{ V}$.

1°) Calculer la charge du condensateur et l'énergie qu'il a emmagasiné.

2°) Ce condensateur chargé est déconnecté du générateur puis relié, à $t = 0$, aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 0,1 \text{ H}$. La résistance totale du circuit est pratiquement nulle.

a) Faire un schéma du montage. Dessiner qualitativement ce que l'on observerait sur l'écran d'un oscilloscope branché aux bornes du condensateur.

b) Donner une interprétation énergétique du phénomène.

c) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la tension instantanée u_C aux bornes du condensateur.

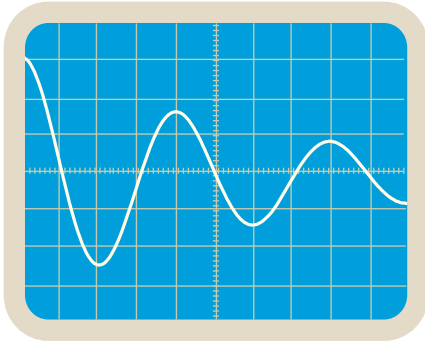
d) Quelle relation doit lier la période propre T_0 , C et L pour que la solution de cette équation différentielle soit $u_C(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \phi)$?

e) Déterminer les valeurs de la tension maximale U_m et de la phase initiale ϕ .

f) Exprimer, en fonction de T_0 , les instants pour lesquels l'intensité du courant électrique est maximale.

3°) En réalité la bobine possède en plus de l'inductance une résistance r non nulle.

La tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur est enregistrée avec un oscilloscope à mémoire. La courbe obtenue avec la sensibilité horizontale $10 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$ est reproduite sur la figure ci-dessous.



a- Comparer la pseudopériode T et T_0 .

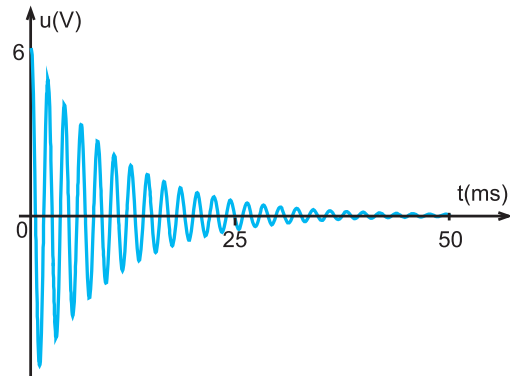
b- Pourquoi a-t-on besoin d'un oscilloscope à mémoire ?

c- Calculer l'énergie thermique dissipée par la résistance r de la bobine au bout de l'oscillation produite entre $t_0 = 0$ et $t_1 = T$.

10 Au cours d'une séance de travaux pratiques, on veut vérifier l'exactitude de la valeur $L = 0,2 \text{ H}$ de l'inductance d'une bobine, indiquée par le fabricant.

Pour cela, on étudie la décharge d'un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$, initialement chargé sous la tension $E = 6 \text{ V}$, à travers la bobine.

A l'aide d'un dispositif informatisé d'acquisition de données, on visualise sur l'écran d'un ordinateur, la courbe d'évolution de la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps. (Fig. ci-après)



1°) Pourquoi qualifie-t-on un tel régime d'évolution temporelle de u comme étant un régime pseudopériodique et non périodique ?

2° a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u .

b) On pose cette équation différentielle sous la forme suivante : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$

* Expliciter τ et donner sa dimension ainsi que sa signification physique.

* Déterminer à partir de la courbe, une valeur approchée de τ . En déduire la valeur de L .

On donne $R = 20 \Omega$.

c) Comparer la valeur de l'inductance trouvée expérimentalement L_{exp} avec la valeur $L = 0,2 \text{ H}$ portée sur le support de la bobine en calculant l'écart relatif $\frac{L_{\text{exp}} - L}{L}$.

En déduire si l'indication $L = 0,2 \text{ H}$ est correcte.

11

A l'aide d'un générateur de tension idéal, d'un condensateur, de deux résistors et d'une bobine inductive, on réalise le montage de la figure 1.

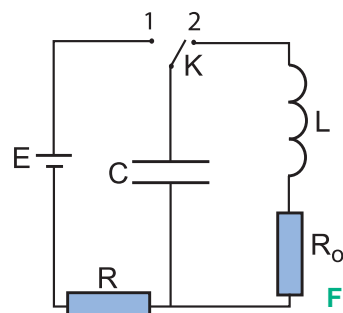
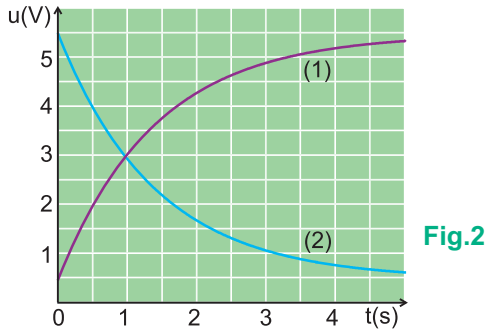


Fig.1

1°) On réalise la charge du condensateur de

capacité $C = 50 \mu\text{F}$ par le générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$.

A l'instant $t = 0$, on place le commutateur K en position 1. L'évolution au cours du temps de la tension u_R aux bornes du résistor de résistance $R = 30 \text{ k}\Omega$ et celle de la tension u_C aux bornes du condensateur sont représentées sur la figure 2.



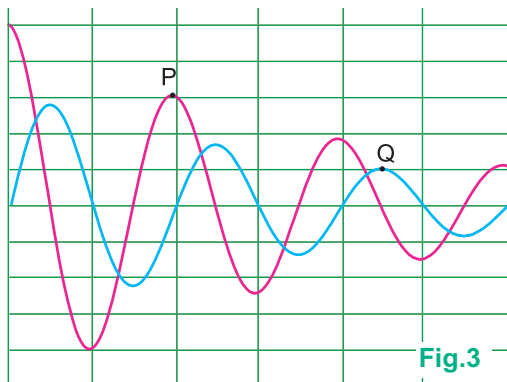
a) Quelle est, des courbes 1 et 2, celle qui illustre l'évolution de u_C ? Justifier la réponse.

b) Quelle serait la charge q du condensateur à la fin du processus de charge ?

c) Sachant que la constante de temps τ du circuit est la durée au bout de laquelle le condensateur a acquis 63% de sa charge maximale, déterminer graphiquement la valeur de τ .

d) Déterminer la valeur de l'intensité i du courant de charge à l'instant $t = \tau$.

2°) On suppose maintenant que le condensateur a acquis sa charge maximale. On place l'interrupteur K en position 2. On observe, à l'aide d'un oscilloscope, la tension u_C sur l'entrée Y_1 et la tension u_{R_0} aux bornes du



résistor de résistance $R_0 = 5 \Omega$ sur l'entrée Y_2 (Fig.3)

Les réglages de l'oscilloscope sont :

- sensibilité horizontale : 5 ms/div

- sensibilité verticale :

1V/div pour Y_1 et 250 mV/div pour Y_2 .

a) Rappeler les expressions de l'énergie électrostatique E_C et de l'énergie magnétique E_L . Calculer ces énergies aux instants correspondant aux points P et Q (Fig.3).

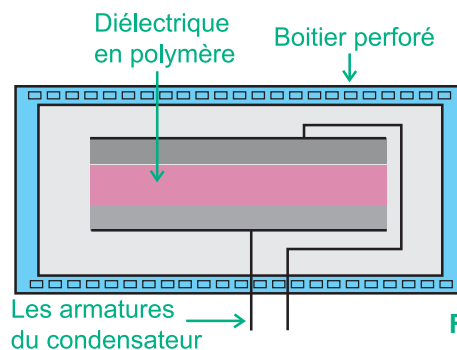
b) Comparer les énergies totales du circuit RLC série aux instants correspondant aux points P et Q.

12 Étude de texte

Capteur d'humidité

La mesure du taux (ou pourcentage) d'humidité relative de l'air (%HR) est appelée l'hygrométrie. Pour pouvoir y accéder, on fait recours à des capteurs de type "résistif" (reposant sur la variation d'une résistance avec l'humidité) ou "capacitif" (reposant sur la variation de la capacité avec l'humidité) : les premiers capteurs, souvent à base d'oxydes métalliques, sont peu précis et affectés par la condensation. Les seconds, dits "humidistances" possèdent souvent les qualités requises.

Un humidistance comporte un condensateur plan dont la capacité de très faible valeur C de l'ordre de 120 pF varie en fonction de l'humidité du diélectrique. En fait, le diélectrique est un film de polymère (polyamide par exemple) dont la permittivité varie avec son humidité (Fig.1).



Cette variation d'humidité entraîne une variation de la fréquence propre du circuit RLC série dans lequel le condensateur est inséré.(Fig.2)

Ces capteurs d'humidité sont conçus pour fonctionner entre -10°C et $+40^{\circ}\text{C}$, dans une

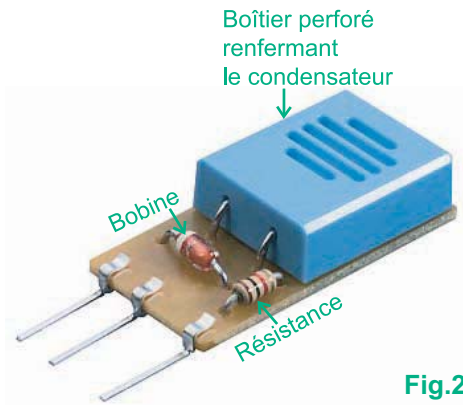


Fig.2

gamme de mesure de 10 à 100 % d'humidité, avec une précision de quelques % et un temps de réponse de l'ordre de 30 s.

Questions

1°) La permittivité du diélectrique utilisé est dite hygroscopique, pourquoi ?

2°) Expliquer comment la variation du taux d'humidité relative de l'air entraîne une variation de la fréquence propre des oscillations.

3°) Sachant que la valeur de C est à 40% HR et que la fréquence propre des oscillations au lieu de l'expérience est $N_0 = 31850\text{ Hz}$, déterminer le taux d'humidité relative de l'air en ce lieu.

On donne $L = 200\text{ mH}$ et on suppose que la fréquence des oscillations est pratiquement égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

Fiche technique

Visualisation d'un régime transitoire avec un oscilloscope analogique

Pour la mise en évidence expérimentale des régimes pseudopériodique et apériodique d'un oscillateur RLC série comme lors de l'étude expérimentale de la réponse d'un dipôle RC ou RL à un échelon de tension, on a eu besoin d'un oscilloscope à mémoire qui ne peut être que numérique. Mais, dans le cas échéant, c'est-à-dire à défaut d'un oscilloscope de ce type, peut-on se débrouiller avec un oscilloscope analogique ?

Oui, il suffit de penser à profiter de la durée $\theta_p = 0,1\text{s}$ de persistance des impressions lumineuses sur la

rétine de l'oeil et en cherchant un moyen permettant de visualiser le régime transitoire, que ce soit le régime pseudopériodique, le régime apériodique ou autre, de manière répétitive toutes les durées θ inférieures à la durée θ_p de persistance des impressions lumineuses.

Pour cette fin, il est pratique et assez commode, pour charger par exemple le condensateur du circuit RLC série du montage de la figure 1 de la page 80, d'utiliser au lieu d'un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 5\text{V}$, un générateur de tension en créneaux évoluant au cours du temps selon le chronogramme de la figure 1, entre $-U_o = -5\text{V}$ et $+U_o = +5\text{V}$. Puis, on réalise le montage de la figure 2. Après avoir mis l'oscilloscope analogique en marche et avoir fait les réglages nécessaires, on observe à priori l'oscillogramme

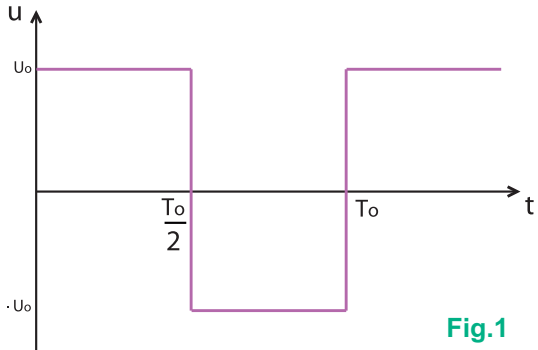


Fig.1

stable de la figure 3 à condition que la demi période $\frac{T_e}{2}$ de la tension u en créneaux soit à la fois inférieure à la durée θ_p de persistance des impressions lumineuses à l'oeil et très supérieure à la pseudopériode T des oscillations libres et par suite très supérieure à la période propre $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$ de l'oscillateur.

Donc, pour obtenir un oscillogramme net et stable comme celui de la figure 3, il faut bien étudier le choix des valeurs de L et de C :

- $T_o \ll T_e$. D'où, $LC \ll T_e^2$
- $T_e < \theta_p$. D'où, $T_e^2 < \theta_p^2$

Il faut donc : $LC \ll \theta_p^2 = 10^{-2}\text{ s}^2$.

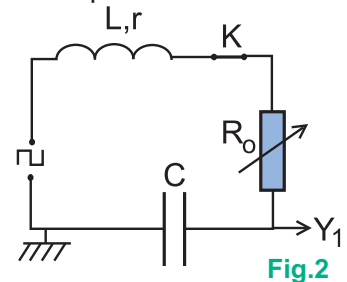


Fig.2

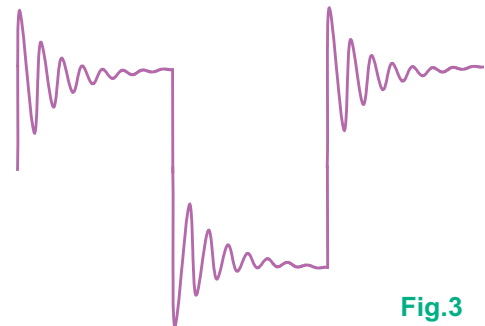


Fig.3

Remarque

Dans le cas de la réponse d'un dipôle RC ou RL à un échelon de tension, il faut veiller à ce que la demi période de la tension en crénaux soit dix fois plus grande que la constante de temps du dipôle.

Enfin, en agissant sur la base des temps de l'oscilloscope, on arrive à visualiser l'oscillogramme représentant une seule décharge oscillante, c'est-à-dire la réponse à un seul échelon de tension (Fig.4)

De plus, l'oscilloscope lui-même peut être un facteur de perturbation des mesures. En fait, l'entrée Y_1 ou Y_2 d'un oscilloscope est équivalente à un résistor de résistance $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$ monté en parallèle avec un condensateur de capacité C_{osc} allant de 16 à 47 pF. Donc, il faut en tenir compte pour réussir l'expérience.

Par conséquent, le schéma du montage réalisé devient équivalent à celui de la figure 5.

Par application de la loi des mailles, on écrit :

$$u_C + (R_o + r) i + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$\text{où } i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{dq}{dt} + \frac{dq_{osc}}{dt} + \frac{u_C}{R_{osc}}$$

Or, $q = Cu_C$ et $q_{osc} = C_{osc} \cdot u_C$, il vient alors :

$$i = C' \frac{du_C}{dt} + C_{osc} u_C \text{ avec } C' = C + C_{osc}$$

On peut facilement disposer d'un condensateur de capacité $C \gg 50 \text{ pF}$.

Donc, on peut négliger C_{osc} devant C , d'où $C' \simeq C$ et $i \simeq C \frac{du_C}{dt} + C_{osc} u_C$ (2).

(1) et (2) donnent :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + [(R_o + r) C + \frac{L}{R_{osc}}] \frac{du_C}{dt} + (1 + \frac{R_o + r}{R_{osc}}) u_C = u$$

Pour que cette équation ne diffère pas de : $LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_o + r) C \frac{du_C}{dt} + u_C = u$, il faut :

• $1 + \frac{R}{R_{osc}} \simeq 1$, c'est-à-dire $\frac{R}{R_{osc}} \ll 1$, ce qui est facilement vérifié car

$R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$ est très élevée.

• $(R_o + r)C + \frac{L}{R_{osc}} \simeq (R_o + r)C$. Donc $\frac{L}{R_{osc}} \ll (R_o + r)C$, c'est-à-dire $\frac{1}{R_{osc} C} \ll \frac{R_o + r}{L}$,

ce qui signifie : $\frac{L}{(R_o + r)C} \ll R_{osc} = 10^6 \Omega$.

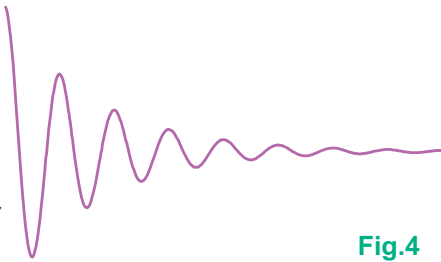


Fig.4

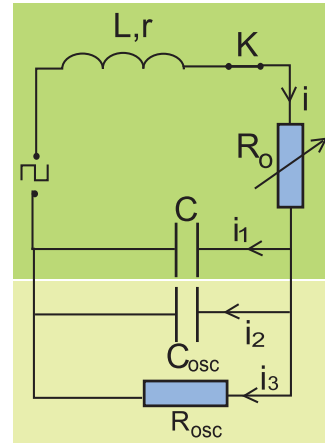


Fig.5

Pour que la condition $(R_o + r) \ll R_{osc}$ reste satisfaite, on ne peut augmenter R_o .
Donc, pour satisfaire cette dernière condition, il faut choisir une très petite inductance L et
une grande capacité C , mais sans perdre de vue la condition: $LC \ll 10^{-2} \text{ s}^2$.

Exemples :

- Avec $L = 10 \text{ mH}$, $C = 100 \text{ } \mu\text{F}$ et R_o telle que $(R_o + r) = 20 \text{ } \Omega$, on a :

$$LC = 10^{-6} \ll 10^{-2} \text{ et } \frac{L}{(R_o + r)C} = 5 \text{ } \Omega \ll 10^6 \text{ } \Omega : \text{ c'est un très bon choix.}$$

- Avec $L = 1 \text{ H}$, $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$ et $(R_o + r) = 20 \text{ } \Omega$, on a toujours :

$$LC = 10^{-6} \ll 10^{-2} \text{ et } \frac{L}{(R_o + r)C} = 5 \cdot 10^4 \text{ } \Omega, \text{ qui n'est pas négligeable devant la}$$

valeur $10^6 \text{ } \Omega$ de R_{osc} : c'est un mauvais choix.

Objectifs

- ◆ Distinguer, en régime forcé, le résonateur de l'excitateur.
- ◆ Visualiser simultanément à l'oscilloscope la tension excitatrice $u(t)$ et l'intensité du courant $i(t)$.
- ◆ Mesurer l'amplitude et la fréquence d'une grandeur oscillante en régime forcé sinusoïdal.
- ◆ Déterminer le déphasage entre la tension excitatrice $u(t)$ et l'intensité du courant $i(t)$.
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène de résonance d'intensité.
- ◆ Établir l'expression de l'intensité maximale I_m du courant oscillant en fonction de la fréquence des excitations.
- ◆ Interpréter théoriquement le phénomène de résonance.
- ◆ Calculer la puissance moyenne absorbée par un oscillateur électrique.
- ◆ Expliquer l'importance du facteur de puissance dans les transformations de l'énergie électrique.

Prérequis

SAVOIR

- ◆ Définir un oscillateur.
- ◆ Caractériser une grandeur oscillante sinusoïdale par sa période, son amplitude et sa phase initiale.
- ◆ Écrire les relations : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et $N = \frac{1}{T}$
- ◆ Définir les valeurs maximale I_m et efficace I de l'intensité du courant alternatif.
- ◆ Définir les valeurs maximale U_m et efficace U d'une tension alternative.
- ◆ Écrire les relations :

$$I_m = I\sqrt{2} \text{ et } U_m = U\sqrt{2}.$$
- ◆ Écrire les relations:

$$E_c = \frac{q^2}{2C} \text{ et } E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

SAVOIR FAIRE

- ◆ Reconnaître un oscillateur.
- ◆ Visualiser à l'oscilloscope :
 - une tension électrique,
 - une intensité de courant.
- ◆ Déterminer graphiquement la période et l'amplitude d'une grandeur électrique oscillante.
- ◆ Calculer la période propre d'un oscillateur RLC série.
- ◆ Établir l'équation différentielle régissant les oscillations libres d'un circuit RLC série par application de la loi des mailles.
- ◆ Calculer l'énergie totale d'un oscillateur RLC série.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

4



La guitare électrique est munie d'une caisse creuse à laquelle sont adjoints des microphones électriques. Grâce à la résonance électrique, le son amplifié prime sur la résonance naturelle de la caisse.

- ◆ En quoi consiste la recherche manuelle ou automatique d'une chaîne radio ou d'un canal de télévision?
- ◆ Que veut-on dire par "résonance électrique" dont les applications sont très nombreuses ?

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

On a vu dans le chapitre précédent que si un circuit RLC série peut effectuer des oscillations libres, celles-ci cessent plus au moins rapidement à cause de l'amortissement dû à sa résistance.

Quel sera l'effet de l'application d'une tension sinusoïdale aux bornes d'un tel oscillateur, une simple compensation de l'amortissement ou plus ?

1 RÉPONSE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE À UNE TENSION SINUSOÏDALE

1.1- PRODUCTION D'OSCILLATIONS FORCÉES

Manipulation

♦ On réalise le montage de la figure 1 : il s'agit d'un circuit RLC série fermé sur un GBF (générateur basse fréquence) délivrant une tension sinusoïdale $u(t)$ de fréquence N réglable :

$$u(t) = U_m \cdot \sin \omega t, \quad U_m \text{ étant maintenue constante.}$$

Le circuit RLC série est constitué d'un résistor de résistance R_o réglable, d'un condensateur de capacité $C = 0,47 \mu\text{F}$ et d'une bobine d'inductance $L = 0,2 \text{ H}$ et de résistance interne $r = 12,5 \Omega$ (Fig.1).

♦ Pour suivre simultanément l'évolution de la tension u délivrée par le GBF entre ses bornes et celle de l'intensité i du courant débité dans le circuit, on relie à un oscilloscope bicourbe, le point M à la masse, le point A à la voie Y_1 et le point B à la voie Y_2 .

♦ On fixe N à la valeur 400 Hz, U_m à 2 V et R_o à 50Ω par exemple. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, on observe sur l'écran de l'oscilloscope uniquement l'oscillogramme (1) de la figure 2. En fermant le circuit, on observe sur l'écran de l'oscilloscope les oscillogrammes stables (1) et (2) (Fig.2) avec la sensibilité 1 ms/div.

♦ La fréquence étant toujours égale à 400 Hz, on réalise une série de mesures de $U_{R_{om}}$ en fonction de U_m .

Les résultats de mesures ont permis d'obtenir le tracé de la figure 3.

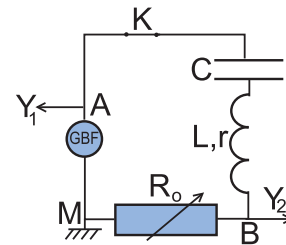


Fig.1 : Circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale

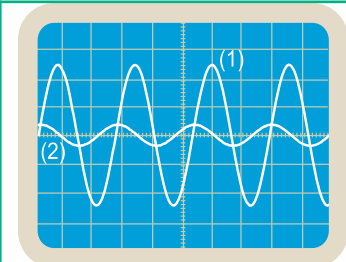


Fig.2 : Oscillogrammes de u et de u_{R_o} .

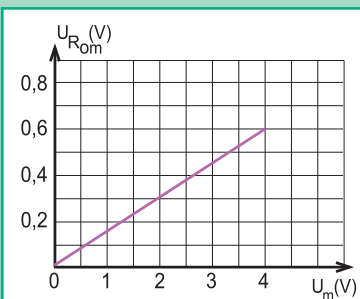


Fig.3 : Tracé de $U_m = f(U_{R_{om}})$

Questions

- 1°) Comparer la forme de l'oscillogramme représentant $i(t)$ à celle de $u(t)$.
- 2°) Mesurer la fréquence N de $i(t)$ et la comparer à celle de $u(t)$.
- 3°) Comparer la fréquence N à la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.
- 4°) a) A l'aide de la courbe de la figure 3, montrer que :

$$U_m = kU_{R_{0m}}$$
 où k est une constante que l'on calculera.
 b) Montrer que la tension maximale U_m peut s'écrire en fonction de l'intensité maximale I_m sous la forme : $U_m = Z I_m$ où Z est une constante dont on déterminera la dimension.

Commentaire

L'analyse des oscillogrammes de la figure 2 montre que, comme celle de $u(t)$, la courbe représentant $i(t)$ varie sinusoïdalement au cours du temps.

De plus, il y a constamment le même décalage horaire entre les deux oscillogrammes. Par conséquent, l'intensité $i(t)$ varie avec la même fréquence que la tension $u(t)$ imposée par le GBF et non avec la fréquence propre du circuit RLC série : les oscillations imposées par le GBF ne sont plus libres, elles sont forcées. Ainsi, le GBF a joué le rôle d'excitateur.

La forme linéaire de la courbe représentant $U_{R_{0m}}$ en fonction de U_m montre que le quotient $\frac{U_m}{I_m}$ est une constante qui ne dépend que des caractéristiques de l'oscillateur. On l'appelle impédance du circuit et on la note Z .

Interprétation théorique

Pour le circuit utilisé précédemment, la loi des mailles s'écrit :

$$u_{BM} + u_{DB} + u_{AD} + (-u_{AM}) = 0, \text{ d'où } u_{AM} = u_{BM} + u_{DB} + u_{AD}.$$

$$\text{Donc, } u_{AM} = R_o \cdot i + r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C},$$

$$\text{soit } u_{AM} = R_o \cdot i + r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}.$$

$$\text{Or, } q = \int i \cdot dt. \text{ Donc, } u_{AM} = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt, \text{ où } R = R_o + r$$

et $\omega = 2\pi N$.

Une telle équation différentielle à second membre non nul admet comme solution particulière celle du régime permanent :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Remarque : La solution générale faisant apparaître de plus le régime transitoire qui ne dure qu'une très petite fraction de seconde est hors programme.

Conclusion

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale est un courant alternatif sinusoïdal y oscillant :

- à la fréquence N de la tension excitatrice,

- avec une amplitude $I_m = \frac{U_m}{Z}$, où Z est une grandeur physique ayant la dimension d'une résistance appelée impédance du circuit RLC série.

1.2- DÉPHASAGE

Définition

On appelle déphasage entre deux fonctions sinusoïdales de phases initiales φ_1 et φ_2 et de même période, la différence de phase $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)$ ou $(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Exemples

♦ Les chronogrammes (1) et (2) de chacune des figures (4a) et (4b) représentent deux tensions u_1 et u_2 synchrones (de même période et simultanées) et de phases initiales φ_1 et φ_2 .

Dans le premier cas (Fig.4a), u_1 et u_2 sont dites en phase ou en concordance de phase tandis que dans le deuxième cas (Fig.4b), u_1 et u_2 sont dites en opposition de phase.

Questions

1°) Justifier qualitativement l'appellation concordance de phase et opposition de phase.

2°) a) Montrer que la concordance de phase signifie $\Delta\varphi = 2k\pi$ rad, avec k entier relatif.

b) Montrer que l'opposition de phase signifie $\Delta\varphi = (\pi + 2k\pi)$ rad, avec k entier relatif.

3°) Dans les cas de la figure 7 où le décalage horaire Δt entre u_1 et u_2 est égale à $\frac{T}{4}$, on dit que u_2 et u_1 évoluent au cours du temps en quadrature de phase. Plus précisément, u_2 est en quadrature retard sur u_1 dans le cas de la figure 7a, tandis qu'elle est en quadrature avance sur u_1 dans le cas de la figure 7b.

Expliquer cette différence par le calcul de $\Delta\varphi$ dans les deux cas.

4°) Dédurre des exemples traités précédemment que la valeur absolue du déphasage $|\Delta\varphi|$ entre deux fonctions sinusoïdales isochrones est liée à leur décalage horaire Δt par la relation :

$$|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \Delta t$$

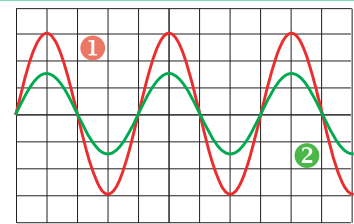


Fig.4a : Tensions u_1 et u_2 en concordance de phase

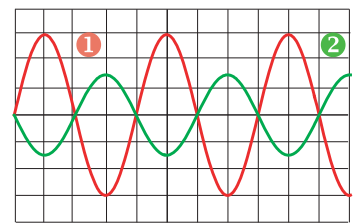


Fig.4b : Tensions u_1 et u_2 en opposition de phase

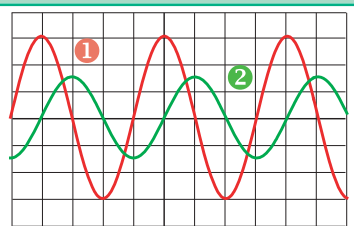


Fig.5a : Tension u_2 en quadrature retard sur u_1

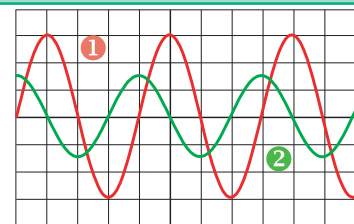


Fig.5b : Tension u_2 en quadrature avance sur u_1

Conclusion

A tout décalage horaire Δt entre deux fonctions sinusoïdales $y_1(t)$ et $y_2(t)$ isochrones (de même période T), représentées dans le même système d'axes, est associé un déphasage $\Delta\varphi$ tel que : $|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \Delta t$

- Si $\Delta t = 0$, $\Delta\varphi = 0$: les deux fonctions sont en concordance de phase.
- Si $\Delta t = \frac{T}{2}$, $\Delta\varphi = \pm \pi$ rad : les deux fonctions sont en opposition de phase.
- Si $\Delta t = \frac{T}{4}$, $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ rad : les deux fonctions sont en quadrature de phase.

Si le déphasage ($\varphi_2 - \varphi_1$) est positif, $y_2(t)$ est en avance de phase par rapport à $y_1(t)$ et inversement.

2 INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE D'EXCITATION SUR LA RÉPONSE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE

Manipulation

♦ On reprend le montage de la figure 1 où le générateur BF délivre une tension $u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$, avec $U_m = 2$ V.

En faisant varier la fréquence N des excitations, on constate qu'à chaque fois, la tension $u_{R_0}(t)$ conserve la même forme sinusoïdale mais avec changement de sa valeur maximale $U_{R_{0m}}$ et de son décalage horaire Δt par rapport à $u(t)$.

♦ Dans une deuxième étape, on réalise une série de mesures de l'intensité maximale I_m et du décalage horaire Δt entre $u(t)$ et $i(t)$ en fonction de la fréquence N du GBF.

Les résultats des mesures ont permis d'obtenir :

- le tracé de la figure 6a représentant l'évolution de l'amplitude I_m de l'intensité i en fonction de N .
- le tracé de la figure 6b représentant l'évolution de la phase initiale φ de l'intensité i en fonction de N .

Remarque

Il est pratique aussi de suivre à l'aide d'un ampèremètre l'évolution de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence N .

Questions

1°) Montrer que, dans les conditions de l'expérience réalisée, la valeur de la phase initiale φ est égale à la valeur du déphasage entre i et u .

2°) Décrire la forme particulière de la courbe représentant I_m en fonction de N .

3°) a) Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence N pour laquelle l'intensité maximale I_m du courant oscillant est à

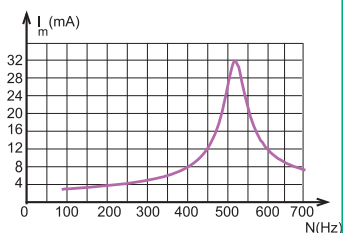


Fig.6a : Evolution de I_m en fonction de N

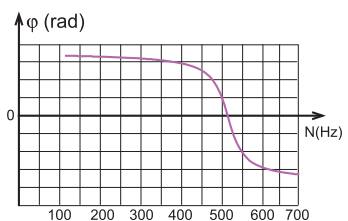


Fig.6b : Evolution de la phase initiale φ en fonction de N

sa valeur la plus élevée I_{m0} et la comparer à celle de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.

b) Relever I_{m0} et la valeur correspondante φ_0 de φ .

c) Calculer l'impédance Z qu'a le circuit RLC dans ce cas particulier et la comparer à sa résistance totale (R_0+r).

Conclusion

En régime forcé sinusoïdal, l'intensité maximale I_m et la phase initiale φ du courant oscillant dans un circuit RLC série dépendent de la fréquence N de la tension excitatrice et des grandeurs R , L et C caractéristiques de l'oscillateur.

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale de fréquence N égale à la fréquence propre N_0 du circuit est un courant oscillant en phase avec la tension excitatrice et avec l'intensité maximale la plus élevée : c'est la résonance d'intensité.

A la résonance d'intensité, le circuit RLC série se comporte comme un résistor de résistance R .

Interprétation théorique

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Pour déterminer l'amplitude I_m et la phase initiale φ de $i(t)$, il est commode de recourir à la construction de Fresnel dont le principe est expliqué dans la fiche technique de fin de chapitre (p.136).

Valeur maximale I_m et phase initiale φ de l'intensité i du courant

$$\text{On a : } Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = U_m \sin \omega t, \text{ avec } R = R_0 + r$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\int i \cdot dt = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \text{cte}$$

Il vient alors :

$$RI_m \sin(\omega t + \varphi) + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\text{cte}}{C} = U_m \sin(\omega t).$$

Etant une fonction sinusoïdale, $U_m \sin \omega t$ ne peut être qu'une somme de fonctions sinusoïdales. Donc, $\text{cte} = 0$.

- $RI_m \sin(\omega t + \varphi)$, $\mapsto \overline{OA_1} [RI_m, \varphi]$
- $L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, $\mapsto \overline{OA_2} [L\omega I_m, \varphi + \frac{\pi}{2}]$

- $\frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}), \mapsto \overline{OA}_3 [\frac{I_m}{C\omega}, \varphi - \frac{\pi}{2}]$
- $U_m \sin \omega t, \mapsto \overline{OA} [U_m, 0]$ tel que : $\overline{OA} = \overline{OA}_1 + \overline{OA}_2 + \overline{OA}_3$

Les vecteurs de Fresnel \overline{OA}_2 et \overline{OA}_3 étant de sens contraires, il en résulte trois constructions possibles :

- $\|\overline{OA}_2\| > \|\overline{OA}_3\|$, cas correspondant à $L\omega > \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire $N > N_0$: il donne la construction de la figure 7a.

- $\|\overline{OA}_2\| < \|\overline{OA}_3\|$, cas correspondant à $L\omega < \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire $N < N_0$: il donne la construction de la figure 7b.

- $\|\overline{OA}_2\| = \|\overline{OA}_3\|$, cas correspondant à $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire $N = N_0$: il donne la construction de la figure 7c.

Dans le cas général, on a :

$$U_m^2 = (R I_m)^2 + (L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega})^2, \text{ d'où } U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} I_m.$$

Donc,
$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

soit : $I_m = \frac{U_m}{Z}$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$.

D'après le cas de la figure 7a, $L\omega > \frac{1}{C\omega}$, on a $\varphi < 0$,

ça signifie que l'intensité $i(t)$ du courant est en retard de phase par rapport à la tension excitatrice $u(t)$: le circuit RLC série est dit inductif.

D'après le cas de la figure 7b, $L\omega < \frac{1}{C\omega}$, on a $\varphi > 0$, ça

signifie que l'intensité $i(t)$ du courant est en avance de phase par rapport à la tension excitatrice $u(t)$: le circuit RLC série est dit capacitif.

D'après les constructions précédentes, on a :

$$|\operatorname{tg}\varphi| = \frac{|L\omega - \frac{1}{C\omega}|}{R}$$

En tenant compte de la dépendance du signe de φ de celui de

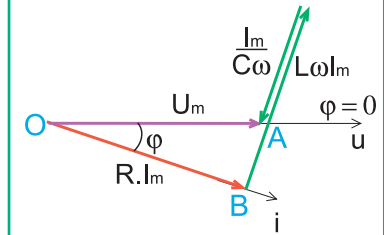


Fig.7a : Cas où $L\omega > \frac{1}{C\omega}$

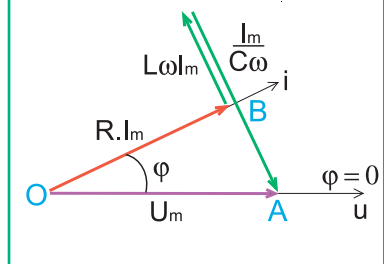


Fig.7b : Cas où $L\omega < \frac{1}{C\omega}$

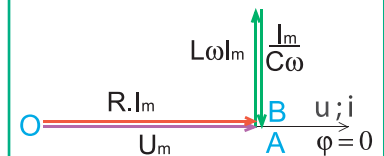


Fig.7c : Cas où $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

Fig.7 : Constructions de Fresnel

$(L\omega - \frac{1}{C\omega})$, la phase initiale φ de i est telle que :

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}}, \text{ avec } -\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \varphi < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Remarque

Le déphasage φ entre i et u peut être aussi caractérisé par :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Résonance d'intensité

L'impédance du circuit s'écrit $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$.

∞ Aux très basses pulsations ainsi qu'aux pulsations beaucoup plus élevées que la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur,

l'écart entre $L\omega$ et $\frac{1}{C\omega}$ augmente. Par suite, l'impédance Z devient de plus en plus grande.

Donc, dans l'un ou dans l'autre cas, $I_m(\omega) = \frac{U_m}{Z} \rightarrow 0$, ce qui signifie que la réponse du circuit RLC série devient de plus en plus faible. Cette réponse s'améliore lorsque Z prend une valeur modérée, ce qui n'est possible qu'avec des valeurs comparables de $L\omega$ et de $\frac{1}{C\omega}$.

Dans le cas particulier où $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, obtenu avec $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$:

∞ l'impédance Z est minimale : $Z = R$.

Par conséquent, l'intensité maximale prend sa valeur la plus élevée $I_{m0} = \frac{U_m}{R}$: c'est la résonance d'intensité.

∞ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} = 0$, ce qui signifie qu'à la résonance, la tension u et l'intensité i sont en phase.

Remarque

L'appellation d'un oscillateur en régime forcé comme étant un résonateur revient au phénomène de résonance.

Conclusion

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale de fréquence N égale à la fréquence propre N_0 du circuit est un courant oscillant en phase avec la tension excitatrice et avec l'intensité maximale la plus élevée : c'est la résonance d'intensité.

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} : \text{Résonance d'intensité} \Leftrightarrow \begin{cases} I_m \text{ est la plus élevée} \\ u \text{ et } i \text{ sont en phase} \end{cases}$$

3 INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE TOTALE DU CIRCUIT SUR LA RÉSONANCE

Manipulation

On refait l'étude expérimentale du paragraphe 2 (p.115), toujours avec $L = 0,2 \text{ H}$ et $C = 0,47 \mu\text{F}$, mais en fixant R_0 successivement aux valeurs $R_{02} = 20 \Omega$ et $R_{03} = 200 \Omega$.

Les résultats des mesures faites permettent d'obtenir :

- les courbes de résonance d'intensité (1) et (2) de la figure 8a, correspondant respectivement à R_{02} et R_{03} .
- les courbes (a) et (b) de la figure 8b représentant l'évolution de la phase initiale φ de l'intensité i en fonction de N et correspondant respectivement à R_{02} et R_{03} .

Questions

1°) Comparer les allures des courbes de résonance (1) et (2) entre elles et avec celle de la courbe de la figure 6a ; en déduire l'influence de la résistance totale du circuit sur la résonance.
2°) Pour les valeurs R_{02} et R_{03} de R_0 , déterminer graphiquement :

- a) la valeur de la fréquence de résonance,
- b) le déphasage φ correspondant entre l'intensité i et la tension d'alimentation u .

Interprétation

A la résonance d'intensité, on a $I_{m0} = U_m/R$. Cela signifie que l'importance de la résonance dépend de l'ordre de grandeur de R , donc de R_0 car $R = R_0 + r$:

I_{m0} est d'autant plus grande que R est plus petite.

- Si R est très petite, le maximum de I_m est très élevé, ce qui se traduit par un pic de résonance très pointu (courbe (1) de la figure 8a) : c'est la résonance aiguë.
- Si R est grande, I_{m0} est faible, ce qui se traduit par un pic de résonance très peu prononcé (courbe (2) de la figure 8a) : c'est la résonance floue.

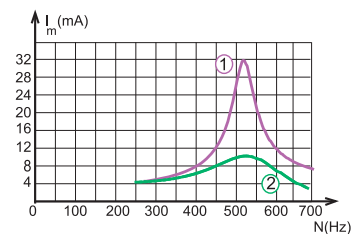


Fig.8a : Influence de l'amortissement sur I_m

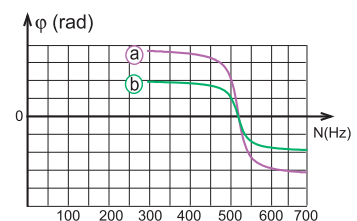


Fig.8b : Influence de l'amortissement sur le déphasage φ

Fig.8 : Influence de l'amortissement

Conclusion

La résonance d'intensité de courant d'un oscillateur RLC série est d'autant plus aiguë que l'amortissement est faible.

Cependant, quel que soit l'amortissement, la fréquence de résonance reste toujours égale à la fréquence propre du résonateur.

4 LE PHÉNOMÈNE DE SURTENSION**Manipulation**

On reprend le montage de la figure 1 (p.112), toujours avec $L = 0,2 \text{ H}$, $C = 0,47 \text{ }\mu\text{F}$ et $U_m = 2 \text{ V}$, mais en choisissant comme fréquence d'excitation, la fréquence propre ($N_0 = 520 \text{ Hz}$) du circuit RLC série. On mesure la valeur maximale U_{Cm} de la tension aux bornes du condensateur pour des valeurs de la résistance R_0 égales à $R_{01} = 20 \text{ }\Omega$, $R_{02} = 50 \text{ }\Omega$ et $R_{03} = 200 \text{ }\Omega$. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

$R_0 \text{ (}\Omega\text{)}$	20	50	200
$U_{Cm} \text{ (V)}$	40	21	6,5

Questions

1°) Reproduire, puis compléter le tableau suivant :

$R_0 \text{ (}\Omega\text{)}$	20	50	200
$Q = \frac{U_{Cm}}{U_m}$			

2°) Le quotient $Q = \frac{U_{Cm}}{U_m}$ est appelé facteur de surtension à la résonance. Justifier cette appellation.

3°) a) Montrer théoriquement que Q peut s'écrire uniquement en fonction des caractéristiques R , L et C de l'oscillateur.

b) Calculer les valeurs théoriques de Q , correspondant respectivement aux valeurs $20 \text{ }\Omega$, $50 \text{ }\Omega$ et $200 \text{ }\Omega$ de la résistance R_0 .

4°) Quelle précaution faut-il prendre pour avoir un facteur de surtension modéré à la résonance ?

Expression de Q

Pour une pulsation ω égale à la pulsation propre ω_0 ,

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} \text{ et } I_0 = \frac{U}{R_0 + r}. \text{ D'où : } Q = \frac{1}{(R_0 + r) C\omega_0}. \quad (1)$$

Or, $\frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0$. Donc, Q s'exprime autrement comme suit :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R_0 + r} \quad (2)$$

En remplaçant ω_0 par $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ dans (1) par exemple, il vient :

$$Q = \frac{1}{(R_0 + r)C} \sqrt{LC}. \text{ Donc : } \boxed{Q = \frac{1}{(R_0 + r)} \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Donc, le facteur de surtension Q augmente quand l'inductance L augmente et lorsque la capacité C et la résistance R du circuit diminuent. S'il est trop élevé, la surtension devient dangereuse tant pour l'utilisateur que pour les composants du circuit ou les appareils d'une manière générale : elle peut provoquer le claquage du condensateur et des étincelles entre les spires de la bobine, d'où le risque d'électrocution.

Remarque

A la résonance d'intensité : $U = (R_0 + r)I$ et $U_{\text{Bobine}} = \sqrt{r^2 + (L\omega_0)^2} I$.

Si la valeur de l'inductance L est telle que, $L\omega_0 \gg (R_0 + r)$,

La valeur de la tension efficace aux bornes de la bobine sera plus grande que la valeur de la tension efficace d'alimentation.

Donc, il y a aussi risque de surtension aux bornes de la bobine (Fig.9).

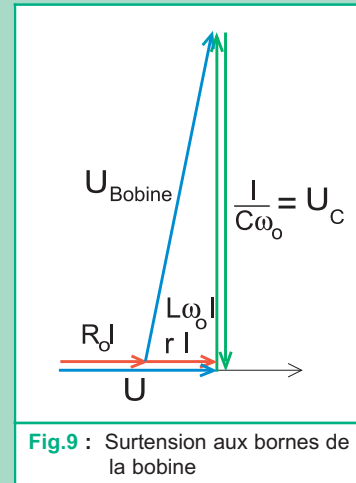


Fig.9 : Surtension aux bornes de la bobine

Conclusion

- A la résonance d'intensité d'un circuit RLC série, il peut surgir aux bornes du condensateur, une surtension caractérisée par le facteur :

$$Q = \frac{1}{(R_0 + r)} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- Le facteur de surtension Q est d'autant plus grand que la résonance est plus aiguë.
- Une surtension élevée peut entraîner des conséquences néfastes.

5 APPLICATIONS DE LA RÉSONANCE

Les applications de la résonance sont très nombreuses. on cite essentiellement :

- les oscillateurs à quartz,
- le haut parleur et le microphone électrodynamique,
- la réception d'émissions radiophoniques.

Dans le dernier exemple cité, lorsqu'il s'agit d'un poste radio ordinaire, la résonance aiguë est recherchée parce que pour écouter nettement une émission, on doit accorder la fréquence propre de l'oscillateur RLC série du récepteur (poste radio)

avec la fréquence sur laquelle émet la station choisie. Cependant, dans le cas d'une chaîne "haute fidélité", les étages d'amplification doivent répondre avec des courbes de résonance floue (les plus aplaties possibles) dans le domaine des sons audibles afin que l'appareil puisse restituer les timbres des voix et des instruments de musique.

6 PUISSANCE MOYENNE ET FACTEUR DE PUISSANCE

Dans ce paragraphe, on se propose d'étudier le bilan énergétique des oscillations forcées d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal.

6.1- PUISSANCE ÉLECTRIQUE INSTANTANÉE

♦ En appliquant à ses bornes A et B une tension sinusoïdale de basse fréquence $u(t) = U\sqrt{2} \sin \omega t$, un dipôle D (Fig.10) sera parcouru par un courant d'intensité sinusoïdale $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$ et recevra, à tout instant, une puissance électrique : $p(t) = u(t).i(t)$.

Étant générale, cette expression est applicable au circuit RLC série.

$$p = u.i = U\sqrt{2} \sin(\omega t).I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = 2U.I.\sin(\omega t + \varphi)\sin(\omega t).$$

En appliquant au produit des deux facteurs sinusoïdaux figurant dans cette expression de p , la relation trigonométrique

$$\sin a.\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)], \text{ on aboutit à :}$$

$$p = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi).$$

On constate que la puissance instantanée est la somme algébrique du terme constant " $UI\cos\varphi$ " et du terme " $- UI\cos(2\omega t + \varphi)$ " évoluant périodiquement au cours du temps avec une fréquence double de celle de u et de i , ce qui rend $p(t)$ périodique de période $T_p = \frac{T}{2}$.

Ainsi, pendant une demi oscillation de i , $\cos(2\omega t + \varphi)$ varie entre +1 et -1. Par conséquent, p peut être positive et le dipôle RLC série est effectivement un récepteur. Puis, elle peut devenir négative et le même dipôle se comporte alors comme un générateur. Cependant, pour déterminer le bilan, ces constatations restent insuffisantes.

6.2- PUISSANCE ÉLECTRIQUE MOYENNE

Définition

La puissance moyenne d'un dipôle D est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée $p(t)$ sur une très grande durée Δt (tendant vers

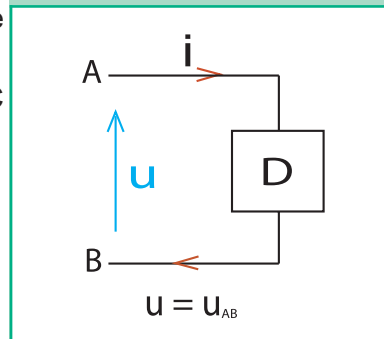


Fig.10 : Dipôle D parcouru par un courant alternatif

l'infini). Lorsque $p(t)$ est périodique[⊙], il est équivalent de prendre Δt égale à une période.

On note la puissance électrique moyenne P et on l'appelle aussi en régime forcé sinusoïdal, puissance électrique active ou réelle.

Comme toute puissance, la puissance moyenne s'exprime en watt (W) et se mesure avec un wattmètre.

Expression de P

Lorsque la puissance instantanée $p(t)$ est périodique, sa valeur moyenne P sur une période T_p s'écrit :

$$P = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} p(t) dt$$

où k est un entier naturel.

En régime sinusoïdal, on vient de trouver :

$$p(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi).$$

$$\text{Donc, } P = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} UI \cos(2\omega t + \varphi) dt.$$

$$\text{Ce qui donne : } P = \frac{UI \cos \varphi}{T_p} [t]_{kT_p}^{(k+1)T_p} - \frac{UI}{2\omega T_p} [\sin(2\omega t + \varphi)]_{kT_p}^{(k+1)T_p}.$$

La fonction $\sin(2\omega t + \varphi)$ étant périodique de période $T_p = \frac{\pi}{\omega}$,

$$\text{on a : } [\sin(2\omega t + \varphi)]_{kT_p}^{(k+1)T_p} = 0.$$

Cependant, $[t]_{kT_p}^{(k+1)T_p} = T_p$. Il vient donc :

$$P = UI \cos \varphi$$

Cette forme générale de l'expression de la puissance moyenne est indépendante de la nature du dipôle.

Étant semblable à l'expression de la puissance consommée en courant continu, le produit UI intervenant dans l'expression de P est appelé puissance apparente du dipôle.

La puissance apparente s'exprime en volt-ampère (V.A).

Le facteur $\cos \varphi$ auquel la puissance moyenne est proportionnelle s'appelle **facteur de puissance**.

Pour le circuit RLC série, $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$. Donc, ce facteur est toujours positif. Par suite, la puissance moyenne est positive, ce qui veut dire que le circuit RLC série se comporte dans l'ensemble comme un dipôle passif.

⊙ Le cas unique qui figure dans le programme est celui du régime sinusoïdal forcé.

D'autre part, on a $U = Z.I$, d'où :

$$P = R.I^2$$

Ainsi, on montre que la puissance active d'un circuit RLC série est due à sa résistance totale R : c'est une puissance consommée par effet Joule. En d'autres termes, la puissance moyenne dissipée dans le circuit sert à compenser l'amortissement : en moyenne, l'énergie transférée de l'excitateur à l'oscillateur sert, lorsque le régime oscillatoire est établi, à compenser les pertes par effet Joule.

6.3- RÉSONANCE DE PUISSANCE

La puissance moyenne ($P = R.I^2$) d'un circuit RLC série est proportionnelle au carré de l'intensité efficace du courant oscillant dans le circuit. Il s'en suit une résonance de puissance à chaque fois qu'il y a résonance d'intensité (Fig.11). A la résonance d'intensité, P est maximale, ce qui est en accord avec la condition ($\cos\varphi = 1$) établie précédemment.

6.4- TRANSFERT DE PUISSANCE MOYENNE

La puissance moyenne fournie par le GBF au circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal est :

$$P = R \frac{U^2}{Z^2} = \frac{R U^2}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

Discutons cette relation dans les deux cas extrêmes d'amortissement.

- Si l'amortissement est important, lorsque ω tend vers zéro ou ω est très grand, la puissance transférée est quasiment nulle.

Mais, au voisinage de ω_0 , P devient égale à $\frac{U^2}{R}$. Le transfert de puissance s'effectue alors quelle que soit la fréquence mais il reste faible. Par conséquent, l'amplitude des oscillations est faible. C'est ce qui justifie la résonance floue (Fig.12).

- Si l'amortissement est faible, le transfert de puissance est important. Par conséquent, l'amplitude des oscillations est élevée. C'est ce qui justifie la résonance aiguë (Fig.12).

6.5- IMPORTANCE DU FACTEUR DE PUISSANCE $\cos\varphi$

Dans toute installation électrique, la tension d'alimentation est imposée par le réseau de distribution de la STEG. Tout appareil de l'installation est caractérisé par sa puissance nominale, puissance moyenne en fonctionnement normal. En marche, il

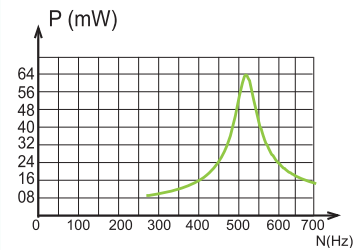


Fig.11 : Evolution de P en fonction de N

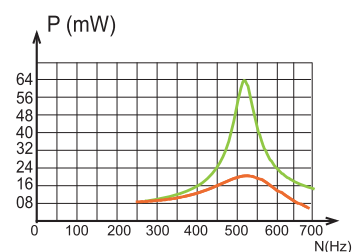


Fig.12 : Courbes de résonance aiguë et de résonance floue

sera parcouru par un courant d'intensité efficace : $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$.

Le courant électrique débité provoque un échauffement par effet Joule des câbles de la ligne de transport d'électricité.

Par conséquent, de la puissance est perdue et, en grande partie, la perte est à la charge de la STEG : c'est la perte en ligne. Comment minimiser la perte en ligne ?

Si l'on désigne par P_o la puissance moyenne perdue par effet Joule dans la ligne d'alimentation de résistance R_o , on a :

$$P_o = R_o I^2,$$

soit :

$$P_o = R_o \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

P et U étant imposées, pour minimiser P_o , il faut chercher à minimiser R_o et augmenter $\cos \varphi$.

Les possibilités de diminution de R_o sont limitées. En effet, l'opération demande l'augmentation du diamètre des câbles électriques, ce qui augmente leurs poids. Par conséquent, les lignes et leur infrastructure coûteront beaucoup plus cher.

Ainsi, la seule solution pratique pour rendre minimales les pertes par effet Joule est d'augmenter le facteur de puissance $\cos \varphi$. Pour ce, on exige qu'une installation électrique ait un facteur de puissance élevé ($\cos \varphi > 0,8$).

Conclusion

La puissance moyenne d'un circuit RLC série est dissipée par effet Joule. Cette dissipation se fait à n'importe quelle fréquence mais elle est d'autant plus importante que la résistance est plus grande.

A la résonance d'intensité, correspond une résonance de puissance : la puissance moyenne de l'oscillateur RLC série est dans ces conditions la plus élevée.

L'essentiel

■ Comme en régime libre non amorti, les oscillations forcées d'un circuit RLC série sont sinusoïdales mais de fréquence imposée par l'excitateur.

■ La réponse d'un circuit RLC série à une tension excitatrice sinusoïdale de fréquence N est un courant électrique d'intensité sinusoïdale de valeur maximale I_m et de phase initiale φ dépendant de la fréquence des excitations et des grandeurs électriques R , L et C caractéristiques de l'oscillateur :

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$$

■ En régime forcé sinusoïdal, selon que le circuit RLC série, est capacitif ($\frac{1}{C\omega} > L\omega$) ou bien inductif ($L\omega > \frac{1}{C\omega}$), l'intensité i du courant électrique y oscille en avance de phase ou bien en retard de phase par rapport à la tension excitatrice u .

■ En régime forcé sinusoïdal, la valeur maximale de l'intensité du courant est d'autant plus élevée que l'amortissement est plus faible.

■ La résonance d'intensité est obtenue pour une fréquence d'excitations égale à la fréquence propre de l'oscillateur. Dans ces conditions, i oscille en phase avec u .

■ La résonance d'intensité d'un circuit RLC série peut être accompagnée d'une surtension aux bornes du condensateur, caractérisée par un quotient $Q > 1$ appelé dans ces conditions facteur de surtension :

$$Q = \frac{U_C}{U}$$

■ En régime sinusoïdal forcé, la puissance moyenne P d'un circuit RLC série est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée $p(t)$ durant une période :

$$P = UI \cos \varphi = RI^2$$

■ Comme la résonance d'intensité, la résonance de puissance est obtenue pour une fréquence d'excitations égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

■ Les pertes par effet Joule sont d'autant plus faibles que le facteur de puissance est plus grand.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

On associe en série un condensateur de capacité C , une bobine B d'inductance L et un résistor de résistance $R_0 = 81,5 \Omega$. L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant à ses bornes une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ de valeur maximale $U_m = 6 \text{ V}$ et de fréquence N réglable (Fig.1).

1°) a) Préciser parmi les points A et B du circuit celui auquel on doit relier la masse du GBF afin de visualiser simultanément la tension d'alimentation $u(t)$ et la tension u_{R_0} aux bornes du résistor, sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe.

b) Reproduire le schéma de la figure 1 en y indiquant les branchements effectués à l'oscilloscope.

2°) Pour une valeur N_1 de la fréquence N du GBF, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2 avec les réglages suivants :

- base de temps : $0,5 \text{ ms/div}$;
- voie utilisée pour visualiser $u(t)$: 2 V/div ;
- voie utilisée pour visualiser $u_{R_0}(t)$: 1 V/div .

a) Identifier parmi les oscillogrammes (1) et (2) celui représentant $u(t)$.

b) Déterminer graphiquement la fréquence N_1 et la valeur maximale I_m de l'intensité $i(t)$ du courant électrique oscillant dans le circuit RLC série.

c) Calculer l'impédance Z du circuit RLC série.

d) - Déterminer graphiquement le déphasage entre $i(t)$ et $u(t)$.

- En déduire que la bobine a une résistance interne non nulle que l'on calculera.

3) Pour étudier le comportement de l'oscillateur à une autre fréquence N_2 du GBF, on visualise simultanément avec $u(t)$, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

a) Préciser le point du circuit auquel on doit relier la masse du GBF à cette fin.

b) Reproduire de nouveau le schéma de la figure 1 tout en y indiquant les nouveaux branchements effectués à l'oscilloscope.

c) En fermant le circuit, on obtient les oscillogrammes de la figure 3 avec une sensibilité horizontale de 1 ms/div et une même sensibilité de 2 V/div pour les deux voies Y_1 et Y_2 . Identifier l'oscillogramme représentant $u_C(t)$.

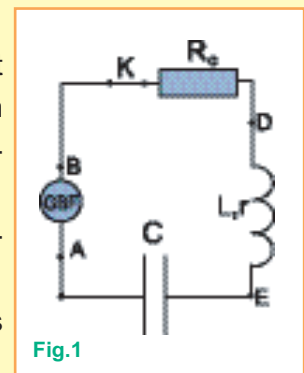


Fig.1

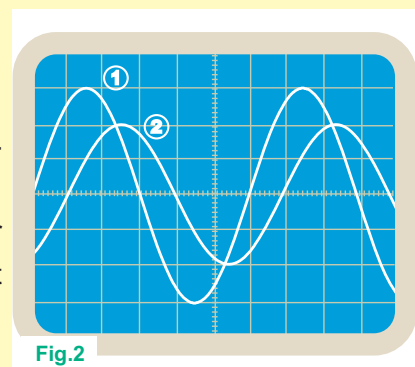


Fig.2

- d)** Déterminer graphiquement la fréquence de $u_C(t)$ ainsi que son déphasage par rapport à $u(t)$.
- e)** Montrer que l'oscillateur RLC série est en résonance d'intensité.
- f)** Calculer le facteur de surtension et préciser si sa valeur présente un danger tout en justifiant la réponse.
- g)** Calculer C et L.

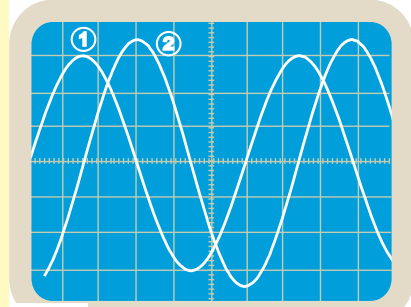


Fig.3

SOLUTION

1°a) Afin de visualiser simultanément $u(t)$ et $u_{R_0}(t)$, il faut que la masse du GBF soit du côté du résistor de résistance R_0 . Il faut alors la relier au point B.

b) Comme sur le schéma de la figure 4, le point A est à relier à l'entrée Y_1 (ou Y_2) afin de visualiser $u(t)$ tandis que le point D est à relier à l'entrée Y_2 (ou Y_1) pour visualiser $u_{R_0}(t)$.

2°a) $U_m = 6 \text{ V}$ et la voie utilisée pour visualiser $u(t)$ est de 2 V/div . Donc, l'oscillogramme (1) dont les crêtes sont distantes de 6 div est celui qui représente $u(t)$.

b) $u_{R_0}(t) = R_0 \cdot i(t)$: étant proportionnelles l'une à l'autre, $i(t)$ et $u_{R_0}(t)$ évoluent au cours du temps avec la même fréquence.

Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2)

de la figure 2 est constant, on affirme que $u_{R_0}(t)$ évolue avec la même fréquence N_1 de $u(t)$.

$N_1 = \frac{1}{T_1}$. Or, T_1 s'étale sur 6 divisions et la sensibilité horizontale utilisée est de $0,5 \text{ ms/div}$.

Donc, $T_1 = 3 \text{ ms}$, ce qui signifie : $N_1 \approx 333 \text{ Hz}$.

On a : $u_{R_0}(t) = R_0 \cdot i(t)$, ce qui signifie : $i(t) = \frac{u_{R_0}(t)}{R_0}$. D'autre part, en s'appuyant sur la forme

sinusoïdale de l'oscillogramme (2) de la figure 2, on écrit : $u_{R_0}(t) = U_{R_{0m}} \sin(2\pi N_1 t + \varphi)$, où φ

est sa phase initiale. Donc, $i(t) = I_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi)$, avec $I_m = \frac{U_{R_{0m}}}{R_0}$.

$2 \text{ div} \rightarrow U_{R_{0m}}$ et $1 \text{ div} \rightarrow 1 \text{ V}$. Donc, $U_{R_{0m}} = 2 \text{ V}$. D'où, avec $R_0 = 81,5 \Omega$: $I_m = 24,5 \text{ mA}$.

c) L'impédance Z du circuit RLC série s'écrit : $Z = \frac{U_m}{I_m}$.

A.N. : Avec $U_m = 6 \text{ V}$ et $I_m = 24,5 \text{ mA}$, $Z = 244,9 \Omega \approx 245 \Omega$.

d) Soit $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$, le déphasage entre $i(t)$ et $u(t)$ de phases initiales φ_i et φ_u . φ_i étant égale à la phase initiale φ de $u_{R_0}(t)$, déterminer $\Delta\varphi$ revient à déterminer graphiquement le décalage horaire Δt entre les oscillogrammes (2) et (1) de la figure 2 représentant respectivement $u_{R_0}(t)$ et $u(t)$.

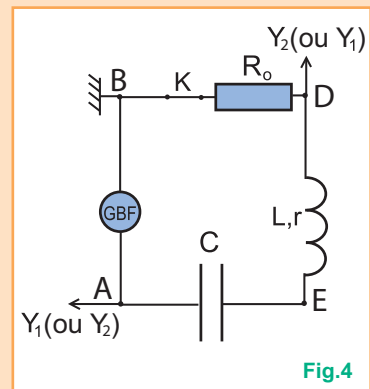


Fig.4

$$|\Delta\varphi| \rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \text{ et } \pi \text{ rad} \rightarrow \frac{T}{2}. \text{ Donc, } |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$$

Les maximums de $u_{R_0}(t)$ sont atteints à Δt après ceux de $u(t)$. Donc, $u_{R_0}(t)$ est en retard de

phase par rapport à $u(t)$, ce qui signifie $\Delta\varphi < 0$. Par suite, on a : $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ rad.}$

On sait que $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$. Ceci équivaut à $R = Z \cdot \cos\varphi$. Avec $Z = 245 \Omega$ et $\cos\varphi = \frac{1}{2}$ car

$\varphi = \frac{-\pi}{3} \text{ rad}$, on a : $R = 122,5 \Omega$. Or, $R_0 = 81,5 \Omega$. Donc, $R > R_0$. Il en découle que la bobine

a une résistance non nulle $r = R - R_0$.

A. N. : $r = 41 \Omega$.

3°a) Pour visualiser simultanément la tension d'alimentation $u(t)$ et la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur, la masse du GBF doit être reliée au point A comme dans la figure 5.

b) Comme sur le schéma de la figure 5, le point B est à relier à l'entrée Y_1 (ou Y_2) afin de visualiser $u(t)$ tandis que le point E est à relier à l'entrée Y_2 (ou Y_1) pour visualiser $u_C(t)$.

c) L'oscillogramme (1) étant le seul d'amplitude égale à 6 V, il représente $u(t)$. Donc, c'est l'oscillogramme (2) qui représente $u_C(t)$.

d) Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 3 est constant, on affirme que $u_C(t)$ évolue avec la même fréquence N_2 de $u(t)$.

En procédant comme on a fait pour répondre à la question 2.b, on obtient : $N_2 = 167 \text{ Hz.}$

Les maximums de la tensions $u(t)$ sont atteints à $\frac{T}{4}$ avant ceux de $u_C(t)$, ce qui signifie que

$u_C(t)$ est en quadrature retard de phase par rapport à $u(t)$: $\varphi_{u_C} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

e) On a : $i = \frac{dq}{dt}$, d'où : $\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2}$. D'autre part, $u_C = \frac{q}{C}$. Il s'en suit : $\varphi_{u_C} = \varphi_q$.

Donc, $\varphi_i = \varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2}$. Or, $\varphi_{u_C} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$, Donc, $\varphi_u - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, d'où : $\varphi_u - \varphi_i = 0$.

Il s'agit alors d'une résonance d'intensité.

f) $Q = \frac{U_{Cm}}{U_m}$. En procédant comme on a fait pour déterminer graphiquement la valeur de

$U_{R_{om}}$ dans la réponse à la question 2.c, on trouve : $U_{Cm} = 7 \text{ V}$. On a ainsi : $Q \approx 1,17$.

Q étant très peu supérieur à l'unité du fait que U_{Cm} est très légèrement supérieure à U_m , on ne court aucun danger.

g) On est à la résonance d'intensité. Donc, $Q = \frac{1}{RC\omega_2}$, d'où : $C = \frac{1}{RQ\omega_2}$.

A. N. : Sachant que $\omega_2 = 2\pi N_2$ et avec $N_2 = 167 \text{ Hz}$, on trouve : $C = 6,68 \text{ nF.}$

D'autre part, la fréquence d'excitation est égale à la fréquence propre de l'oscillateur :

$$N_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ d'où } L = \frac{1}{4\pi^2 N_2^2 C}. \quad \text{A.N. : } L = 137 \text{ mH}$$

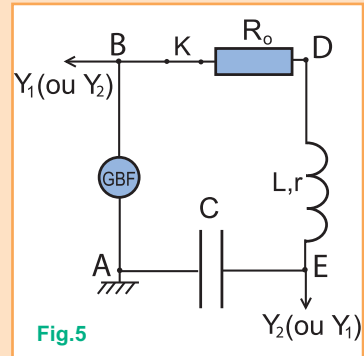


Fig.5



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Les oscillations d'un circuit RLC série auquel est appliquée une tension sinusoïdale sont libres.
- 2- La fréquence des oscillations forcées d'un circuit RLC série peut être égale à sa fréquence propre.
- 3- La résonance d'intensité est obtenue lorsque la tension aux bornes du circuit RLC série est en phase avec l'intensité du courant qui y circule.
- 4- La résonance d'intensité est obtenue lorsque l'impédance du circuit RLC série est maximale.

- 5- Le facteur de surtension d'un circuit RLC série augmente lorsque la résistance totale du circuit augmente.
- 6- La puissance moyenne consommée par le condensateur est nulle.
- 7- La résonance de puissance est elle même une résonance d'intensité.
- 8- Pour minimiser les pertes par effet Joule dans les lignes d'alimentation en électricité, on diminue le facteur de puissance.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Un circuit RLC série est en résonance d'intensité lorsque :

- a- son impédance est minimale ;
- b- la fréquence qui lui est imposée est égale à sa fréquence propre ;
- c- son impédance est égale à la résistance du résistor ;
- d- l'intensité du courant qui y circule et la tension qui lui est appliquée sont en phase.

■ II- A la résonance d'intensité, l'intensité du courant i est :

- a- en quadrature avance de phase sur la tension aux bornes du condensateur ;
- b- en quadrature retard de phase par rapport à la tension aux bornes de la bobine ;
- c- en phase avec la tension aux bornes du résistor.
- d- en phase avec la tension aux bornes du circuit RLC série.

■ III- Dans un circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale u de fréquence N réglable, l'intensité du courant oscille en retard de phase par rapport à u :

- a- quelle que soit la valeur de N ;

- b- pour $N = N_0$ (fréquence propre de l'oscillateur) ;
- c- pour $N > N_0$.

■ IV- A la résonance d'intensité, une augmentation de la résistance du circuit RLC série entraîne :

- a- la diminution de la fréquence caractéristique de la résonance ;
- b- la diminution de la valeur maximale de l'amplitude de l'intensité du courant ;
- c- l'augmentation de la valeur maximale de la puissance moyenne consommée par le circuit.

■ V- Le facteur de surtension Q d'un circuit RLC série s'écrit :

- a- $\frac{2\pi L N_0}{R}$;

- b- $\frac{U_L}{U}$ quelle que soit la valeur de la fréquence N ;

- c- $\frac{1}{R} \sqrt{\frac{C}{L}}$;

- d- $\frac{U_C}{U}$ à la résonance d'intensité.

Exercices d'application

3 Les émetteurs produisent des oscillations électriques forcées dans les circuits d'accord des récepteurs radio. La recherche des stations émettrices sur ces derniers est un exemple de résonance d'intensité.

On désire capter une émission à la fréquence $N = 16233$ Hz. Quelle valeur doit-on donner à la capacité C du condensateur du circuit d'accord RLC série sachant que la bobine a une inductance $L = 10^{-4}$ H ?.

4 On monte en série un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance r aux bornes d'un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale $u(t)$ de pulsation ω variable: $u(t) = 30\sqrt{2} \sin \omega t$

En fixant ω à $2000 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, les mesures fournissent : $I = 600 \text{ mA}$, $U_1 = 30 \text{ V}$ et $U_2 = 30 \text{ V}$.

I : Valeur efficace de l'intensité i du courant circulant dans le circuit.

U_1 : Valeur efficace de la tension u_1 aux bornes de la bobine.

U_2 : Valeur efficace de la tension u_2 aux bornes du condensateur.

L'intensité i est de la forme : $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$.

1°) A l'aide de la construction de Fresnel, calculer φ , r , L et C .

2°) Comparer par le calcul de leur quotient, la pulsation d'alimentation ω et la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur RLC série et préciser tout en justifiant la réponse le sens dans lequel il faut faire varier ω pour avoir une résonance d'intensité.

5 Un circuit RLC série comprenant :

- Un condensateur de capacité $C = 20 \mu\text{F}$,
- un résistor de résistance $R = 20 \Omega$,
- une bobine d'inductance $L = 0,55 \text{ H}$ et de résistance interne $r = 12,5 \Omega$.

On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de fréquence variable :

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin 2\pi Nt, \text{ avec } N = 48 \text{ Hz}$$

1°) Donner, sans démonstration, l'expression de l'impédance Z en fonction de R , r , L et C . La calculer.

2°) Donner l'expression de l'intensité efficace I en fonction de Z .

3°) Le circuit est équivalent à un résistor de résistance $(R + r)$.

a) Montrer que la valeur de N est égale à la fréquence propre N_0 du circuit. La calculer.

b) Déterminer les valeurs de l'impédance Z_0 et de l'intensité I_0 obtenues pour $N = N_0$.

6 On considère un circuit comportant, en série, un résistor de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C . Ce circuit est alimenté par un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace U et de pulsation ω réglable. Un ampèremètre de résistance négligeable permet de mesurer l'intensité efficace I du courant dans le circuit.

1°) Pour une pulsation ω donnée, utiliser la construction de Fresnel pour exprimer l'impédance du circuit et le déphasage en fonction de ω , R , L et C .

2°) U étant constante, on fait varier ω et on relève l'intensité efficace I pour chaque valeur de ω .

a) Donner l'allure générale de la courbe représentant $I = f(\omega)$. Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ?

b) Soit ω_0 la valeur de la pulsation pour laquelle le phénomène précédent se produit. La pulsation ω_0 dépend-elle de R , L et C ?

Donner l'expression de ω_0 en fonction de deux de ces trois grandeurs.

c) Que deviennent l'impédance Z et le déphasage pour $\omega = \omega_0$?

7 Un dipôle RLC série constitué d'une bobine B d'inductance L et de résistance r et d'un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$, est alimenté par un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence N variable. La tension efficace U aux bornes du générateur est maintenue constante et égale à 2 V . Les valeurs de la fréquence N_0 de résonance d'intensité et l'intensité efficace I_0 correspondante sont respectivement 2325 Hz et 130 mA . Déterminer :

- 1°) les caractéristiques de la bobine inductive,
- 2°) le facteur de surtension et la puissance moyenne maximale consommée par le circuit RLC série.

8 On établit une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω entre les bornes M et N d'une portion de circuit comprenant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance interne r. L'intensité efficace étant $I = 0,20$ A, la mesure des tensions efficaces fournit les résultats suivants :

$U_{MN} = 120$ V, $U_{MP} = 160$ V et $U_{PN} = 56$ V. (P : point de connexion de la bobine au condensateur).

- 1°) Calculer les impédances de la bobine et du condensateur ainsi que la résistance r de la bobine.
- 2°) Calculer le déphasage de la tension u_{MN} par rapport à l'intensité i du courant.
- 3°) Sachant qu'un courant de pulsation $\omega_0 = 250 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ parcourant le circuit serait en phase avec la tension u_{MN} , déterminer :
 - a) les valeurs de l'inductance et de la capacité,
 - b) la pulsation ω et la fréquence N correspondante,
 - c) la puissance moyenne consommée dans le circuit.
- 4°) Montrer que l'intensité efficace du courant reprendra la valeur $I = 0,20$ A pour une deuxième pulsation ω' que l'on calculera.
- 5°) Comparer les puissances moyennes consommées dans le circuit aux pulsations ω , ω_0 et ω' .

9 Un oscillateur RLC série comprenant un résistor de résistance $R = 50 \Omega$, un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ et une bobine d'inductance L réglable et de résistance négligeable est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale :

$$u(t) = 10\sqrt{2} \sin(100\pi t)$$

- 1°) Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations du courant circulant dans le circuit RLC série.
- 2°) Sachant qu'en régime permanent, l'intensité du courant s'écrit $i(t) = I_m \sin(100\pi t + \varphi)$:

- a) déterminer la valeur L_0 de l'inductance de la bobine donnant une résonance d'intensité,
- b) montrer que si l'on ferme le circuit en maintenant L égale à L_0 , il se produit un phénomène de surtension aux bornes du condensateur.

2°) Sachant que la valeur de la tension de rupture sérigraphiée sur le boîtier du condensateur utilisé est $U_0 = 100$ V, déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine à ne pas dépasser pour éviter tout risque de claquage du condensateur.

10 Un dipôle AB est constitué par l'association en série d'un résistor, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine purement inductive d'inductance L.

On désigne par R la résistance totale du circuit. On applique aux bornes du dipôle AB une tension $u_{AB} = U_m \sin \omega t$ de valeur efficace U, constante mais de pulsation ω réglable. Un wattmètre mesure la puissance électrique moyenne P reçue par le dipôle.

1°) Démontrer que lorsque l'on règle $\omega = \omega_0$ pour obtenir les conditions de résonance d'intensité pour ce dipôle, on mesure une valeur maximale P_0 pour la puissance moyenne. Exprimer P_0 en fonction de U et de R.

En déduire l'expression de l'énergie électrique E_0 reçue par le dipôle pendant une période, en fonction de U, R et ω_0 .

2°) Dans les conditions de résonance, exprimer en fonction du temps l'énergie totale E_t emmagasinée dans le dipôle, sous forme magnétique E_L dans la bobine et sous forme électrique E_C dans le condensateur..

Montrer que E_t reste constante. Dans ces conditions, exprimer cette énergie totale en fonction de L, U et R. Que devient donc à chaque instant l'énergie électrique reçue par le dipôle ?

3°) Exprimer le rapport $\frac{E_t}{E_0}$ en fonction du facteur de surtension Q du circuit.

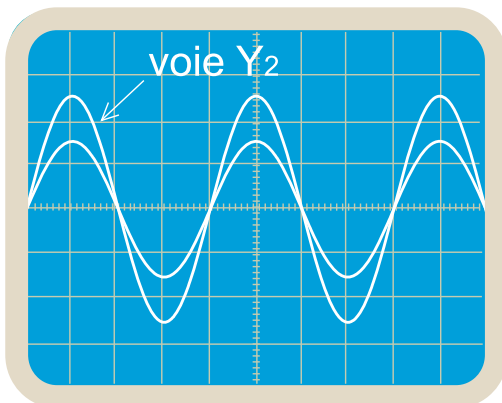
11

Un générateur G délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence N réglable et de valeur efficace constante U alimente un circuit RLC série constitué d'un résistor de résistance $R = 300 \Omega$, d'un condensateur de capacité $C = 3 \mu\text{F}$ et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r .

On se propose de visualiser simultanément à l'oscilloscope, la tension $u(t)$ aux bornes du circuit (voie Y_1) et la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor (voie Y_2).

Pour une valeur N_0 de la fréquence N de la tension délivrée par G, on obtient les oscillogrammes de la figure ci-après avec :

- sensibilité verticale sur la voie Y_1 : 4 V / div.
- sensibilité verticale sur la voie Y_2 : 2 V / div.
- sensibilité horizontale : 1 ms / div.



- a) Quel est le phénomène observé ?
- b) Déterminer la valeur de l'inductance L et celle de la résistance r de la bobine.



Exercices de synthèse

12

On dispose d'un condensateur sur lequel le fabricant fournit les indications suivantes :

Références	EFD-CPM13B
Capacité	1,2 MF
Tolérance	10%
Tension maximale	160 V

On se propose de faire une recherche de la valeur réelle de la capacité C . Pour ce, on réalise un circuit série constitué d'un GBF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 2 \text{ V}$, d'un résistor de résistance $R = 10 \Omega$, d'une bobine d'inductance $L = 58 \text{ mH}$ et de résistance r et du condensateur à étudier. Puis, on y insère un voltmètre et un ampèremètre.

1°) Schématiser le montage à réaliser de telle sorte que l'on puisse :

- vérifier que la tension efficace à la sortie du GBF soit maintenue constante et égale à 2 V ,
- mesurer l'intensité efficace du courant dans le circuit RLC série.

2°) On va rechercher la résonance d'intensité en faisant varier la fréquence de la tension délivrée par le GBF. Lors des mesures, on constate qu'à la fréquence $N = 610 \text{ Hz}$, l'intensité efficace prend sa valeur maximale $I = 96,7 \text{ mA}$.

- a) Quelle est la valeur numérique de la fréquence propre du circuit ? justifier la réponse.
- b) Déduire de cette fréquence, la valeur de la capacité C du condensateur. Quelle indication aurait dû porter le fabricant à la place de MF ?
- c) La valeur obtenue par cette méthode de mesure est-elle dans le domaine de tolérance donné par le constructeur ?

13

Un circuit électrique comporte en série :

- un résistor de résistance $R = 40 \Omega$,
- un condensateur de capacité C ,
- une bobine d'inductance L et de résistance r .

L'ensemble est alimenté par un GBF délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N réglable :

$$u(t) = 10\sqrt{2} \sin(2\pi Nt)$$

1°) Pour une fréquence N_0 , la valeur de la tension efficace aux bornes du résistor est $U_R = 9,6 \text{ V}$ et la tension instantanée aux bornes du condensateur est :

$$u_c(t) = U_c \sqrt{2} \sin(318\pi t - \frac{\pi}{2}), \text{ où } U_c = 36 \text{ V.}$$

a) Montrer que le circuit est en résonance d'intensité.

b) Déterminer :

- la valeur de l'intensité efficace I_0 du courant électrique circulant dans le circuit,
- les valeurs de C , L et r ,
- la valeur du coefficient de surtension Q du circuit.

c) Montrer que u et u_c vérifient à chaque instant la relation : $u_c^2 = -Q^2 u^2 + 2U_c^2$.

d) Etablir l'expression de l'énergie totale de l'oscillateur en fonction de u et u_c et montrer qu'elle se conserve.

14 Un GBF (générateur basse fréquence) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 10 \text{ V}$, est utilisé pour alimenter un résistor de résistance $R = 100 \Omega$, un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$ et une bobine de résistance $r = 100 \Omega$ et d'inductance $L = 50 \text{ mH}$, ces trois dipôles étant montés en série.

1°) Pour la fréquence $N = N_1 = 318 \text{ Hz}$ du GBF calculer :

- a) l'impédance Z_1 du circuit RLC série,
- b) la valeur efficace I_1 de l'intensité du courant débité par le GBF,
- c) la puissance P_1 consommée par le circuit,
- d) la phase φ_1 de la tension $u(t)$ délivrée par le générateur par rapport à l'intensité du courant qu'il débite. Préciser parmi ces deux grandeurs (tension ou intensité du courant) celle qui est en avance de phase sur l'autre.

En déduire le caractère (résistif, capacitif ou inductif) du circuit.

2°) Pour la fréquence N_1 , tracer à l'échelle le diagramme de Fresnel du circuit.

3°) On fixe la fréquence N à une valeur N_0 égale à la fréquence propre du circuit RLC série.

a) Que devient le diagramme de Fresnel tracé précédemment ?

b) En exploitant ce nouveau diagramme, calculer l'impédance Z_0 du circuit, la valeur efficace I_0 de l'intensité du courant débité par le GBF et la puissance P_0 consommée par le circuit.

15 On dispose des appareils et des composants suivants :

- un générateur de tension sinusoïdale de valeur efficace réglable de 0 à 10 V, de fréquence réglable de 5 à 5 kHz,
- un ampèremètre,
- deux voltmètres,
- une bobine d'inductance L et de résistance r ,
- un condensateur de capacité C ,
- une boîte de résistance réglable de 0 à 1,1 k Ω ,
- un oscilloscope bicourbe.

1°) Schématiser avec les éléments adéquats de la liste ci-dessus le montage permettant d'étudier la variation de l'intensité du courant dans un circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale de fréquence variable (l'oscilloscope sera utilisé au 3°).

2°) la mesure de l'intensité efficace dans le circuit en fonction de la fréquence permet de dresser le tableau suivant. La tension efficace U d'entrée est maintenue constante, égale à 5 V pour tout l'exercice.

N(Hz)	100	200	300	400	500	600	700
I(mA)	1,6	3,4	5,7	8,9	15,1	27,6	47,0
N(Hz)	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
I(mA)	31,5	20,5	14,6	11,7	9,8	8,5	7,6

a) Tracer la courbe $I = f(N)$.

Echelles :

- Sur l'axe des abscisses, 1cm représente 100 Hz.
- Sur l'axe des ordonnées, 1cm représente 2,5 mA.

b) Que représente la fréquence N_0 correspondant au maximum d'intensité ?

Donner sa valeur.

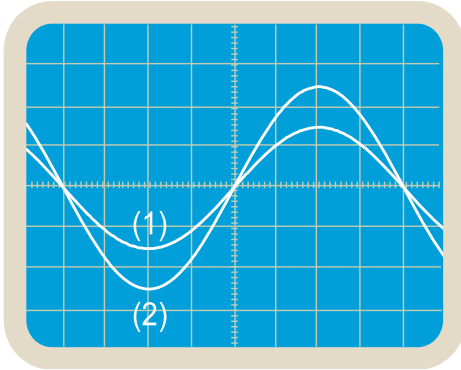
c) Quelle est la résistance totale du circuit ?

3°) a) Représenter sur le schéma de la première question le branchement de l'oscilloscope pour visualiser la tension $u(t)$ délivrée par le générateur sur la voie A et les variations d'intensité du courant sur la voie B.

b) Lorsque $N = N_0$, on observe l'oscillogramme

de la figure ci-dessous. Les réglages de l'oscilloscope sont :

- déviation verticale voie A : 2 V/div.
- déviation verticale voie B : 1 V/div.
- balayage : 0,2 ms/div.



Quelle est, parmi les courbes (1) et (2), celle qui correspond à celle enregistrée sur la voie A ? En déduire la valeur de la résistance R réglable puis celle de la résistance r de la bobine.

c) La tension efficace U_C mesurée aux bornes du condensateur est alors maximale et vaut 21,5 V. Déterminer la valeur de C .

d) Calculer la valeur de l'inductance L .

16 Étude de texte

Le facteur de puissance

Le facteur de puissance est un paramètre qui rend compte de l'efficacité qu'a une installation électrique pour consommer de la puissance lorsqu'elle est en marche.

Un mauvais facteur de puissance va augmenter les pertes en ligne, gaspiller la capacité et réduire l'efficacité de l'infrastructure électrique de l'utilisateur.

La structure tarifaire des fournisseurs d'électricité comme la STEG est établie de façon à inciter les usagers à maintenir constamment un facteur de puissance très élevé. Cela évite les variations de tension et les pertes d'énergie sur le réseau et, par conséquent, le surdimensionnement des installations. Si chacun améliore le facteur de puissance de sa propre installation électrique, il réduit les frais de puissance tout en prolongeant la durée de vie de ses équipements.

La puissance apparente que le réseau de la STEG fournit se décompose en une puissance active et une puissance réactive.

La puissance active assure le fonctionnement des équipements produisant de la chaleur (appareils d'éclairage, radiateurs, etc.), alors que la puissance réactive résulte de la création de champs magnétiques utiles au fonctionnement de divers équipements (moteurs, compresseurs, etc.).

L'une des façons de mieux gérer les coûts d'énergie, c'est de minimiser la puissance maximale appelée en fonction des besoins simultanés des usagers en énergie électrique. En fait, la puissance maximale appelée joue un rôle déterminant dans l'établissement de la puissance qui leur est facturée pour une période donnée.

L'une des solutions proposées aux industriels est de monter des condensateurs dans l'installation électrique de leur usine afin de réduire l'écart entre la puissance moyenne et la puissance apparente et d'améliorer ainsi leur facteur de puissance.

Questions

1°) Qu'est-ce qu'un mauvais facteur de puissance et qu'est-ce qui le fait augmenter les pertes en ligne ?

2°) Dégager du texte les avantages du facteur de puissance élevé.

3°) Démontrer l'amélioration du facteur de puissance d'une installation électrique industrielle par l'insertion de condensateurs.

Fiche technique

Construction de Fresnel

Dans de nombreux problèmes de physique qui traitent des phénomènes périodiques, on est souvent amené à exprimer la somme y de deux ou plusieurs fonctions sinusoïdales isochrones $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$, $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$, ..., $y_n = a_n \sin(\omega t + \varphi_n)$.

Sachant que leur somme est une fonction sinusoïdale de même période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, y peut se mettre sous la forme : $y = a \sin(\omega t + \varphi)$, où a est son amplitude et φ sa phase initiale.

Pour déterminer a et φ , il est commode de recourir à une méthode graphique connue sous le nom de construction de Fresnel. Pour la réaliser, on procède comme suit :

A une fonction $y = a \sin(\omega t + \varphi)$, on associe, un vecteur \overline{OA} appelé vecteur de Fresnel (Fig.1) :

- de module égal à l'amplitude a de y ,
- d'origine O confondue avec le centre du cercle trigonométrique,
- tournant avec une vitesse angulaire égale à la pulsation ω , dans le sens trigonométrique choisi conventionnellement comme sens positif,
- faisant, à l'instant $t = 0$ avec l'axe (O, \vec{i}) un angle égal à la phase initiale φ .

A tout instant t , la projection orthogonale de \overline{OA} sur (O, \vec{j}) est $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ (Fig.2).

Le fait que les positions relatives des vecteurs de Fresnel associés à des fonctions isochrones ne soient pas modifiées au cours du temps permet de représenter chacun d'entre eux dans sa position à $t = 0$ (Fig.3) :

$$y_{k=1,2,\dots,n} = a_k \sin(\omega t + \varphi_k) \mapsto \overline{OA_k} [a_k, \varphi_k].$$

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n \mapsto \overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \dots + \overline{OA_n}.$$

Or, $y = a \sin(\omega t + \varphi)$. Donc, on a $\overline{OA} [a, \varphi]$ (Fig.4).

Ainsi, on vient de réaliser un exemple de construction de Fresnel (Fig.4) avec laquelle on peut déterminer les expressions de l'amplitude a et de la phase initiale φ de y en fonction des amplitudes a_k et des phases initiales φ_k des fonctions sinusoïdales y_k dont elle est la somme.

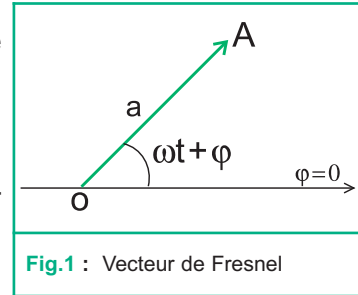


Fig.1 : Vecteur de Fresnel

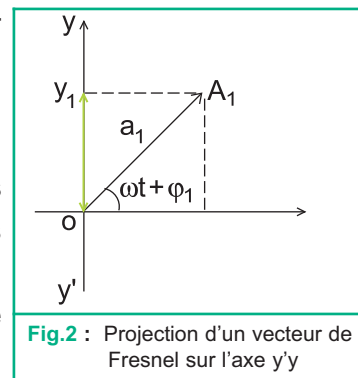


Fig.2 : Projection d'un vecteur de Fresnel sur l'axe $y' y$

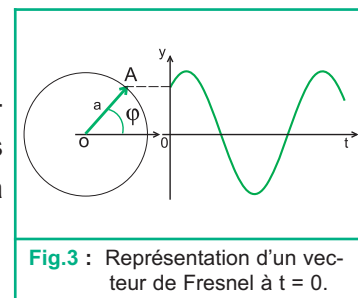


Fig.3 : Représentation d'un vecteur de Fresnel à $t = 0$.

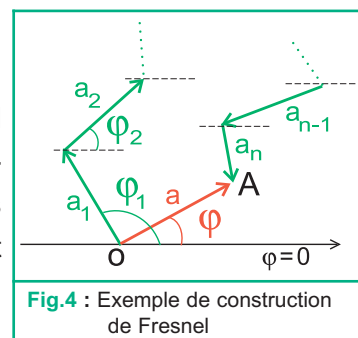


Fig.4 : Exemple de construction de Fresnel

En savoir plus

GÉNÉRATEUR DE COURANT HAUTE FRÉQUENCE

Etant inventé et construit vers 1895, l'appareil de la figure ci-contre permet, à partir d'une source de courant de haute tension fournie par une bobine spéciale connue sous le nom de bobine de Ruhmkorff (partie cylindrique située à la partie droite de la figure), de la transformer en courant de haute fréquence. Le principe est fondé sur la propriété de la décharge oscillante des condensateurs qui se compose d'une série de décharges, alternativement dans un sens, puis en sens contraire, avec des intensités qui décroissent rapidement. L'intervalle de temps qui sépare deux décharges successives est d'ailleurs extrêmement court. Une décharge oscillante



constitue donc un courant qui change de sens un grand nombre de fois par seconde. Ce phénomène est d'autant plus net qu'il se produit lorsque la décharge traverse des conducteurs métalliques, gros et courts. Il est dû à l'auto-induction du circuit de décharge. La période est d'autant plus grande que le circuit est plus enroulé sur lui-même, c'est-à-dire qu'il a une auto-induction plus considérable. Elle croît également avec la capacité du condensateur. Les courants de haute fréquence ont la propriété d'illuminer les tubes à vide (Crookes, Geissler) à distance, sans aucune liaison par fil. Les premières applications pratiques des courants, en haute tension, ont été réalisées dans le domaine médical. Nikola Tesla, physicien autrichien né en Dalmatie en 1857, s'aperçoit que les courants ainsi produits sont sans danger pour le corps humain qui peut aisément recevoir des effluves électriques même sous une intensité de deux ou trois ampères, en ne ressentant seulement qu'une sensation de chaleur. Les fréquences élevées sont sans action directe sur les fibres nerveuses et musculaires.

Le docteur et professeur Arsène d'Arsonval généralise l'emploi de ces courants dans le monde médical dès 1893. Il crée ainsi le service d'électrothérapie à la Salpêtrière et appelle cette nouvelle thérapeutique la d'arsonvalisation. Ces courants ont la propriété de produire une dilatation vasculaire générale abaissant la tension artérielle.

Les premiers appareils étaient munis du résonateur du docteur Oudin (c'est le cas de l'appareil présenté ci-dessus) : il s'agit d'un autotransformateur constitué par un solénoïde placé verticalement, dont l'extrémité se termine par une boule conductrice. La partie inférieure seule sert de circuit de décharge des armatures externes de deux condensateurs, reliés sur une longueur correspondant à quelques spires par l'intermédiaire d'un contact mobile ajustable. Selon son emplacement, il se produit par résonance électrique, un courant de haute fréquence dont les effets sont considérablement amplifiés.

Objectifs

- ◆ A l'aide d'un enregistrement graphique, reconnaître le régime d'oscillations libres (amorties ou non amorties) d'un pendule élastique.
- ◆ Distinguer les régimes pseudopériodique, apériodique et critique des oscillations amorties.
- ◆ Etablir l'équation différentielle des oscillations libres d'un pendule élastique.
- ◆ Mesurer la période des oscillations d'un pendule élastique.
- ◆ Calculer l'énergie mécanique d'un pendule élastique en régime libre.
- ◆ Expliquer la conservation de l'énergie mécanique d'un oscillateur non amorti.
- ◆ Expliquer la diminution d'amplitude des oscillations libres amorties d'un pendule élastique par la non conservation de son énergie mécanique.

Prérequis

SAVOIR

- ◆ Ecrire l'expression de l'énergie cinétique.
- ◆ Enumérer les facteurs dont dépend l'énergie potentielle élastique.
- ◆ Ecrire l'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.
- ◆ Enoncer la loi de Hooke.

SAVOIR FAIRE

- ◆ Délimiter un système matériel.
- ◆ Distinguer les forces intérieures des forces extérieures à un système.
- ◆ Reconnaître la période et la fréquence d'un mouvement périodique.
- ◆ Calculer la pulsation d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.
- ◆ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un solide en mouvement de translation.
- ◆ Ecrire la solution générale de toute équation différentielle de la forme $\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$, où k est une constante positive.
- ◆ Appliquer la loi de Hooke.

OSCILLATIONS LIBRES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE

5



Avec son amortisseur à ressort, le VTT (Vélo Tout Terrain) TS (Tout Suspendu) donne au cycliste un confort d'utilisation supérieur dans une compétition de descente d'une montagne.

En évitant le balancement des anneaux, le gymnaste démontre tant sa force que son équilibre.



- ◆ Les geysers, le cœur humain et le balancier d'une horloge sont, entre beaucoup d'autres exemples, des systèmes oscillants. Pourquoi ?
- ◆ Quelle est l'origine du ronflement continu que l'on entend souvent à proximité de fils électriques ou téléphoniques aériens ?
- ◆ A quoi est due la catastrophe naturelle connue sous le nom de tsunami ?

OSCILLATIONS LIBRES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE

On désigne par pendule élastique tout système constitué d'un solide (S) de masse m attaché à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k .

Dans le présent chapitre, on s'intéresse à l'évolution d'un tel système mécanique au cours du temps.

OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

1 MISE EN ÉVIDENCE

Manipulation

Un pendule élastique est disposé horizontalement sur un banc à coussin d'un air comme l'indique la figure 1. La masse du solide (S) est $m = 0,1 \text{ kg}$ et la raideur du ressort est $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$.

Le solide (S) étant au repos, on l'écarte d'une distance $d = 2 \text{ cm}$ de sa position d'équilibre dans la direction de l'axe de ressort puis on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale. Le solide (S) effectue des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre (position de repos) : on dit que les oscillations sont libres. Le système {solide, ressort} constitue un oscillateur libre. L'enregistrement graphique des premières oscillations libres du solide (S) est donné par la figure 2.

Remarque : l'enregistrement graphique peut être réalisé à l'aide d'un dispositif d'acquisition informatique.



Fig.1 : Oscillateur mécanique sur banc à coussin

Questions

1°) A l'aide de l'enregistrement graphique de la figure 2 :

- mesurer les valeurs maximales ainsi que les valeurs minimales de l'élongation x du centre d'inertie G du solide (S), les comparer entre elles et à la distance d dont on a écarté G initialement de sa position d'équilibre.
- mesurer les intervalles de temps séparant les maximums (ou les minimums) successifs et les comparer entre eux.

2°) Déduire des réponses aux questions 1 - a et 1 - b si les oscillations de pendule élastique utilisées sont amorties ou bien non amorties et qu'elles sont périodiques de période T_0 que l'on précisera.

3°) Conclure quant à la nature du mouvement de G .

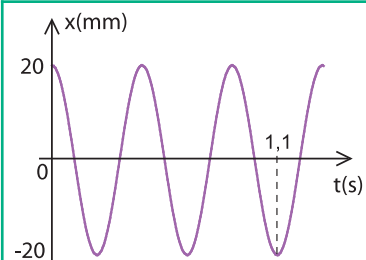


Fig.3 : Tracé de U_m en fonction de $f(U_{Rom})$

Conclusion

Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont rectilignes sinusoïdales. l'élongation s'écrit :

$$x = X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

Remarque

Les valeurs de l'amplitude X_m et de la phase initiale φ dépendent des conditions initiales.

2 FACTEURS DONT DÉPEND LA PÉRIODE DES OSCILLATIONS

2.1- INFLUENCE DE L'AMPLITUDE

Manipulation

On refait la même expérience pour différentes valeurs de d (X_m). À l'aide d'un chronmètre, on mesure la durée Δt de dix oscillations. les résultats des mesures sont consignés dans le tableaux suivant :

X_m (cm)	1	2	3	4	5
Δt (s)	4,4	4,5	4,4	4,4	4,5

Remarque

La même manipulation peut être réalisée avec un pendule élastique vertical (Fig.3).

Questions

- 1°) Calculer la période T_0 des oscillations correspondant à chacune des amplitudes X_m choisies.
- 2°) Comparer les valeurs trouvées entre elles et en déduire si les oscillations, d'amplitudes différentes, sont isochrones.

Conclusion

La période T_0 des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique est indépendante de leur amplitude.

2.2- INFLUENCE DE LA MASSE DU SOLIDE (S)

Manipulation

On refait encore la même expérience avec les solides de masses m différentes. On détermine à chaque fois indirectement la période T_0 .

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

m (kg)	0,050	0,100	0,150	0,200	0,50	0,300
$\Delta t = 10T_0$ (s)	3,2	4,4	5,4	6,3	7,0	7,7

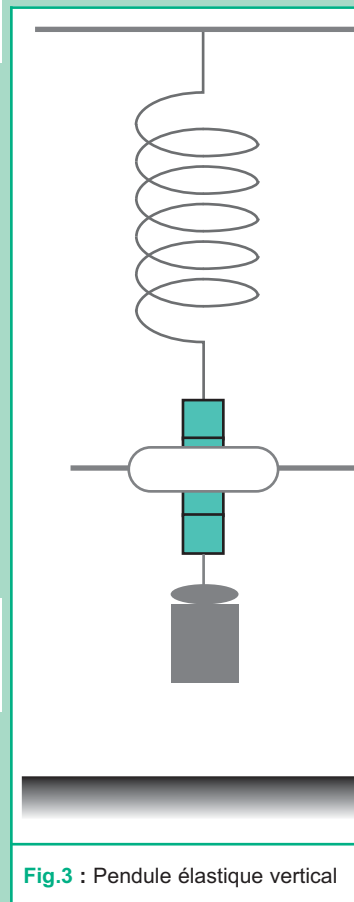


Fig.3 : Pendule élastique vertical

Questions

- 1°) Montrer qualitativement que la période T_0 des oscillations n'est pas proportionnelle à m .
- 2°) L'évolution de T_0^2 en fonction de la masse m est donnée par la figure 4. Montrer que T_0^2 est proportionnelle à m et déterminer la constante de proportionnalité entre ces deux grandeurs.
- 3°) En déduire la relation entre la période T_0 des oscillations et la masse m du solide (S).

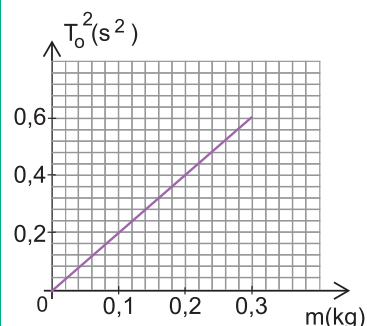


Fig.4 : Courbe $T_0^2 = f(m)$

Conclusion

La période des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique est proportionnelle à la racine carrée de la masse du solide (S).

2.3- INFLUENCE DE LA RAIDEUR DU RESSORT

Manipulation

La même expérience, réalisée avec le même solide (S) de masse 100 g, accroché à des ressorts de raideurs différentes, donne les résultats consignés dans le tableau suivant :

k (N.m ⁻¹)	10	20	30	40	50
$\Delta t = 10 T_0$ (s)	6,28	4,44	3,62	3,14	2,80

Questions

- 1°) Montrer qualitativement que la période T_0 des oscillations n'est pas inversement proportionnelle à la raideur k du ressort.
- 2°) La courbe représentant $T_0^2 = f\left(\frac{1}{k}\right)$ est donnée par la figure 5. Montrer que T_0^2 est proportionnelle à $\frac{1}{k}$. Déterminer la constante de proportionnalité.
- 3°) En déduire la relation entre la période T_0 des oscillations et la raideur k du ressort.

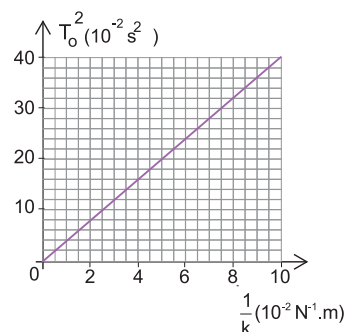


Fig.5 : Courbe $T_0^2 = f\left(\frac{1}{k}\right)$

Conclusion

La période des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique est inversement proportionnelle à la racine carrée de la raideur k du ressort.

2.4- CONCLUSION GÉNÉRALE : EXPRESSION DE LA PÉRIODE T_0

La période d'un pendule élastique est indépendante de l'amplitude des oscillations, elle ne dépend que des grandeurs m et k caractéristiques du pendule, d'où sa qualification de

période propre. Etant à la fois proportionnelle à \sqrt{m} et inversement proportionnelle à \sqrt{k} , la période propre d'un pendule élastique est alors proportionnelle à $\sqrt{\frac{m}{k}}$, ce qui signifie $T_0 = C\sqrt{\frac{m}{k}}$ où C est une constante dont la valeur 2π peut être déduite des résultats obtenus précédemment. D'où : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

3 ETUDE THEORIQUE

Dans toutes les expériences réalisées précédemment et par rapport à un repère lié au laboratoire, le solide (S) est soumis aux forces extérieures suivantes :

- son poids \vec{P} .
- la réaction \vec{R} du coussin d'air.
- la tension \vec{T} du ressort.

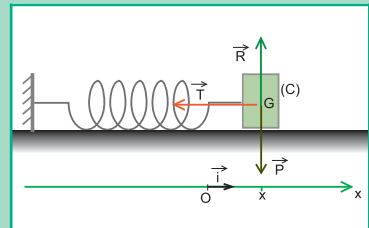


Fig.6 : Forces extérieures au solide (S)

Questions

- 1°) a) Montrer que : $\vec{T} = -kx.\vec{i}$, où k est la raideur du ressort et x est l'élongation du centre d'inertie G de (S) à un instant t (Fig. 6).
b) Justifier la qualification de la tension \vec{T} du ressort comme étant une force de rappel.
- 2°) Par application de la relation fondamentale de la dynamique au solide (S) dans un repère lié au laboratoire, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.
- 3°) Vérifier que cette équation différentielle admet comme solution générale : $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.
- 4°) Montrer que l'expression théorique de la période propre T_0 du pendule élastique s'identifie bien à celle trouvée expérimentalement.

Conclusion

Etant sinusoïdales, les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont régies par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

4 ENERGIE D'UN PENDULE ELASTIQUE

L'énergie mécanique E du système {solide (S) + ressort} est la somme de l'énergie cinétique E_c due au mouvement du solide (S) et de l'énergie potentielle élastique E_p due à la déformation du ressort : $E = E_c + E_p$.

4.1- ENERGIE CINÉTIQUE

L'énergie cinétique du solide (S) est $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

or, $v = \frac{dx}{dt} = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ d'où : $E_c = \frac{1}{2}mX_m^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Compte tenu de $\omega_0^2 m = k$, il vient :

$$E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]$$

Donc, les variations de l'énergie cinétique en fonction du temps sont périodiques de période $\frac{T_0}{2}$ (Fig. 7, cas où $\varphi = 0$)

4.2- ENERGIE POTENTIELLE ÉLASTIQUE

On a vu en deuxième année que l'énergie potentielle élastique d'un système matériel déformable dépend de ses caractéristiques. Pour un pendule élastique, étant une fonction de la raideur k du ressort et de sa déformation Δl , elle s'écrit sous la forme :

$$E_p = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

Questions

1°) Montrer que l'énergie potentielle élastique E_p du système

{solide, ressort} s'écrit : $E_p = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]$

2°) Représenter la courbe $E_p = f(t)$ et montrer que sa période est $\frac{T_0}{2}$.

4.3- L'ÉNERGIE MÉCANIQUE ET SA CONSERVATION

$$E = E_c + E_p$$

En remplaçant E_c et E_p par les expressions trouvées, on aura

$$E = \frac{1}{2}kX_m^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)]. \text{ Or,}$$

$\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$. Il vient donc :

$$E = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}mV_m^2. \text{ Ainsi, } E = \frac{1}{2}mv^2(t) + \frac{1}{2}kx^2(t) = \text{cte}, \forall t.$$

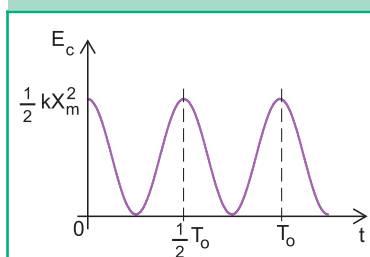


Fig.7 : Energie cinétique en fonction du temps (cas où $\varphi = 0$)

Conclusion

En régime libre non amorti, l'énergie mécanique d'un pendule élastique horizontal est constante. Par suite, un tel système est dit conservatif.

4.4- TRANSFORMATIONS MUTUELLES DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE ET DE L'ÉNERGIE POTENTIELLE

Au cours de ses oscillations libres non amorties, le pendule élastique passe périodiquement par sa position de repos ($x = 0$) avec une vitesse maximale en valeur absolue ($v = \pm V_m$) et rebrousse chemin lorsque, simultanément, sa vitesse s'annule et son élongation est extrême ($x = \pm X_m$).

Question

Interpréter énergétiquement ces propriétés oscillatoires.

Interprétation

Lorsque le pendule élastique est écarté au maximum de sa position d'équilibre, position pour laquelle on a $x = X_m$ par exemple, son énergie est purement potentielle.

En se rapprochant de la position de repos, l'élongation x diminue tandis que la valeur de la vitesse augmente. Par conséquent, l'énergie potentielle diminue aux dépens de l'énergie cinétique.

En atteignant la position de repos, l'oscillateur continue à se déplacer grâce à son énergie cinétique.

Au fur et à mesure qu'il s'en éloigne, son énergie cinétique diminue tandis que son énergie potentielle augmente. En atteignant la position $x = -X_m$, l'énergie cinétique s'annule tandis que l'énergie potentielle est maximale. Le solide (S) rebrousse alors chemin.

Par un raisonnement analogue, on montre qu'il va atteindre de nouveau la position extrême $x = X_m$ et ainsi de suite.

La courbe de la figure 8 montre que l'énergie cinétique et l'énergie potentielle dont la somme est constante varient toujours en sens inverses. En effet, lorsque l'une diminue, l'autre augmente et quand l'une s'annule, l'autre est maximale.

Conclusion

Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont auto-entretenues par les transformations mutuelles de ses énergies cinétique et potentielle.

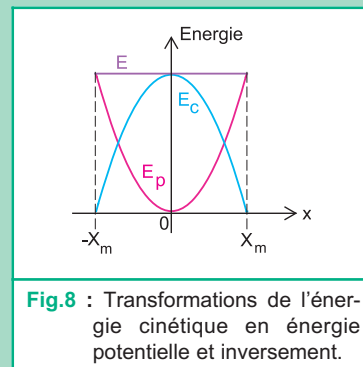


Fig.8 : Transformations de l'énergie cinétique en énergie potentielle et inversement.

OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

Dans la pratique, on constate que l'amplitude des oscillations libres du pendule élastique diminue progressivement à cause des facteurs dissipatifs inévitables (essentiellement les frottements). Même sur une table à coussin d'air, où les frottements sont notablement amoindris, les oscillations prennent fin au bout d'un temps plus ou moins long. De telles oscillations sont dites amorties.

1 ETUDE EXPERIMENTALE

Manipulation

On reprend le dispositif de la figure 1 et on fixe sur le solide une palette perpendiculairement à la direction du déplacement et qui peut se déplacer soit dans l'air, soit dans un liquide.

On peut enregistrer le mouvement du solide oscillant avec la palette se déplaçant d'abord dans l'air puis dans l'eau. On obtient, dans le cas des oscillations amorties, des courbes comme celles des figures 9 et 10.

Questions

1°) A l'aide des chronogrammes des figures 9 et 10 :

a) préciser comment évolue l'amplitude des oscillations libres du pendule au cours du temps ; en déduire que les oscillations sont plus amorties dans l'eau que dans l'air.

b) montrer que les maximums (ou minimums) sont atteints avec la palette dans l'air puis dans l'eau, à des intervalles de temps successifs égaux respectivement à T_1 et à T_2 que l'on calculera.

2°) Comparer les intervalles de temps T_1 et T_2 entre eux et avec la période propre T_0 du pendule.

3°) Déduire des réponses aux questions 1- a et 1-b que, comme celles d'un circuit RLC série, les oscillations libres amorties d'un pendule élastique sont pseudopériodiques.

Interprétation

Les courbes des figures 9 et 10 montrent que l'amplitude des oscillations décroît plus vite dans l'eau que dans l'air. Or, on sait que la décroissance de l'amplitude est d'autant plus grande que l'amortissement est plus important. Donc, l'eau amortit plus les oscillations que l'air.

Le passage du solide par la position d'équilibre est toujours périodique, mais le mouvement oscillatoire n'est plus périodique à cause de la diminution de l'amplitude. Le mouvement est dit pseudopériodique.

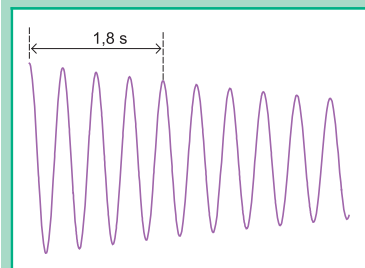


Fig.9 : Oscillations dans l'air

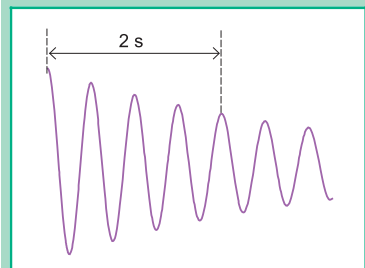


Fig.10 : Oscillations dans l'eau.

On appelle pseudopériode la durée T qui sépare deux passages successifs du solide par la même position et dans le même sens.

La valeur de la pseudopériode T (T_1 ou T_2) est voisine de celle de la période propre T_0 des oscillations : T est légèrement supérieure à T_0 .

Lorsqu'on augmente les frottements en immergeant totalement la palette dans l'eau, ou en utilisant un liquide plus visqueux que l'eau (de l'huile par exemple), on constate que le mouvement cesse d'être oscillatoire à partir d'une certaine valeur de l'amortissement : on dit qu'il est apériodique (Fig.11).

Pour un amortissement particulier, l'oscillateur retourne à sa position d'équilibre, sans osciller, en un minimum de temps : un tel régime est dit apériodique critique.

Conclusion

Selon l'importance de l'amortissement, les oscillations d'un pendule élastique sont :

- faiblement amorties, le régime est pseudopériodique.
- fortement amorties, le régime est apériodique.

2 ETUDE THÉORIQUE

2.1- EQUATION DIFFÉRENTIELLE DES OSCILLATIONS

Dans un repère lié au laboratoire, le solide (S) est soumis aux forces extérieures suivantes (Fig.12) :

- son poids \vec{P} ,
- la réaction \vec{R} du coussin d'air,
- la tension du ressort (force de rappel) $\vec{T} = -k x \vec{i}$,
- les forces de frottement ; celles-ci étant supposées de type visqueux, elles sont équivalentes à une force \vec{f} de sens contraire au vecteur vitesse et de la forme : $\vec{f} = -h\vec{v}$, où h est une constante positive, ne dépendant que de la nature du liquide visqueux, appelée coefficient de frottement.

La deuxième loi de Newton, appliquée au solide (S), s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$$

Par projection orthogonale sur l'axe $x'x$, on obtient :

$$-kx - h \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}, \text{ avec } \frac{dx}{dt} = v \text{ et } \frac{d^2x}{dt^2} = a ; \text{ il vient finalement :}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = 0 \text{ ou encore : } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (1)$$

Cette équation différentielle admet des solutions qui dépendent de la valeur de h et qui donnent les régimes mis en évidence expérimentalement.

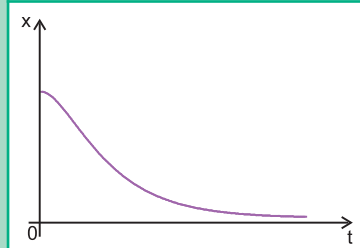


Fig.11 : Régime apériodique

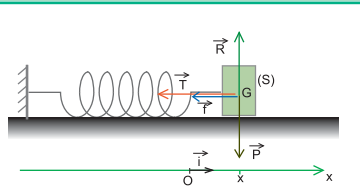


Fig.12 : Bilan des forces extérieures à (S)

2.2- L'ÉNERGIE MÉCANIQUE ET SA NON CONSERVATION

En l'absence de frottement, on a montré que le caractère non amorti des oscillations est dû à la conservation de l'énergie mécanique E du pendule (système solide-ressort). Qu'en est-il pour E et qu'est-ce qui fait diminuer l'amplitude des oscillations lorsque les frottements sont présents ?

L'énergie mécanique du pendule élastique est : $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$.

N'ayant pas les expressions de $x(t)$ et de $v(t)$, pour étudier l'évolution de E au cours du temps, il suffit de déterminer sa vitesse de variation, c'est-à-dire sa dérivée par rapport au temps :

$$\frac{dE}{dt} = mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt}$$

En remplaçant v par $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dv}{dt}$ par $\frac{d^2x}{dt^2}$, on obtient :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt} \left[m \frac{d^2x}{dt^2} + kx \right]$$

Or d'après (1), dans le cas où les frottements sont de type vis-

queux, $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = -h \frac{dx}{dt}$. D'où : $\frac{dE}{dt} = -h \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -hv^2$.

$$\frac{dE}{dt} = -hv^2, \text{ h est une constante positive.}$$

On a ainsi : $\frac{dE}{dt} < 0$. Une vitesse de variation $\frac{dE}{dt}$ négative signi-

fie que l'énergie mécanique de l'oscillateur diminue au cours du temps. Etant due aux frottements, cette diminution de E se traduit par une dissipation progressive sous forme d'énergie thermique. Celle-ci ne permet pas des transformations mutuelles intégrales d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du pendule au cours de ses oscillations, ce qui explique la diminution de l'amplitude de ces dernières.

Conclusion

Le pendule élastique soumis à des forces de frottement n'est pas conservatif.

Dans le cas de frottements visqueux, la diminution d'énergie mécanique d'un pendule élastique est telle que : $\frac{dE}{dt} = -hv^2$, où h est le coefficient de frottement.

La diminution d'énergie due aux frottements est elle-même la cause d'amortissement des oscillations libres.

ANALOGIE ENTRE UN OSCILLATEUR MECANIQUE ET UN OSCILLATEUR ELECTRIQUE

L'étude des oscillations libres d'un pendule élastique et celle d'un circuit RLC série révèle une analogie formelle entre l'oscillateur mécanique et l'oscillateur électrique. Cette analogie est récapitulée dans le tableau suivant :

Oscillateur		le pendule élastique	le circuit R L C série
Grandeurs caractéristiques	Coefficient d'inertie	masse m	inductance L
	Coefficient de rappel	raideur k	inverse de la capacité $\frac{1}{C}$
	Facteur dissipatif	coefficient de frottement h	résistance R
Grandeurs oscillantes		élongation x	charge q
		vitesse $v = \frac{dx}{dt}$	intensité $i = \frac{dq}{dt}$
Equation différentielle des oscillations	amorties	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$
	non amorties	$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
Période propre de l'oscillateur		$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
Equation horaire des oscillations non amorties		$x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ ou $v = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi_v)$	$q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$ ou $i = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_i)$
Energie de l'oscillateur	Formes et expressions générales	- potentielle élastique : $\frac{1}{2} kx^2$	- électrostatique : $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$
		- cinétique : $\frac{1}{2} mv^2$	- magnétique : $\frac{1}{2} Li^2$
	- mécanique : $E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2$	- totale : $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$	
	non amorti	se conserve	
	$E = \frac{1}{2} kX_m^2 = \frac{1}{2} mV_m^2 = \text{cte}$	$E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} LI_m^2 = \text{cte}$	
amorti	diminue		
	$\frac{dE}{dt} = -hv^2 < 0$	$\frac{dE}{dt} = -Ri^2 < 0$	

L'essentiel

- En l'absence de tout frottement, les oscillations libres d'un pendule élastique sont non amorties. Autrement, elles sont d'autant plus amorties que les frottements sont plus importants.
- Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont régies par l'équation différentielle : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$, où x est l'élongation du centre d'inertie du solide S et $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.
- Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont périodiques de période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.
- En l'absence de tout frottement, le pendule élastique oscillant est un système conservatif.
- Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique résultent des transformations mutuelles d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.
- Les oscillations libres amorties d'un pendule élastique soumis à des frottements visqueux sont régies par l'équation différentielle : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ où h est le coefficient de frottement. Selon l'importance de l'amortissement, le régime peut être :
 - pseudopériodique (amortissement faible),
 - apériodique (amortissement important).
- Les oscillations libres amorties d'un pendule élastique sont pseudopériodiques ; leur pseudopériode T est légèrement supérieure à la période propre de l'oscillateur : l'écart $(T - T_0)$ est d'autant plus remarquable que l'amortissement est plus important.
- La diminution d'énergie due aux frottements rend les oscillations libres du pendule élastique amorties.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ est enfilé sur une tige horizontale.

Une des extrémités du ressort est reliée à un cylindre creux (C) de masse $m = 100 \text{ g}$ qui peut coulisser sans frottement le long de la tige.

L'abscisse x du centre d'inertie G du cylindre (C) est repérée par rapport à O, position de G à l'équilibre.

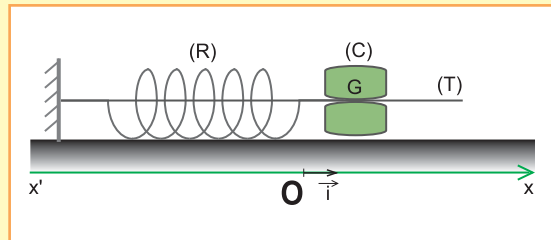


Fig.1

On écarte le cylindre de sa position d'équilibre d'une distance $x_0 = 2 \text{ cm}$ et on l'abandonne à lui-même à un instant t_0 choisi comme origine des temps.

1°) Dans une première expérience, le cylindre est abandonné sans vitesse initiale.

a) En appliquant le théorème du centre d'inertie, montrer que les oscillations du centre d'inertie G du cylindre (C) sont sinusoïdales de pulsation propre ω_0 que l'on calculera.

b) Montrer, par la détermination de $\frac{dE}{dt}$, que le système (cylindre, ressort) est conservatif.

c) Exprimer l'énergie mécanique E en fonction de k et de x_0 . En déduire que l'amplitude X_{m1} est égale à x_0 .

d) Déterminer l'équation horaire du mouvement de G.

2°) Dans une deuxième expérience, le cylindre (C) est abandonné avec une vitesse initiale $v_0 = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$.

a) Qu'est-ce qui change dans les oscillations du pendule ?

Justifier qualitativement la réponse.

b) Sachant que l'élongation de G s'écrit : $x(t) = X_{m2} \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$, déterminer l'amplitude X_{m2} , la phase initiale φ_2 et la vitesse maximale V_{m2} de G.

c) Calculer l'énergie mécanique E_{02} de l'oscillateur à l'instant $t_0 = 0$.

d) Retrouver énergétiquement les valeurs de X_{m2} et de V_{m2} .

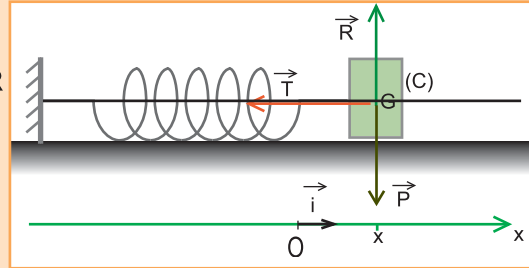
3°) Comparer les énergies mécaniques du système {cylindre + ressort} dans les deux expériences considérées.

SOLUTION

1°) a) A un instant t donné, lorsque le cylindre (C) est en mouvement, il est soumis aux forces extérieures suivantes : son poids \vec{P} , la réaction \vec{R} de la tige et la tension \vec{T} du ressort.

L'application du théorème du centre d'inertie au cylindre (C) donne : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$.

Par projection orthogonale sur Ox, on obtient :



$$-kx = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}. \text{ D'où l'équation différentielle :}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1), \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{k}{m}. \text{ Les oscillations du cylindre (C) sont donc sinusoïdales de}$$

$$\text{pulsation : } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

$$\text{A.N. : } \omega_0 = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

b) L'énergie mécanique de l'oscillateur est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle : $E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$.

$$\text{La dérivée de E par rapport au temps donne : } \frac{dE}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + mv \frac{dv}{dt}. \text{ Or, } v = \frac{dx}{dt} \text{ et } \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

$$\text{D'où : } \frac{dE}{dt} = v \left[kx + m \frac{d^2x}{dt^2} \right]. \text{ D'après l'équation différentielle (1), le terme } \left[kx + m \frac{d^2x}{dt^2} \right] \text{ est nul}$$

quelle que soit v . Donc, $\frac{dE}{dt} = 0$, ce qui signifie : le système {cylindre, ressort} est conservatif.

c) Le système {cylindre, ressort} étant conservatif, son énergie mécanique E_1 est constante. Donc, $E_1 = E(t=0) = E_{o1}$.

$$\text{Or, à l'instant } t_0 = 0 : v_0 = 0 \text{ et } x = x_0 ; \text{ d'où : } E_{o1} = \frac{1}{2}kx_0^2.$$

$$\text{On sait que pour } x = \pm X_{m1}, v = 0. \text{ Donc, } E_1 = \frac{1}{2}kX_{m1}^2.$$

$$\text{Par suite, } \frac{1}{2}kX_{m1}^2 = \frac{1}{2}kx_0^2. \text{ Cela donne : } X_{m1} = x_0.$$

d) L'équation horaire du mouvement de G est de la forme : $x(t) = X_{m1} \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$.

$$\text{A } t = 0 ; x_0 = X_{m1} \sin \varphi_1. \text{ Or, } X_{m1} = x_0 = 0.02 \text{ m ; d'où } \sin \varphi_1 = 1. \text{ Ce qui donne : } \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

$$\text{Finalement : } x(t) = 0,02 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right).$$

2°) a) Etant abandonné à lui-même avec une vitesse initiale v_0 , l'oscillateur possède une énergie mécanique E_{o2} supérieure à son énergie mécanique E_{o1} lorsqu'il est abandonné sans vitesse dans la première expérience, ce qui rend l'amplitude X_{m2} des oscillations dans la deuxième expérience supérieure à $X_{m1} = x_0$.

b) On a : $x(t) = X_{m2} \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$

Par dérivation de l'élongation : $x(t) = X_{m2} \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$, on obtient la vitesse :

$$v(t) = X_{m2} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

A $t_0 = 0$, $x_0 = X_{m2} \sin \varphi_2$ (1) et $v = v_0 = X_{m2} \omega_0 \cos \varphi_2$ (2)

Le rapport $\frac{(1)}{(2)}$ donne : $\text{tg} \varphi_2 = \frac{x_0 \omega_0}{v_0}$. A.N : $\text{tg} \varphi_2 = 1$; d'où $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$ rad ou bien $\frac{3\pi}{4}$ rad.

Or $v_0 = X_{m2} \omega_0 \cos \varphi_2 > 0$. Donc, $\cos \varphi_2 > 0$. D'où, $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$ rad.

D'après (1), on obtient $X_{m2} = \frac{x_0}{\sin \varphi_2}$.

A.N. : $X_{m2} \approx 2,83 \cdot 10^{-2}$ m

$v(t) = X_{m2} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$ donne : $V_{m2} = X_{m2} \omega_0$

A.N. : $V_{m2} = 0,283$ m.s⁻¹.

c) A l'instant $t_0 = 0$, $v = v_0$ et $x = x_0$, d'où : $E_{o2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} k x_0^2$

A.N. : $E_{o2} = 4 \cdot 10^{-3}$ J.

d) Le système (cylindre-ressort) étant conservatif, E_2 est constante : $E_2 = \frac{1}{2} k X_{m2}^2 = E_{o2}$.

Ce qui entraîne : $X_{m2} = \sqrt{\frac{2E_{o2}}{k}}$

A.N : $X_{m2} \approx 2,83 \cdot 10^{-2}$ m

$E_{o2} = \frac{1}{2} m V_{m2}^2$, d'où : $V_{m2} = \sqrt{\frac{2E_{o2}}{m}}$.

AN : $V_{m2} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-1}$ m.s⁻¹

3°) L'énergie mécanique E est proportionnelle au carré de l'amplitude X_m .

On a : $E_1 = \frac{1}{2} k X_{m1}^2$ et $E_2 = \frac{1}{2} k X_{m2}^2$. d'où : $\frac{E_2}{E_1} = \frac{X_{m2}^2}{X_{m1}^2}$.

Comme X_{m2} est supérieure à X_{m1} , il vient $\frac{E_2}{E_1} > 1$. Donc, $E_2 > E_1$.

Remarque : on peut répondre à la question en comparant directement E_{o2} et E_{o1} car

$$E_1 = E_{o1} \text{ et } E_2 = E_{o2}.$$

En fait, $\frac{E_2}{E_1} = \frac{E_{o2}}{E_{o1}} = 1 + \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{v_0}{x_0} \right)^2 > 1$. Donc, $E_2 > E_1$.

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

1- Au passage par la position d'équilibre, la valeur algébrique de la vitesse est : $v = X_m \omega_0$.

2- L'équation différentielle d'un pendule élastique est : $\frac{d^2x}{dt^2} - \omega_0^2 x = 0$

3- Les oscillations d'un pendule élastique ne sont pas amorties dans l'air.

4- L'énergie cinétique maximale du solide (S) de masse m d'un pendule élastique en oscillations libres non amorties, a pour expression

$$E_c = \frac{1}{2} k X_m^2 .$$

5- La vitesse instantanée $v(t)$ d'un solide en oscillations libres non amorties est toujours en quadrature avance de phase par rapport à son élongation $x(t)$.

6- Les frottements influent sur l'amplitude des oscillations d'un pendule élastique.

7- La pseudopériode des oscillations amorties d'un pendule élastique augmente avec l'amortissement.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition juste.

1- La période propre T_0 des oscillations d'un pendule élastique :

- a- dépend de l'amplitude X_m .
- b- est proportionnelle à la masse du solide (S).
- c- ne dépend pas des conditions initiales.
- d- est le temps qui sépare deux passages successifs du solide par sa position d'équilibre.

2- Les oscillations non amorties d'un pendule élastique ont une amplitude qui :

- a- dépend de la vitesse initiale ;
- b- ne dépend que de la distance dont on a écarté initialement le pendule de sa position de repos ;
- c- Une amplitude qui augmente au cours du temps.

3- La diminution de l'amplitude des oscillations amorties d'un pendule élastique est due :

- a- aux transformations mutuelles d'énergie cinétique et d'énergie potentielle ;
- b- aux frottements ;
- c- uniquement à la dissipation de son énergie cinétique en énergie thermique.

4- Au cours des oscillations libres d'un pendule élastique, la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre, est :

- a- toujours maximale ;
- b- toujours nulle ;
- c- maximale ou minimale.

5-) Un pendule élastique est formé d'un ressort de raideur $k = 40 \text{ N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse $m = 100 \text{ g}$, sa période propre vaut :

- a- 0,62 s ;
- b- 3,10 s ;
- c- 0,31 s.

6- L'équation différentielle du mouvement sans frottement d'un solide de masse m accroché à un ressort de raideur k est :

a- $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{k} x = 0$;

b- $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$;

c- $\frac{d^2x}{dt^2} + \sqrt{\frac{k}{m}} x = 0$.

7 °) Un pendule élastique en oscillations libres amorties a :

- a) une pseudopériode croissante au cours du temps ;
- b) une pseudopériode égale à sa période propre ;
- c) son amplitude qui diminue en raison des frottements.

8°) Le régime d'oscillations d'un pendule élastique amorti est pseudopériodique lorsque :

- a) l'amortissement est faible ;
- b) l'oscillateur est abandonné avec une

vitesse initiale ;

c) L'amplitude est constante.

9°) Un pendule élastique écarté de sa position de repos et abandonné à lui-même sans vitesse initiale effectue des oscillations libres. La mesure de l'amplitude des oscillations donne 4 cm pour la première oscillation et 3,8 cm pour la deuxième oscillation. On peut affirmer alors que :

- a) l'amplitude des oscillations est constante ;
- b) les oscillations sont amorties ;
- c) les oscillations sont périodiques.

◆ Exercices d'application

3 Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide de masse $m = 300 \text{ g}$ et un ressort de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$. Le solide est lancé à l'instant $t = 0 \text{ s}$, depuis sa position d'équilibre, avec une vitesse $v_0 = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$ dans le sens positif. L'élongation du centre d'inertie du solide est :

$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$. Déterminer X_m , ω_0 et φ .

4 Un solide (S) de masse $m = 0,1 \text{ kg}$ est accroché à l'une des extrémités d'un ressort de masse négligeable et de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ et dont la deuxième extrémité est attachée à un point fixe.

L'ensemble {solide ; ressort} est disposé sur un banc à coussin d'air horizontal.

Le solide (S) est déplacé de façon à provoquer l'allongement du ressort de 2 cm puis abandonné à lui-même sans vitesse initiale à un instant t_0 qui sera pris comme origine des temps.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (S).

2) Déterminer la période des oscillations du solide (S).

3) Déterminer l'expression de l'élongation $x(t)$ du centre d'inertie G du solide (S).

5 Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort à spires non jointives, de raideur $k = 25 \text{ N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse $m = 0,5 \text{ kg}$.

On écarte le solide de 2 cm de sa position d'équilibre et on le lâche. Le pendule effectue des oscillations sinusoïdales non amorties.

1) Calculer la période propre de l'oscillateur.

2) Calculer la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre.

3) Comment évolue l'amplitude des oscillations, si le mouvement du solide devient amorti ?

◆ Exercices de synthèse

6 1°) Un corps (C) de masse $M = 0,2 \text{ kg}$ est attaché à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives, de raideur $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$ et de masse négligeable

devant M. L'autre extrémité du ressort est fixe. L'ensemble ressort (R) et corps (C) peut osciller horizontalement le long d'une tige (T). A l'équilibre, le centre de gravité G du corps (C) coïncide avec l'origine d'un repère (O, i) porté par un

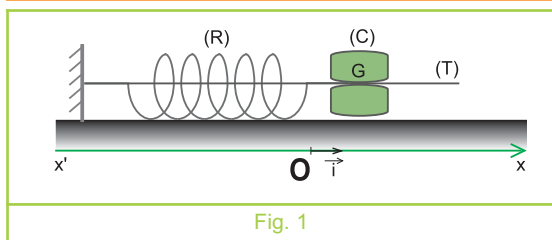


Fig. 1

axe horizontal $x'x$ (figure 1). Au cours de son mouvement, G est repéré par son abscisse x . L'équation horaire du mouvement de G est $x = 0,1 \sin(\omega_0 t + \varphi)$. Sachant que, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$

a) calculer la valeur de la période T_0 des oscillations de G,

b) en déduire la valeur de la fréquence propre N_0 .

2°) A l'aide d'un dispositif approprié, on soumet le corps (C) à des frottements visqueux. L'enregistrement des différentes positions de G au cours du temps donne la courbe de la figure 2.

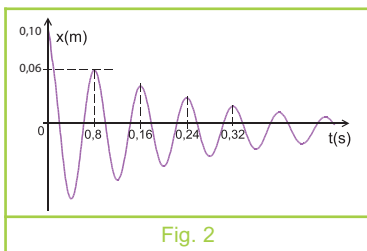


Fig. 2

a) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo période T des oscillations de G, la comparer à celle de la période propre T_0 de l'oscillateur.

b) Déterminer les valeurs des énergies mécaniques E_0 et E_1 de l'oscillateur respectivement aux instants $t_0 = 0$ et $t_1 = T$.

c) Comparer les valeurs de E_0 et de E_1 .

D'après Bac. Juin 2005 (section sport)

7 On écarte le solide (S) d'un pendule élastique horizontal d'une distance $d = 2$ cm, à partir de sa position de repos et on l'abandonne à lui même sans vitesse.

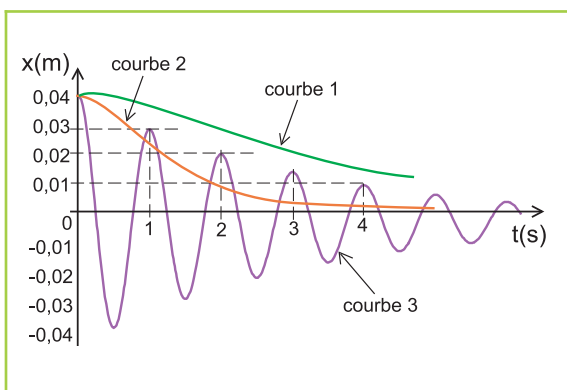
1°) En supposant que le mouvement du solide (S) sur le plan s'effectue sans frottement, déterminer la nature des oscillations du pendule.

2°) Sachant que la masse du solide (S) est $m = 360$ g et que la période des oscillations vaut $T_0 = 0.60$ s, calculer la raideur du ressort.

3°) Calculer la valeur maximale de la vitesse du solide au passage par sa position de repos.

8

La courbe de la figure ci-dessous représente l'enregistrement de l'élongation x du centre d'inertie G du solide (S) d'un oscillateur mécanique pour trois valeurs de l'amortissement.



1°) Parmi les trois enregistrements, indiquer celui (ou ceux) qui correspond (ent) à :

- * des oscillations pseudopériodiques ;
- * un régime aperiodique.

2°) Dans la pratique, comment obtient-on un régime aperiodique à partir d'un régime pseudopériodique ?

3°) Parmi les cas de régime aperiodique, le régime critique correspond au retour le moins lent à l'état de repos. Identifier la courbe correspondante.

9

Un ressort à spires non jointives, de longueur à vide $l_0 = 10$ cm, peut être allongé ou raccourci au maximum de 8,5 cm.

1°) Le ressort étant vertical, on lui attache un solide de masse $m = 0,1$ kg, sa longueur devient $l = 15$ cm. Déterminer la raideur k du ressort.

2°) Le ressort attaché toujours au solide de masse $m = 0,1$ kg est disposé sur un banc à coussin d'air horizontal. Déterminer la pulsation,

la période et la fréquence des oscillations du pendule lorsqu'il est mis en mouvement.

3°) Le solide est écarté de sa position d'équilibre, l'abscisse de son centre d'inertie G est alors égale à $x_0 = 5,5$ cm. Déterminer l'expression de l'élongation x du centre d'inertie G dans les cas suivants :

a) Le solide est abandonné sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

b) Le solide est lâché sans vitesse initiale et passe pour la première fois par sa position d'équilibre à l'instant $t = 0$.

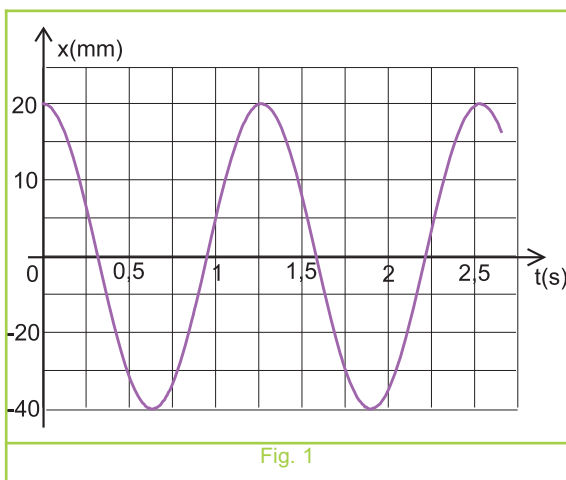
c) Le solide est lancé à l'instant $t = 0$ vers les élongations croissantes avec une vitesse initiale telle qu'il subit ensuite son raccourcissement maximal.

10 Un solide de masse $m = 292$ g et de centre d'inertie G peut coulisser sans frottements le long d'une tige horizontale. Il est attaché à un ressort horizontal de raideur $k = 8$ N.m⁻¹. L'élongation x de G est repérée sur un axe Ox parallèle à la tige. L'origine O de cet axe correspond à la position du centre d'inertie G du solide lorsque le système est au repos.

1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G.

2°) Déterminer l'expression littérale de la période de T_0 .

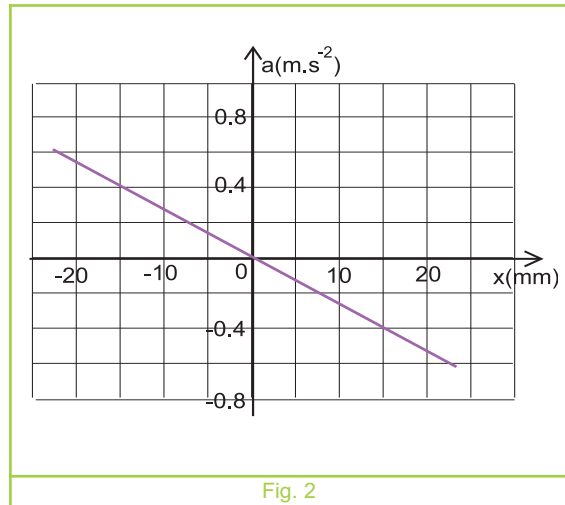
L'enregistrement de l'élongation en fonction du temps a permis de tracer le graphe de la figure 1.



a) Déterminer graphiquement les valeurs de X_m et T_0 puis trouver φ .

b) Vérifier que la valeur de T_0 , mesurée précédemment est en accord avec les valeurs numériques de m et k .

3°) Sur le graphe de la figure 2, on a représenté les couples $(x ; a)$ où a est l'accélération du centre d'inertie G à un instant t .



a) Montrer que l'allure de ce graphe est en accord avec l'équation différentielle précédente

b) Déterminer l'expression littérale du coefficient directeur de la droite obtenue et montrer que cette valeur est en accord avec la valeur expérimentale.

11 Le dispositif de la figure suivante comporte :

- un ressort (R) disposé verticalement tel que son extrémité supérieure est fixe, de raideur $k = 12$ N.m⁻¹ et de masse négligeable.
- un récipient transparent contenant un liquide visqueux.
- un solide (S) de masse $M = 0,304$ kg accroché à l'extrémité libre du ressort. Au cours de son mouvement, il baigne totalement dans le liquide et est soumis à des frottements de type visqueux équivalents à $\vec{f} = -h\vec{v}$ où h est le coefficient de frottement caractéristique du liquide visqueux utilisé et \vec{v} est la vitesse instantanée du centre d'inertie G du solide (S).

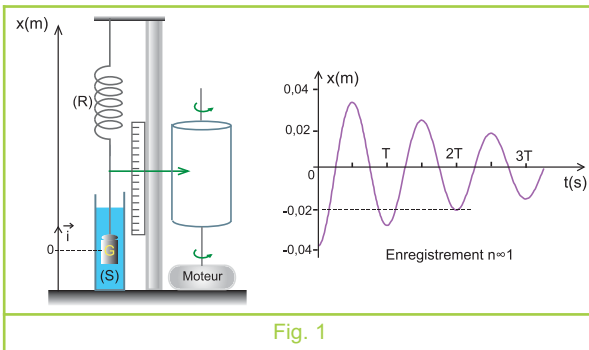


Fig. 1

1°) Enregistrement n° 1 : On utilise un liquide visqueux de coefficient de frottement $h_a = 0,2 \text{ N.s.m}^{-1}$. On agit sur le dispositif expérimental de sorte que G soit écarté de sa position d'équilibre O, origine du repère (O, \vec{i}) d'axe $x'x$, de 4 cm vers le bas et libéré sans vitesse initiale à un instant $t = 0$. Un stylet est solidaire du ressort en A. Il enregistre, grâce à sa pointe qui appuie légèrement sur le cylindre enregistreur tournant à vitesse constante, le diagramme correspondant à l'enregistrement n°1 et traduisant les oscillations pseudopériodiques de G au cours du temps. L'intensité des frottements auxquels est soumis le solide (S) est telle que la valeur de sa pseudo période T peut être assimilée à celle de sa période propre

$$T \approx T_0 = 2 \sqrt{\frac{M}{k}}$$

- a) Calculer la valeur de la pseudopériode T .
 b) Déterminer la durée d'un tour du cylindre enregistreur, sachant que le diagramme associé à l'enregistrement n°1 correspond à un seul tour de ce cylindre.

2°) Enregistrement n°2, n°3 et n°4

On dispose de trois liquides visqueux dont les coefficients de frottement sont :

$$h_b = 1 \text{ N.s.m}^{-1}; h_c = 4 \text{ N.s.m}^{-1} \text{ et } h_d = 6 \text{ N.s.m}^{-1}.$$

Pour chaque liquide utilisé, un enregistrement est effectué dans les mêmes conditions que celles pour l'enregistrement n°1. On obtient les enregistrements n°2, 3 et 4.

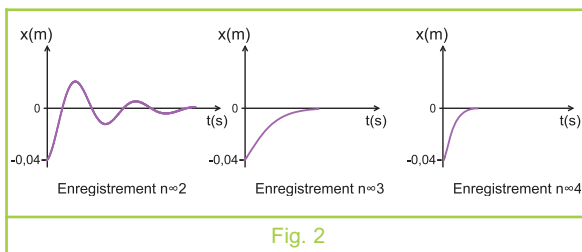


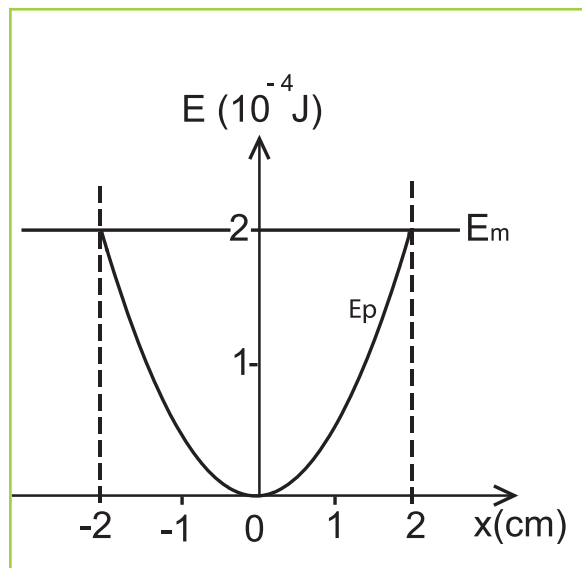
Fig. 2

Reproduire le tableau suivant et le remplir en indiquant pour chaque enregistrement la valeur du coefficient de frottement associé au liquide utilisé et l'une des deux indications «pseudo périodique» ou «apériodique»

	h (en N.s.m^{-1})	Nature des oscillations (pseudo périodique ou apériodique)
Enregistrement n° 2		
Enregistrement n° 3		
Enregistrement n° 4		

D'après Bac. juin 2004

12 Sur la figure ci-dessous on a représenté les variations des énergies potentielle élastique et mécanique d'un pendule élastique horizontal en fonction de l'élongation x du centre d'inertie du solide (S). On désigne par k la raideur du ressort et par m la masse de (S).



1°) Comment varie l'énergie mécanique au cours du temps. Donner sa valeur. Déduire si les oscillations libres de ce pendule sont amorties ou non amorties.

2°) Dans quel domaine d'élongation x évolue le mobile ?

3°) Justifier la forme de la courbe représentant l'énergie potentielle élastique de l'oscillateur.

13

Etude de texte

Le tsunami

Le tsunami est une catastrophe naturelle qui peut être meurtrière et destructrice comme celle qui a suivi le séisme de Sumatra (Indonésie) du 26 décembre 2004. Dès lors, le terme "tsunami" est passé dans la langue courante des différents peuples du monde. Le tsunami est provoqué par un déplacement rapide d'un grand volume d'eau d'océan ou de mer. Ce mouvement est en général dû à un séisme, à une éruption volcanique sous-marine de type explosive ou bien à un glissement de terrain sous-marin de grande ampleur. Un impact météoritique peut aussi en être la cause, de même qu'une explosion atomique sous-marine.

Tous ces phénomènes entraînent des oscillations de la Terre avec une fréquence pouvant atteindre 3 mHz et qui ne dépend que de sa structure interne ; les oscillations les plus graves sont celles de fréquence comprise entre 0,3 mHz et 3 mHz. En fait, il peut en résulter une élévation ou un abaissement brutal du niveau de la surface d'eau océanique.

En plein océan (ou en pleine mer), le tsunami provoque l'oscillation de quantités d'eau énormes tant en surface qu'en profondeur (les parti-

cules d'eau sont animées d'oscillations horizontales dans la direction de propagation du tsunami) avec des périodes variant entre 10 min (pro-



fondeur de 1 km d'eau) et plus de 60 min (profondeur de 6 km d'eau au minimum).

Lorsque le tsunami s'approche des côtes, sa période diminue tandis que son amplitude augmente. Lorsque l'amplitude du tsunami devient non négligeable par rapport à la profondeur de

l'eau, une partie de la vitesse d'oscillation de l'eau se transforme en un mouvement (ou courant d'eau) horizontal global.

Sur les côtes, c'est davantage ce courant d'eau horizontal et rapide (typiquement plusieurs dizaines de km/h) qui est la cause des dégâts que d'élévation du niveau de l'eau : ce n'est pas principalement la hauteur du tsunami qui en fait sa force destructrice mais la durée de l'élévation du niveau de l'eau et la quantité d'eau déplacée à son passage.

On peut voir le phénomène sous un autre angle: une vague classique, d'une période d'au plus une minute, n'élève pas le niveau de l'eau suffisamment longtemps pour que de grandes quantités d'eau déferlent profondément sur les côtes, tandis que le niveau des eaux s'élève au dessus de son

niveau normal pendant 5 à 30 minutes lors du passage d'un tsunami.

Questions

1°) Relever les trois types d'oscillations libres évoquées dans le texte.

2°) a) Qu'est-ce qui montre que les oscillations de la Terre provoquées par les séismes entre autres sont libres ?

b) Calculer les valeurs minimale et maximale des périodes de ces oscillations.

c) Quelle qualification donne-t-on à ces périodes d'oscillations libres de la Terre ?

3°) Qu'est-ce qui montre que le tsunami est un phénomène oscillatoire ?

4°) Justifier la durée d'élévation du niveau de l'eau de mer allant de 5 à 30 min lors du passage d'un tsunami.

En savoir plus

Les oscillations libres de la Terre

Comme tout corps élastique, la Terre peut vibrer librement à des fréquences bien déterminées par sa forme et sa constitution. Ces oscillations sont les modes normaux du corps, ou oscillations libres. Ce dernier qualificatif se justifie par le fait qu'après excitation de l'oscillation, celle-ci perdurera indéfiniment, si l'on fait abstraction des forces de frottement.

Pour exciter les modes normaux de la Terre (le mode le plus simple est le fondamental, tandis que les autres sont les harmoniques), il faut évidemment des sources formidables telles que les grands tremblements de Terre. En fait, si le séisme est suffisamment important, les oscillations libres de la Terre se produisent à des fréquences qui ne dépendent que de sa structure interne.

Les périodes des modes sismiques sont comprises entre quelques secondes et 54 min, tandis que leur amplitude peut atteindre le millimètre. Certains modes perdurent jusqu'à un mois après des séismes particulièrement violents. Par suite, leurs fréquences sont très basses : à la période de 20.5 minute par exemple, correspond une fréquence de 0.001 Hz. Pour se donner une meilleure idée des ordres de grandeur, comparons cette fréquence à celle du « Do 256 Hertz », qui occupe le centre du clavier d'un piano. Pour atteindre la fréquence de 0.001 Hertz, il faudrait descendre de 18 octaves (En musique, une octave est l'intervalle séparant deux sons dont les fréquences fondamentales sont en rapport de un à deux), alors que le clavier d'un piano n'en compte au total que 8. Prenons un autre exemple : dans le cas d'une corde de guitare, sa fréquence est d'autant plus basse qu'elle est longue (lorsque le guitariste obtient un son plus ou moins grave d'une corde en la pinçant en différents endroits, il ne fait rien d'autre que l'allonger ou la raccourcir). En supposant que l'on pourrait fabriquer et tendre une corde de guitare de 300 km de long, elle émettrait une fréquence aussi basse que 0,001 Hz !

L'harmonie d'un son provient d'une relation simple qui lie les fréquences harmoniques et fondamentales. Dans le cas d'un stylo qui tombe, le choc excite sa fréquence fondamentale, par exemple égale à 197 Hz, mais également des « harmoniques », de 211, 217, 219, 287, 311 Hertz... Il n'existe pas de relation simple entre harmoniques et fondamentale, c'est ce qui rend le son sec et désagréable. Cependant, pour le physicien, il s'agit toujours d'une somme de fondamentale et d'harmoniques. Si l'on pouvait entendre les sons qui correspondent aux modes sismiques, il s'agirait également d'un bruit non harmonieux, vu les relations complexes qui existent entre fondamentales et harmoniques.

Pour qu'il y ait des oscillations, il faut des forces de rappel qui tendent à ramener les particules à leur position d'équilibre. Dans le cas des modes sismiques, ces forces de rappel sont dues essentiellement à l'élasticité liée aux forces de cohésion moléculaire

D'après M. Van camp

Objectifs

- ◆ Distinguer, en régime mécanique forcé, entre l'excitateur et le résonateur.
- ◆ Distinguer en mécanique, entre les oscillations libres et les oscillations forcées.
- ◆ Mettre en évidence la résonance d'élongation d'un pendule élastique.
- ◆ Etablir l'expression de l'amplitude X_m des oscillations d'un pendule élastique en fonction de la fréquence N de l'excitateur.
- ◆ Etudier l'influence de l'amortissement sur la résonance d'élongation d'un pendule élastique.
- ◆ Établir l'expression du déphasage entre la force excitatrice F et l'élongation x du solide.
- ◆ Interpréter théoriquement le phénomène de résonance.
- ◆ Distinguer une résonance aiguë d'une résonance floue.
- ◆ Utiliser l'analogie formelle électrique - mécanique pour :
 - caractériser la résonance de charge dans un circuit RLC série,
 - caractériser la résonance de vitesse d'un pendule élastique,
 - exprimer la puissance mécanique moyenne d'un pendule élastique.

Prérequis

SAVOIR

- ◆ Exprimer la période propre des oscillations libres d'un pendule élastique en fonction de ses grandeurs caractéristiques.
- ◆ Ecrire l'équation différentielle caractéristique des oscillations libres d'un pendule élastique amorti ou non amorti.
- ◆ Exprimer la puissance électrique moyenne absorbée par un oscillateur électrique.

SAVOIR FAIRE

- ◆ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un solide en mouvement.
- ◆ Associer à une fonction sinusoïdale, un vecteur de Fresnel.
- ◆ Faire la construction de Fresnel.
- ◆ Faire l'analogie formelle entre un oscillateur mécanique amorti et un circuit RLC - série.

OSCILLATIONS FORCÉES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

6



Les marées sont des oscillations périodiques. À quoi sont-elles dues et en quoi diffèrent-elles des tsunamis?



Le violoniste fait vibrer les cordes de son instrument en les frottant avec l'archet pour produire un son avec des notes plus ou moins hautes.



Clarinettes "graves" offrant une musique très impressionnante

- ◆ - Pourquoi ces formes particulières des instruments de musique comme le violon, le violoncelle, le contre basse, la clarinette ... ?
- ◆ - Dans certaines voitures, on entend parfois des bruits inconfortables de la carrosserie. A quoi sont-ils dus et pourquoi à des vitesses bien déterminées et non pas à d'autres ?
- ◆ - Pourquoi a-t-on interdit à un régiment de soldats de traverser un pont (même non suspendu) au pas cadencé ?

OSCILLATIONS FORCÉES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Comme dans la nature, nombreux sont les domaines où les oscillations mécaniques sont importantes. Lorsqu'elles sont recherchées, il faut penser à les entretenir. En fait, pour éviter la diminution de leur amplitude due aux frottements inévitables, on doit leur apporter de l'énergie. Comme dans le cas des oscillations électriques, lorsque l'apport de l'énergie se produit périodiquement avec un dispositif approprié appelé excitateur, les oscillations mécaniques entretenues sont dites forcées.

1 PRODUCTION D'OSCILLATIONS FORCÉES

Manipulation

On utilise le dispositif expérimental schématisé sur la figure 1. Il est constitué essentiellement d'un pendule élastique horizontal (système solide – ressort), d'un moteur (M) et d'un dispositif d'entraînement du pendule par le moteur. Le solide est un palet (S) de masse $m = 100 \text{ g}$, placé sur un banc à coussin d'air. Par un point A de l'un de ses bords latéraux, il est attaché à un ressort de raideur $k = 6,5 \text{ N.m}^{-1}$. Par l'intermédiaire d'un dispositif de guidage, le ressort est relié par son autre extrémité à un excentrique solidaire du moteur (M) de fréquence de rotation N réglable. De cette manière, lorsque le moteur est en marche, l'extrémité B du ressort est assujettie à se déplacer parallèlement au bord supérieur du banc à coussin d'air.

Un stylet fixé sur le solide (S) permet d'enregistrer l'évolution de l'élongation de son centre d'inertie G en fonction du temps, sur une feuille de papier enroulée sur un cylindre tournant à vitesse constante.

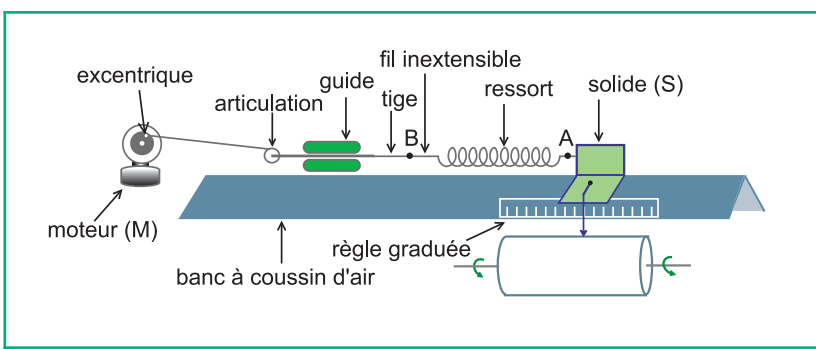


Fig.1 : Dispositif d'étude des oscillations forcées d'un pendule élastique horizontal

En faisant tourner le moteur à la fréquence $N = 1,5 \text{ tr.s}^{-1}$, le palet (S) se met à osciller sur le banc de part et d'autre de sa position de repos. Une fois le régime permanent est établi, on réalise un enregistrement graphique qui donne la courbe de la figure 2.

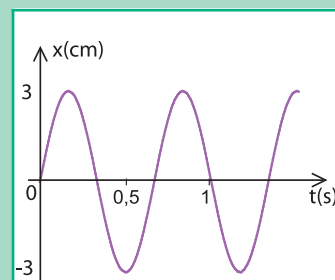


Fig.2 : Enregistrement graphique des oscillations

Remarque :

On peut réaliser une acquisition et un traitement informatique des mesures. A cette fin, on relie le solide (S) à un montage potentiométrique qui permet de mesurer la différence de potentiel entre le point M qui correspond à la position de (S) à un instant t et le point O qui correspond à la position de (S) au repos et qui sera prise comme origine des abscisses. La tension U_{OM} est proportionnelle à l'abscisse x du point M (Fig.3).

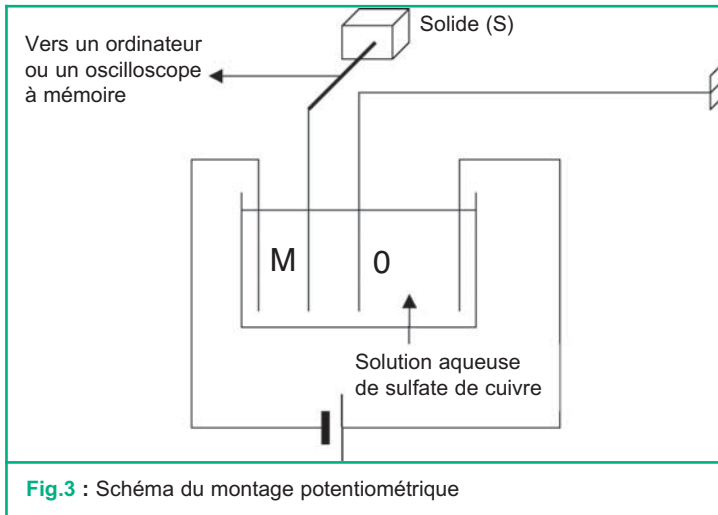


Fig.3 : Schéma du montage potentiométrique

Questions

1°) Déterminer graphiquement la fréquence des oscillations du pendule élastique, la comparer à sa fréquence propre et à la fréquence de rotation du moteur. En déduire qu'il s'agit d'oscillations forcées.

2°) Déterminer l'expression de l'élongation x en fonction du temps.

Interprétation

Au cours de son mouvement de rotation uniforme à la fréquence N , le moteur (M) entraîne l'extrémité B du ressort dans un mouvement rectiligne sinusoïdal suivant la direction horizontale du ressort à la fréquence N .

Ainsi l'élongation du centre d'inertie G s'écrit : $x = X_m \sin(2\pi Nt + \varphi)$.

On dit alors que le pendule élastique effectue des oscillations forcées imposées par le moteur qui joue le rôle d'excitateur.

Conclusion

Etant soumis à des excitations périodiques, le pendule élastique effectue des oscillations forcées avec une période imposée par l'excitateur. L'oscillateur (pendule élastique) est appelé résonateur.

Remarque :

La dénomination résonateur sera justifiée plus loin.

2 INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE DE L'EXCITATEUR SUR L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

Manipulation

On fait varier la fréquence de rotation du moteur et on mesure à chaque fois l'amplitude des oscillations du pendule élastique. Les résultats des mesures permettent de tracer la courbe de réponse $X_m = f(N)$ de la figure 4.

Questions

1°) Décrire la courbe de la figure 4 et en déduire l'influence de la fréquence N des excitations sur l'amplitude X_m des oscillations du pendule élastique.

2°) Relever la valeur de la fréquence N pour laquelle l'amplitude des oscillations est maximale et la comparer à la fréquence propre N_0 du pendule élastique.

3°) La courbe de la figure 4 est appelée courbe de résonance d'élongation. Justifier cette qualification ainsi que la désignation du pendule élastique comme étant le résonateur.

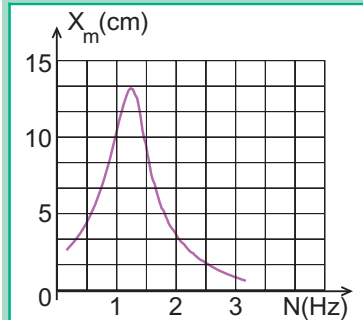


Fig.4 : Courbe $X_m = f(N)$

Conclusion

En régime sinusoïdal forcé, l'amplitude X_m des oscillations d'un pendule élastique dépend de la fréquence N des excitations. Elle atteint sa valeur la plus élevée à une fréquence N_r légèrement inférieure à la fréquence propre N_0 du pendule : on dit qu'il y a résonance d'élongation. N_r est appelée fréquence de résonance.

3 INFLUENCE DE L'AMORTISSEMENT SUR L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

Manipulation**Expérience 1**

On reprend le dispositif expérimental de la figure 1. On augmente l'amortissement dû à la résistance de l'air en fixant sur le palet (S) une voile sous forme d'une plaque rectangulaire perpendiculaire à l'axe du banc à coussin d'air (Fig.5).

En effectuant comme précédemment une série de mesures de l'amplitude X_m des oscillations du résonateur pour différentes valeurs de la fréquence N de l'excitateur. Les résultats permettent de tracer la courbe de résonance 1 de la figure 6.

Expérience 2

En faisant de même avec une plaque un peu plus grande, on obtient la courbe 2 de la figure 6.

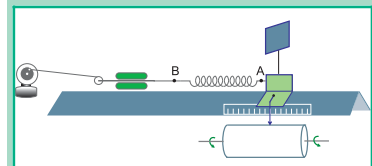


Fig.5 : Palet (S) avec voile

Expérience 3

En utilisant pour la voile une plaque de grandes dimensions, on obtient finalement la courbe 3 de la figure 6.

Remarque

La manipulation précédente peut être réalisée avec un pendule élastique vertical, l'amortissement varie selon que le solide (S) oscille dans l'air ou dans un liquide avec ou sans rondelle (Fig.7).

Questions

- 1°) Comparer les fréquences N_{r1} et N_{r2} et les amplitudes X_{m1} et X_{m2} des oscillations à la résonance obtenue respectivement dans les expériences 1 et 2.
- 2°) En déduire l'influence de l'amortissement sur l'amplitude et la fréquence des oscillations à la résonance.
- 3°) La courbe 3 ne peut être appelée courbe de résonance. Elle traduit plutôt un régime forcé dit linéaire. Pourquoi ?

Interprétation

En fixant sur le palet une voile de dimensions de plus en plus grandes, on augmente l'amortissement. Ce qui explique la diminution de l'amplitude X_m des oscillations à la résonance.

Lorsque l'amortissement est très faible (absence de voile sur le palet), l'amplitude X_{m0} à la résonance est très grande et diminue considérablement dès que la fréquence des excitations est légèrement différente de la fréquence de résonance, ce qui donne à la courbe de résonance de la figure 4 cette forme caractérisée par un pic étroit et très prononcé. Une telle résonance est dite **aiguë**.

Avec un amortissement moyen (avec une plaque de petites dimensions), l'amplitude X_{m1} à la résonance est plus petite que X_{m0} et sa diminution constatée avec l'écart de la fréquence N des excitations par rapport à la fréquence N_{r1} de résonance est plutôt modérée, ce qui rend le pic de résonance moins étroit et moins prononcé (courbe 1 de la figure 6).

Pour un amortissement important (avec une plaque de dimensions moyennes comme celles de l'expérience 2), l'amplitude des oscillations devient moins sensible à la variation de la fréquence des excitations, ce qui explique l'obtention d'une courbe de résonance caractérisée par un pic peu remarquable (courbe 2 de la figure 6). La résonance est dite **floue**.

Pour un amortissement très important, le pendule répond toujours mais difficilement avec des oscillations de très petite amplitude pratiquement indépendante de la fréquence N des excitations, ce qui explique l'impossibilité d'obtenir dans ces conditions une résonance. C'est pour cette raison qu'un tel régime forcé est qualifié de régime **linéaire**.

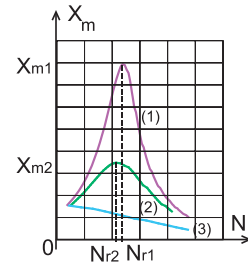


Fig.6 : Influence de l'amortissement sur l'amplitude

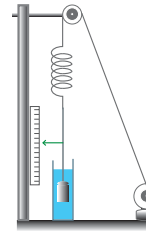


Fig.7 : Pendule élastique vertical

Conclusion

Pour une fréquence d'excitation donnée, l'amplitude des oscillations forcées d'un pendule élastique est d'autant plus petite que l'amortissement est plus important. Avec un faible amortissement la résonance est aiguë. Avec un amortissement important, la résonance est floue.

La fréquence de résonance est inférieure à la fréquence propre du pendule élastique. Cependant, l'écart entre ces fréquences est d'autant plus remarquable que l'amortissement est plus important.

4 ETUDE THÉORIQUE

On choisit comme repère galiléen, le repère (O, \vec{i}) lié au laboratoire (Fig.8), \vec{i} étant le vecteur unitaire de l'axe du ressort et la position de repos O du centre d'inertie G de (S) étant son origine.

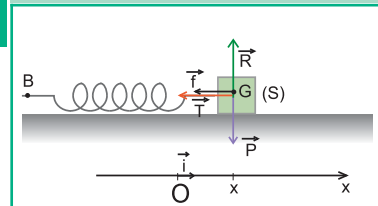


Fig.8 : Forces extérieures au palet (S)

4.1- NATURE DES OSCILLATIONS

Dans les expériences réalisées précédemment, le palet (S) est soumis aux forces extérieures suivantes (Fig.8) :

- son poids \vec{P} .
- la réaction \vec{R} du coussin d'air.
- la tension \vec{T} du ressort.
- la force de frottement \vec{f} .

Dans tout ce qui suit, on supposera que les frottements sont de type visqueux. Donc, on peut écrire : $\vec{f} = -h\vec{v}$, où h est le coefficient de frottement et \vec{v} la vitesse du centre d'inertie G du palet (S).

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au palet (S), on peut écrire : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

Comme \vec{P} et \vec{R} se compensent, on aura $\vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$:

Par projection sur (O, \vec{i}) , on aura : $T + f = m\ddot{x}$.

On a $T = -k(x - x_B)$, où x_B est l'élongation de l'extrémité B du ressort et $f = -h\dot{x}$.

On peut donc écrire : $-k(x - x_B) - h\dot{x} = m\ddot{x}$

En remplaçant v par $\frac{dx}{dt}$ et a par $\frac{d^2x}{dt^2}$, il vient :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + kx = kx_B$$

Le second membre de cette équation a la même dimension qu'une force : $F = kx_B$.

Du fait que l'ensemble {tige de guidage – fil inextensible tendu} transmet intégralement le mouvement rectiligne sinusoïdal de l'extrémité E de l'excentrique à l'extrémité B du ressort,

x_B s'écrit : $x_B = (X_B)_m \sin(\omega t + \varphi_B)$ avec $\omega = 2\pi N$ où N est la fréquence de rotation du moteur. Avec le choix $\varphi_B = 0$; on a : $x_B = (X_B)_m \sin \omega t$. Par suite : $F = F_m \sin \omega t$ avec $F_m = k(X_B)_m$. Ainsi tout se passe comme si le palet (S) est soumis directement à une force excitatrice $\vec{F} = \vec{F}_m \cdot \vec{i}$. De ce fait, l'équation différentielle ci-dessus peut s'écrire sous la forme :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F_m \sin \omega t \cdot (1)$$

Une telle équation différentielle admet comme solution particulière : $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$, ce qui explique les oscillations sinusoïdales de (S) en régime permanent à la fréquence N de l'excitateur.

Conclusion

Etant régies par l'équation différentielle : $m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F_m \sin \omega t$, les oscillations forcées d'un pendule élastique évoluent sinusoïdalement au cours du temps à la pulsation ω de l'excitateur.

4.2- AMPLITUDE ET PHASE INITIALE DES OSCILLATIONS

Déterminons X_m et φ à l'aide de la représentation de Fresnel.

On a : $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$; d'où : $v = \frac{dx}{dt} = X_m \omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$ et $a = \frac{d^2x}{dt^2} = X_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi)$

En remplaçant x , v et a par leur expression dans l'équation différentielle (1), on obtient l'équation (2) :

$$mX_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) + hX_m \omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) + kX_m \sin(\omega t + \varphi) = F_m \sin \omega t$$

Pour déterminer X_m et φ , à chacun des termes de l'équation (2) on associe un vecteur de Fresnel.

* A $kX_m \sin(\omega t + \varphi)$, on associe : $\vec{OA}_1 [kX_m, \varphi]$

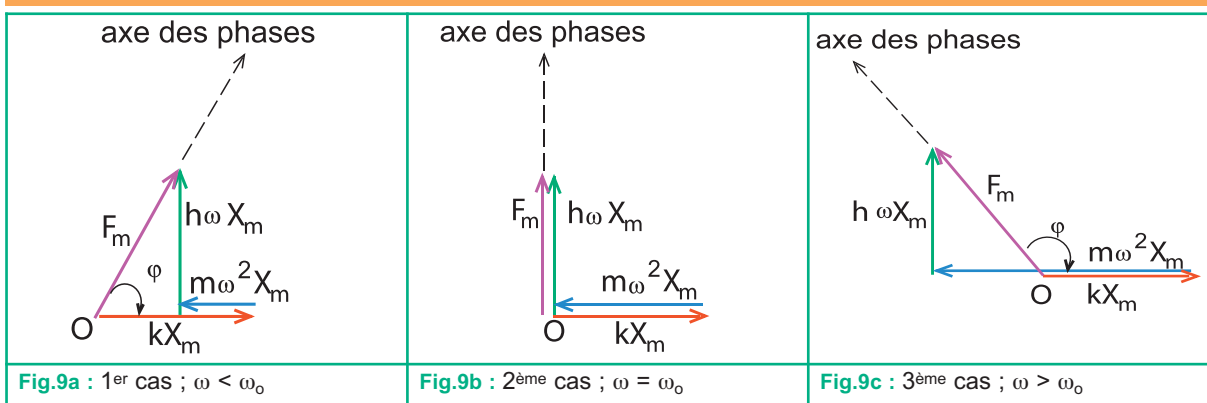
* A $hX_m \omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$, on associe : $\vec{OA}_2 [hX_m \omega, \varphi + \frac{\pi}{2}]$

* A $mX_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi)$, on associe : $\vec{OA}_3 [mX_m \omega^2, \varphi + \pi]$

* A $F_m \sin \omega t$, on associe : $\vec{OA} [F_m, 0]$

D'après l'équation (2), on a : $\vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 + \vec{OA}_3 = \vec{OA}$

Selon les valeurs de ω et ω_0 , trois cas peuvent se présenter pour la construction de Fresnel (Fig.9a ; 9b et 9c).



On remarque que dans les trois cas, $\varphi < 0$.

Donc, l'élongation x est toujours en retard de phase par rapport à la force excitatrice.

Dans le premier cas, $\omega < \omega_0$; on a : $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ rad

Dans le deuxième cas, $\omega = \omega_0$; on a : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad

Dans le troisième cas, $\omega > \omega_0$; on a : $-\pi < \varphi < -\frac{\pi}{2}$ rad

L'application du théorème de Pythagore dans le cas général

donne : $F_m^2 = (k - m\omega^2)^2 X_m^2 + h^2 \omega^2 X_m^2$, d'où :

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega^2 + (k - m\omega^2)^2}} \quad \text{et pour } \varphi, \text{ on a : } F_m^2 = (k - m\omega^2)^2.$$

Remarque :

le déphasage φ entre l'élongation $x(t)$ et la force excitatrice $F(t)$

peut être caractérisé par $\cos \varphi = \frac{k - m\omega^2}{F_m}$

Conclusion

En régime sinusoïdal forcé, un pendule élastique oscille toujours en retard de phase par rapport à la force excitatrice,

avec une amplitude : $X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega^2 + (k - m\omega^2)^2}}$

4.3- RÉSONANCE D'ÉLONGATION

L'amplitude $X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega^2 + (k - m\omega^2)^2}}$ dépend de la pulsation ω et

par suite de la fréquence N de l'excitateur. Elle atteint sa valeur

la plus élevée lorsque le dénominateur $\left[h^2 \omega^2 + (k - m\omega^2)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

est minimum, c'est-à-dire lorsque sa dérivée par rapport à ω s'annule, soit : $2h^2\omega - 4(k - m\omega^2)m\omega = 0$. Comme $\omega \neq 0$, cela entraîne : $h^2 = 2m(k - m\omega^2)$. D'où : $\omega^2 = \frac{k}{m} - \frac{h^2}{2m^2} = \omega_0^2 - \frac{h^2}{2m^2}$.
 or, $\omega = 2\pi N$. Alors, $N^2 = N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2} = N_r^2$.

Ainsi, on montre que le phénomène de résonance se manifeste à une fréquence N_r de l'excitateur légèrement inférieure à la fréquence propre N_0 du résonateur. A cause du terme dû au coefficient de frottement non nul h , l'écart $(N_0 - N_r)$ augmente avec celui-ci.

D'autre part, l'amortissement influe sur l'amplitude des oscillations. Plus h est grand, plus X_m est petite.

Question

Montrer que la résonance d'élongation devient impossible pour les valeurs de h supérieures à une valeur limite $h_0 = m\omega_0\sqrt{2}$.

Remarque :

Dans le cas idéal où $h = 0$, la résonance aura lieu pour $\omega = \omega_0$ avec une amplitude X_m qui tend vers l'infini (Fig.10)

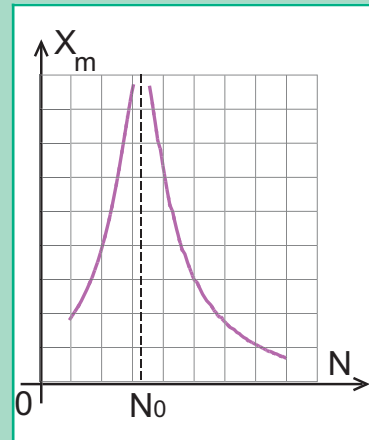


Fig.10 : Courbe de réponse du résonateur dans le cas idéal ($h = 0$)

5 RÉSONANCE DE VITESSE ET RÉSONANCE DE CHARGE

Dans ce paragraphe, il n'y a pas lieu de faire une étude systématique de la résonance de vitesse en mécanique ou de la résonance de charge en électrocinétique, mais il s'agit de les dégager par recours à l'analogie formelle électrique – mécanique faite à la fin du chapitre précédent tout en lui ajoutant l'analogie entre la tension excitatrice $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ et la valeur algébrique de la force excitatrice $F = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$.

Le tableau suivant rassemble les principaux résultats :

Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
$I_m = \frac{U_m}{Z}$, où $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ Z : impédance électrique $\text{tg}\varphi = \frac{1 - L\omega C}{R}$ avec $\varphi = (\varphi_i - \varphi_u)$	$V_m = \frac{F_m}{Z}$, où $Z = \sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}$ Z : impédance mécanique $\text{tg}\varphi = \frac{k - m\omega^2}{h}$ avec $\varphi = (\varphi_v - \varphi_F)$
Résonance d'intensité $I_m = \frac{U_m}{R}$ à $N = N_0$	Résonance de vitesse $V_m = \frac{F_m}{h}$ à $N = N_0$
$Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2\omega^2 + (\frac{1}{C} - L\omega^2)^2}}$ $\text{tg}\varphi = \frac{R\omega}{(L\omega^2 - \frac{1}{C})}$ avec $\varphi = (\varphi_q - \varphi_u)$	$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2\omega^2 + (k - m\omega^2)^2}}$ $\text{tg}\varphi = \frac{h\omega}{(m\omega^2 - k)}$ avec $\varphi = (\varphi_x - \varphi_F)$
Résonance de charge à $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}}$	Résonance de charge à $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}}$

6 PUISSANCE MÉCANIQUE

En régime sinusoïdal forcé, le pendule élastique oscille sans diminution d'amplitude grâce à l'énergie qui lui est transférée périodiquement par l'excitateur. La puissance mécanique moyenne P de l'oscillateur peut être exprimée par recours à l'analogie formelle électrique-mécanique.

Puissance électrique moyenne ↔ Puissance mécanique moyenne

$$P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi \text{ avec } \varphi = \varphi_i - \varphi_u$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$U_m = Z I_m$$



$$P = \frac{F_m V_m}{2} \cos \varphi \text{ avec } \varphi = \varphi_v - \varphi_F$$

$$\cos \varphi = \frac{h}{Z}$$

$$F_m = Z V_m$$



$$P = \frac{1}{2} R I_m^2$$



$$P = \frac{1}{2} h V_m^2$$

7 IMPORTANCE DES OSCILLATIONS MÉCANIQUES FORCÉES ET DE LA RÉSONANCE

Les oscillations mécaniques forcées ainsi que le phénomène de résonance sont très importants tant dans la nature que dans les différents domaines de la vie (en acoustique, en industrie ...). Toutefois, elles sont parfois recherchées, surtout à la résonance comme en acoustique ; par contre, dans d'autres cas elles sont à éviter parce qu'elles sont gênantes ou même dangereuses.

1- DANS LA NATURE : PHÉNOMÈNE DES MARÉES

Dans certaines baies, il se produit régulièrement au cours de l'année le phénomène naturel des marées qui consiste en des oscillations forcées de grandes quantités d'eau d'océans, les excitateurs sont la lune et le soleil.

Ayant, dans une baie, une période propre proche de la période des marées (de l'ordre de 12 heures), l'eau entre en résonance. Ainsi, à l'entrée d'une baie, on peut observer des marées hautes de dix mètres et même plus, alors qu'en haute mer l'amplitude n'est que de l'ordre 30 cm. L'énergie des marées peut être mise à profit pour faire fonctionner les turbines d'une centrale marémotrice.



Fig.11 : Exemple de marée

2- EN ACOUSTIQUE

En musique, les caisses des instruments à cordes ainsi que l'air qu'elles contiennent, entrent en résonance sous l'action des vibrations des cordes, ce qui permet de renforcer les notes produites.

La caisse de résonance et l'air qu'elle contient constituent un oscillateur mécanique de période propre dépendant de la forme de la caisse.

La membrane d'un haut parleur forme le système oscillant qui engendre les vibrations sonores. Elle doit vibrer avec une amplitude importante dans un domaine de fréquences audibles particulier. Ces vibrations forcées doivent correspondre à une résonance «floue», si non, selon leur fréquence, certains sons seraient amplifiés beaucoup plus que d'autres.

3- EN INDUSTRIE : OSCILLATIONS FORCÉES DUES AUX TRÉPIDATIONS DU ROTOR D'UNE MACHINE TOURNANTE

Dans le cas où la partie tournante d'une machine n'est pas parfaitement équilibrée, elle joue par ses trépidations, le rôle d'excitateur pour les autres parties de la machine susceptibles de vibrer.

Lorsque la fréquence de rotation de la machine avoisine la fréquence propre de l'une ou de l'autre de ses parties, l'amplitude

des oscillations que prend cette machine peut devenir tellement importante que de dangereuses ruptures se produisent. Ceci explique les vibrations inconfortables ou bruyantes qu'on observe parfois dans une voiture pour certains régimes de rotation du moteur, leur amplitude est d'autant plus grande que les pièces de la carrosserie mises en cause sont plus desserrées, puisque leur amortissement devient plus faible. C'est aussi l'une des raisons pour lesquelles on équilibre les roues des véhicules en plaçant une masselotte de plomb sur la jante de la roue.

Les paniers à linge des machines à laver sont suspendus à des amortisseurs qui évitent aux châssis une excitation à ses fréquences propres lorsque le panier est en rotation.

Pour les mêmes raisons, les machines outils sont souvent munies de supports amortisseurs.

EXEMPLE D'ILLUSTRATION

Pour illustrer les effets de trépidation, on peut utiliser l'exemple du gyroscope (Fig.12). Cet appareil est constitué essentiellement d'un stator et d'un rotor. La partie fixe (stator) est un bâti portant une série de lamelles d'acier d'inégales longueurs, donc de différentes périodes propres. La partie tournante (rotor) est un disque métallique mobile autour d'un axe fixe passant par son centre et perpendiculaire à son plan.

Un petit trou percé au voisinage du pourtour du disque fait que son centre d'inertie n'est pas situé exactement sur l'axe de rotation et provoque de légères trépidations au cours de sa rotation. Les oscillations sont transmises aux lamelles.

Le disque est mis en rotation à l'aide d'une ficelle initialement enroulée sur son axe. A cause des frottements, le disque tourne de moins en moins vite.

Lorsque la fréquence des trépidations avoisine la fréquence propre de l'une des lamelles, celle-ci entre en résonance. On voit donc les lamelles entrer en résonance, une à une, sachant que c'est la plus courte qui commence la première vu que sa fréquence propre est la plus grande.

4- DANS LES OUVRAGES

Lors d'intempéries, les ponts suspendus peuvent être considérés comme des résonateurs. Si la fréquence des tourbillons due à une tornade est voisine de la fréquence propre des oscillations du pont, il y aura une résonance susceptible d'engendrer de très fortes amplitudes, d'où les effets "spectaculaires" menant parfois à la rupture du pont. Pour plus de détails, il est recommandé de lire la rubrique "en savoir plus".



Fig.12 : Gyroscope à lames

L'essentiel

- En régime forcé, le dispositif d'entretien des oscillations d'un pendule élastique constitue l'excitateur tandis que le pendule constitue le résonateur.
- La fréquence des oscillations forcées d'un pendule élastique est égale à celle de l'excitateur.

- En présence de frottements visqueux, les oscillations sinusoïdales forcées d'un pendule élastique sont régies par l'équation différentielle :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F$$

avec $F = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$, valeur algébrique de la force excitatrice.

- En régime sinusoïdal forcé, le résonateur oscille en retard de phase par rapport à l'excitateur avec une amplitude X_m qui dépend de la fréquence N de l'excitateur :

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{4h^2\pi^2N^2 + (k - 4m\pi^2N^2)^2}}$$

- En régime sinusoïdal forcé, la résonance d'élongation se produit à la fréquence :

$$N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2m^2}}$$

- La résonance est d'autant plus aiguë que l'amortissement est plus faible.
- Dans le cas d'un amortissement important, la résonance est floue. Lorsque h dépasse la valeur limite $h_l = m\omega_0\sqrt{2}$, la résonance devient impossible.

- En régime sinusoïdal forcé, la puissance mécanique moyenne est donnée par la relation :

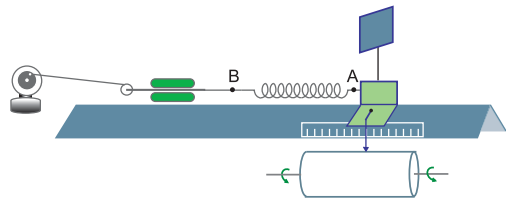
$$P = \frac{1}{2} h v_m^2$$

Exercices

Exercice résolu 1

ÉNONCÉ

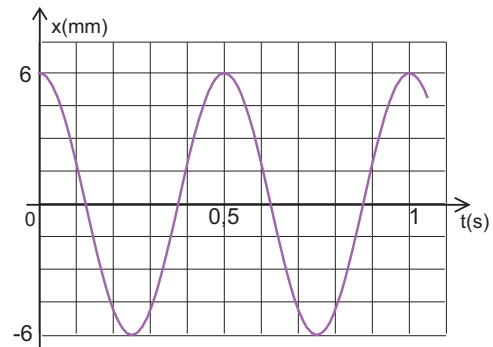
L'extrémité B d'un ressort de raideur $k = 40 \text{ N.m}^{-1}$ est reliée indirectement à un excentrique fixé à un moteur. La deuxième extrémité A du ressort est attachée à un palet (S) de masse $m = 100 \text{ g}$. Sur (S) est fixée une plaque rectangulaire comme l'indique la figure ci-contre. Le système {palet – ressort} se déplace sur un banc à coussin d'air horizontal.



Lorsque le moteur tourne à une fréquence N , le palet (S) effectue des oscillations de part et d'autre de sa position de repos.

Un stylet fixé sur le palet permet d'enregistrer la position du centre d'inertie G de (S) au cours du temps.

On obtient la courbe $x(t)$ ci contre. x étant l'abscisse du centre d'inertie G du palet (S) dans un repère galiléen (O, \vec{i}) horizontal. Le point O correspond à la position de G lorsque le palet est au repos.



1°) a) Préciser le rôle joué par le moteur muni de l'excentrique et celui joué par le système {palet – ressort}?

b) Déterminer la fréquence et l'amplitude X_m des oscillations du palet (S).

c) Ecrire $x(t)$.

2°) On modifie la fréquence N de rotation du moteur et on note à chaque fois l'amplitude X_m des oscillations du palet (S). Les résultats des mesures sont rassemblés dans le tableau suivant :

N (Hz)	1.5	2	2.5	2.8	3.1	3.2	3.3	3.6	4	4.5
X_m (mm)	4	6	10	15	21	23	20	15	10	7

a) Tracer le graphe $X_m = f(N)$ traduisant la variation de l'amplitude X_m des oscillations en fonction de la fréquence N .

b) Déterminer la fréquence N_r des oscillations à la résonance et la comparer à la fréquence propre N_0 des oscillations libres du pendule élastique.

c) Comment la courbe $X_m = f(N)$ serait modifiée si on remplace la plaque par une autre de surface plus grande?

SOLUTION

1°) a) Le moteur muni de l'excentrique joue le rôle de l'excitateur. Le système { palet - ressort } joue le rôle de résonateur.

b) D'après l'enregistrement $x(t)$, la période des oscillations est $T = 0.5$ s donc la fréquence vaut 2 Hz. L'amplitude des oscillations est $X_m = 6$ mm.

c) $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi_x)$

à $t = 0$; $x = X_m \sin \varphi_x = X_m$, d'où : $\sin \varphi_x = 1$ et $\varphi_x = \frac{\pi}{2}$ rad
 $\omega = 2\pi N = 4\pi \text{ rad.s}^{-1}$. Finalement :

$$x(t) = 6 \cdot 10^{-3} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

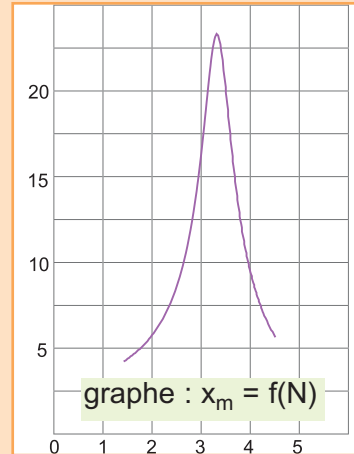
2°) a) Voir graphe: $X_m = f(N)$

b) $N_r = 3.15$ Hz.

$$N_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ soit numériquement : } N_o = \underline{3,18 \text{ Hz}}$$

On remarque que N_r est légèrement inférieure à N_o .

c) Lorsqu'on remplace la plaque fixée sur le palet par une autre de surface plus grande, l'amortissement augmente, X_m est moins important à la résonance. La courbe présentera un pic moins prononcé ; la résonance est moins auguë.



Exercice résolu 2

ÉNONCÉ

Une voiture roule sur une piste saharienne, avec une vitesse constante. Elle rencontre des bosses régulièrement espacées d'une distance $d = 20$ m les unes des autres. La masse totale de la voiture et de son conducteur est $m = 1000$ kg.

1°) Sachant que la voiture est assimilable à un système { solide ; ressort } oscillant verticalement, montrer que le conducteur doit éviter de rouler à une vitesse critique v_c . Calculer v_c sachant que la raideur du ressort vaut $k = 4 \cdot 10^4 \text{ N.m}^{-1}$.

2°) Expliquer le rôle des amortisseurs de la voiture.

SOLUTION

1°) La série de bosses régulièrement espacées impose à la voiture des oscillations forcées de période T égale à la durée séparant les passages de la voiture sur deux bosses successives : $T = \frac{d}{v}$. L'ensemble (voiture ; amortisseurs) se comporte comme un oscillateur mécanique de période propre : $T_o = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. La résonance a lieu lorsque $T = T_o$, ce qui est obtenu pour une certaine vitesse $v = v_c$. On aura alors : $\frac{d}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ d'où : $v_c = \frac{d}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$.
 Soit, numériquement $v_c = 20,14 \text{ m.s}^{-1}$ ou $v_c = 72,5 \text{ km.h}^{-1}$.

2°) Les amortisseurs absorbent une partie de l'énergie des oscillations. L'amplitude des secousses provoquées par la succession des bosses est ainsi diminuée, ce qui entraîne une meilleure tenue de route et donc plus de sécurité.

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Pour un pendule élastique en régime sinusoïdal forcé, le ressort constitue l'excitateur tandis que le solide (S) qui lui est attaché est le résonateur.
- 2- La période des oscillations forcées d'un pendule élastique est imposée par l'excitateur.
- 3- En régime sinusoïdal forcé, le pendule élastique peut osciller avec sa période propre.
- 4- La résonance d'élongation a lieu à chaque fois que la fréquence de l'excitateur est égale à la fréquence propre du résonateur.
- 5- Pour un pendule élastique en régime sinusoïdal forcé, l'élongation x du centre d'inertie du solide (S) évolue toujours en retard de phase par rapport à la valeur algébrique F de la force excitatrice.
- 6- L'élongation du centre d'inertie d'un pendule élastique n'est maximale qu'à la résonance.
- 7- A la résonance d'élongation, l'amplitude X_m des oscillations d'un pendule élastique augmente avec l'amortissement.
- 8- Lorsque l'amortissement est faible, la courbe de résonance est caractérisée par un pic très large.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- 1- En régime sinusoïdal forcé, l'élongation du résonateur est :
 - a- toujours en retard de phase par rapport à sa vitesse ;
 - b- toujours en retard de phase par rapport à la force excitatrice ;
 - c- alternativement en avance de phase et en retard de phase par rapport à la force excitatrice.
- 2- A la résonance, l'amplitude X_m des oscillations d'un pendule élastique est :
 - a- maximale seulement en valeur absolue ;
 - b- la plus élevée ;
 - c- indépendante de l'amortissement.
- 3- A la résonance d'élongation, la période d'un pendule élastique :
 - a- n'est pas égale à celle de l'excitateur ;
 - b) ne dépend que de la période propre de l'oscillateur ;
 - c - dépend du coefficient de frottement.
- 4- L'amplitude X_m des oscillations forcées d'un pendule élastique est :
 - a - d'autant plus grande que l'amortissement est plus important ;
 - b- d'autant plus grande que la valeur de la fréquence de l'excitateur est plus proche de la valeur de sa fréquence propre ;
 - c- d'autant plus petite que sa masse est plus grande.
- 5- Pour un pendule élastique en régime sinusoïdal forcé, la résonance d'élongation :
 - a- n'est possible que lorsque sa période propre est très petite ;
 - b- peut être obtenue avec n'importe quelle valeur du coefficient de frottement ;
 - c- est d'autant plus aiguë que l'amortissement est plus faible.
- 6- D'après l'analogie électrique mécanique :
 - a- comme on définit l'impédance électrique, on peut définir l'impédance mécanique ;
 - b- comme il y a la résonance d'intensité de courant électrique, il y a une résonance d'élongation mécanique ;
 - c- la puissance mécanique moyenne est constante à la résonance d'élongation

Exercices d'application

3 L'une des extrémités d'un ressort de masse négligeable et de raideur $k = 50 \text{ N.m}^{-1}$ est attachée à un solide (S) de masse $m = 100 \text{ g}$. L'ensemble est monté de manière à réaliser un pendule élastique horizontal. La deuxième extrémité du ressort est liée à un dispositif d'excitation qui permet de mettre le pendule en mouvement et de l'entretenir.

- 1°) Identifier l'excitateur et le résonateur.
- 2°) Calculer la période propre T_0 des oscillations du pendule élastique.
- 3°) Que risque-t-il de se produire lorsque le dispositif d'excitation impose au pendule une fréquence d'oscillations proche de sa fréquence propre ? Pourquoi ?

4 L'extrémité supérieure d'un ressort (R) est reliée à un excentrique mu par un moteur effectuant N tours par seconde. L'extrémité inférieure de (R) est fixée à un solide (S) qui plonge dans un liquide visqueux.

On actionne le moteur, et on mesure pour chaque fréquence N de rotation, la valeur de l'amplitude X_m des oscillations. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

N (Hz)	1.5	2	2.5	2.8	3.1	3.2	3.3	3.6	4	4.5
X_m (cm)	0.4	0.6	1	1.5	2.1	2.3	2	1.5	1	0.7

- 1°) Tracer le graphe traduisant les variations

de l'amplitude X_m en fonction de la fréquence N .

- 2°) Quel phénomène obtient-on à $N = 3.2 \text{ Hz}$?
- 3°) En déduire la période des oscillations à la résonance.
- 4°) Quelle modification subirait le graphe précédent lorsqu'on fait osciller le solide (S) dans l'air ?

5 Sur une piste saharienne, le vent produit sur le sable des bosses qui se succèdent régulièrement à une distance $d = 60 \text{ cm}$. Une voiture parcourt cette piste à la vitesse v constante. Le conducteur sait qu'il faut rouler ou très lentement ou avec une vitesse supérieure à une certaine valeur pour éviter les sensations désagréables et les détériorations du véhicule.

- 1°) Avec quelle période, la roue de la voiture passe-t-elle d'une bosse sur la suivante ? En déduire la fréquence de ce phénomène.
- 2°) L'action des bosses successives fait que la voiture soit en régime d'oscillations forcées.

- a) Préciser l'excitateur et le résonateur.
- b) L'oscillateur constitué par la roue, son ressort de suspension et son amortisseur est caractérisé par une fréquence propre $N_0 = 5 \text{ Hz}$. Montrer qu'il existe une valeur v_0 de la vitesse pour laquelle l'oscillateur entre en résonance.

On admettra que la fréquence de résonance est la fréquence propre de l'oscillateur.

Exercices de synthèse

6 Un oscillateur mécanique comporte un solide (S), de masse m et de centre d'inertie G , attaché à l'une des extrémités d'un ressort (R) de raideur k et de masse négligeable. L'autre extrémité du ressort est fixe. L'ensemble {ressort, solide (S)} est disposé horizontalement. Le solide (S) est soumis à une force de frottement de type

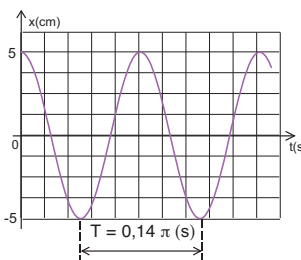
visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$ où \vec{v} est le vecteur vitesse instantanée de G et h est une constante positive. A l'aide d'un dispositif approprié on applique sur (S) une force excitatrice $\vec{F}(t) = F_{\max} \sin(2\pi Nt + \varphi_F) \vec{i}$. On désigne par $x(t)$ l'élongation du centre d'inertie G en fonction du temps par rapport au repère (O, \vec{i}) , O étant la position d'équilibre de G .

1°) Etablir que l'élongation x , sa dérivée

première $\frac{dx}{dt}$ et sa dérivée seconde $\frac{d^2x}{dt^2}$ vérifient la relation : $m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$

2°) Le dispositif d'enregistrement des oscillations de (S) est constitué d'un cylindre enregistreur sur lequel est enroulé un papier millimétré et d'un stylet marqueur, solidaire du solide (S), et affleurant le papier millimétré. Dans le cas de l'expérience étudiée, ce dispositif permet d'obtenir le diagramme suivant et qui correspond aux variations de l'élongation $x(t)$ en accord avec l'équation : $x(t) = X_m \sin(2\pi Nt + \varphi_x)$.

a) Sachant que les deux oscillations présentées sur le diagramme de la figure ci-contre correspondent à un tour complet du cylindre enregistreur, en déduire le nombre de tours par minute effectués par ce cylindre. Déterminer, à partir de ce diagramme X_{\max} , N et φ_x .



b) Sachant que $m = 98$ g et $k = 20$ N.m⁻¹, montrer que (S) effectue des oscillations mécaniques forcées correspondant à une résonance de vitesse.

c) En déduire qu'à tout instant t , $x(t)$ vérifie la relation suivante : $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$.

d) Déterminer les valeurs de F_{\max} , φ_F et la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur. On donne $h = 1.8$ kg.s⁻¹.

7 Relié à l'une des extrémités d'un ressort, un solide (S) de masse $m = 51$ g oscille sur un banc à coussin d'air horizontal. La deuxième extrémité du ressort est animée d'un mouvement sinusoïdal de translation, grâce à un système de transmission relié à un disque mis en

rotation par un moteur de fréquence N réglable.

On fait tourner le moteur à raison de 1,25 tours par seconde, l'amplitude des oscillations du solide (S) est maximale et vaut 4,8 cm.

1°) Proposer un montage correspondant à la description précédente et permettant d'enregistrer le mouvement du solide (S).

2°) Préciser, dans le montage l'excitateur et le résonateur.

3°) a) Déterminer la période du mouvement du solide (S)

b) Déduire une valeur approchée de la raideur du ressort.

4°) On fixe au solide (S) une palette que l'on immerge dans l'eau. L'amplitude des oscillations devient 2,4 cm.

a) Interpréter cette diminution de l'amplitude.

b) Dans quel sens évolue l'amplitude lorsqu'on remplace l'eau par de l'huile ?

5°) On fait varier la fréquence N du moteur. On constate que l'amplitude des oscillations prend une valeur maximale pour une fréquence particulière N_r .

a) De quel phénomène s'agit-il ?

b) La période et l'amplitude des oscillations dépendent-elles de la nature du liquide utilisé lorsque ce phénomène se produit ? Justifier la réponse.

8 Un oscillateur est constitué d'un pendule élastique {solide (S) de masse m relié à un ressort de raideur k } horizontal. Le pendule est excité à l'aide d'un moteur muni d'un excentrique, celui-ci produit une force périodique qui agit sur l'extrémité du ressort qui n'est pas reliée au solide (S).

1°) Quel type d'oscillations, le résonateur effectue-t-il ? et avec quelle période oscille-t-il ?

2°) Sachant que la période propre du pendule élastique vaut $T_0 = 0,46$ s, quel phénomène aura-t-il lieu si la période de la force excitatrice devient voisine de 0,46 s ?

3°) On fait varier maintenant la fréquence N du moteur et on note l'amplitude X_m des oscillations du pendule. Les résultats des mesures sont rassemblés dans le tableau suivant :

N(Hz)	1.2	1.4	1.6	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.7	2.8	2.9
Xm(cm)	1.6	2.2	3.2	4.8	5.7	6.4	6.8	6.5	5.6	5.0	4.2	3.2	3.0	2.7

a) Tracer sur une feuille de papier millimétré la courbe traduisant l'évolution de l'amplitude X_m en fonction de la fréquence N .

b) Déterminer la fréquence N_r de résonance et la comparer à la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.

9 Un solide (S) de masse m est accroché à l'extrémité d'un ressort de raideur k dont l'autre extrémité est fixe. L'ensemble est horizontal et (S) subit des actions de frottement visqueux équivalentes à une force $\vec{f} = -h\vec{v}$ proportionnelle à la vitesse et de sens opposé ; h est constant. De plus (S) subit une force \vec{F} dirigée suivant l'axe du ressort et dont la projection sur cet axe est $F = F_m \sin \omega t$.

1°) Etablir l'équation :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F_m \sin \omega t$$

2°) En utilisant la construction de Fresnel obtenue par analogie avec celle qui correspond à un circuit RLC série, montrer que

$$Z = \frac{F_m}{V_m} = \sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}, \text{ où } V_m \text{ est la vitesse maximale de (S), et que le déphasage}$$

entre F et v est donné par $\text{tg} \varphi = \frac{(m\omega - \frac{k}{\omega})}{h}$.

3°) En déduire l'expression de la vitesse v en fonction du temps et de F_m , Z et φ .

4°) De l'expression précédente déduire celle de $x(t)$.

5°) En faisant varier ω , mais en maintenant constante la valeur de F_m , V_m varie. Déterminer la valeur de ω pour laquelle V_m

est maximale (résonance de vitesse). Quel est alors le déphasage entre la vitesse v et la force F ?

6°) L'amplitude des élongations varie également en fonction de ω . Montrer qu'elle est maximale (résonance d'amplitude) quand la quantité $Y = [m^2\omega^4 + (h^2 - 2mk)\omega^2 + k^2]$ est minimale. Déterminer la valeur ω_r qui rend Y minimale. Vérifier que $\omega_r < \omega_0$. Montrer qu'il existe une valeur du coefficient de frottement telle qu'il n'existe plus de phénomène de résonance d'amplitude.

Etude de texte

10 Dans le film «le salaire de la peur» de Henri-Georges Clouzot, les héros doivent transporter de la nitroglycérine (explosif puissant) dans un camion. La piste empruntée est constituée d'une succession régulière de rigoles creusées par le ruissellement de l'eau. Une piste de ce genre est appelée «tôle ondulée».

L'un des acteurs affirme à ses collègues qu'il faut rouler soit très lentement soit très vite pour éviter de faire exploser le chargement.

1°) Quel est le phénomène susceptible de se produire lorsqu'un véhicule roule sur ce type de piste ?

2°) Sachant que la masse du camion chargé est $m = 10$ tonnes et que ses suspensions s'affaissent de 1,2 mm lorsqu'il porte une charge de 6,5 tonnes, calculer :

a) la raideur du ressort équivalent aux suspensions du camion.

b) la période et la fréquence des oscillations du camion.

3°) Le camion roule sur une tôle ondulée dont les bosses sont régulièrement espacées d'une distance $d = 0,70$ m. Pour quelle vitesse de déplacement, le phénomène sera le plus perceptible ?

4°) L'affirmation de l'acteur est-elle justifiée ?

En savoir plus

DANGERS DE LA RÉSONANCE

Généralement en mécanique le phénomène de résonance est à éviter vu les effets néfastes qu'il peut engendrer. En effet la suspension d'une voiture peut être modélisée par un ressort vertical de raideur k sur lequel est posé un solide de masse m . L'ensemble constitue un oscillateur.

Il en est de même pour les constructions et bâtiments que le vent et les secousses sismiques peuvent mettre en oscillations avec des amplitudes importantes, risquant même leur destruction. Un conducteur de voiture doit éviter de rouler à certaines vitesses lorsqu'il rencontre certains types d'irrégularités dans la chaussée ou sur une piste saharienne dans les rallyes par exemple, où le vent produit sur le sable des ondulations. Pour ces vitesses, le véhicule entre en résonance, l'amplitude de ses oscillations augmente fortement et cela peut engendrer des dangers ; les roues décollent de la route et perdent toute adhérence. Pour limiter cet effet désagréable et assurer plus de sécurité, on ajoute des amortisseurs, généralement à huile (à gaz sur les motos), qui permettent de diminuer l'amplitude du mouvement dans le cas où il y a résonance.

Le cas du Tacoma Narrow Bridge, situé à Puget Sound dans l'état de Washington aux U.S.A. est un exemple célèbre : en novembre 1940, cinq mois après son ouverture à la circulation, les rafales de vent périodiques, jouant le rôle d'excitateur, ont provoqué la résonance du pont qui s'est mis à vibrer et en quelques heures, les vibrations sont devenues si importantes que le pont s'est effondré.



Pont de Tacoma Narrow quelques instants avant sa rupture

De même, le 16 avril 1850, le tablier d'un pont suspendu sur la maine à Angers en France, se rompit au passage d'une troupe marchant au pas cadencé.

A la suite de ces évènements les ponts sont dessinés de manière à les rendre aérodynamiquement stables. Les tabliers des ponts actuels sont tous arrimés au sol par l'intermédiaire de vérins amortisseurs qui permettent de limiter le phénomène de résonance.

Les bâtiments de grande hauteur, comme les tours et les gratte-ciel sont particulièrement sensibles aux vibrations provoquées par les bourrasques de vent, les turbulences et les secousses sismiques. Leur construction doit en tenir compte. Citons l'exemple de la conception et la réalisation de la tour Taipei 101 à Taiwan achevée en 2004, qui mesure 508 mètres de haut pour 101 étages.

Une boule en acier de 800 tonnes suspendue entre les 88^{ème} et 92^{ème} étages permet d'amortir les oscillations engendrées par les vents et les secousses sismiques.



Objectifs

- ◆ Distinguer entre une onde transversale et une onde longitudinale.
- ◆ Reconnaître que la propagation d'une onde est due à une propagation d'énergie sans transport de matière.
- ◆ Réaliser une expérience illustrant la propagation d'une onde sinusoïdale dans un milieu homogène et isotrope.
- ◆ Identifier dans un milieu de propagation donné, les propriétés dont dépend la célérité d'une onde.
- ◆ Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point donné du milieu de propagation connaissant celle de la source d'onde progressive et représenter graphiquement le diagramme du mouvement de ce point.
- ◆ Représenter graphiquement l'aspect à un instant donné, du milieu (ou d'une coupe du milieu) de propagation d'une onde progressive.
- ◆ Reconnaître la double périodicité d'une onde sinusoïdale.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un phénomène périodique. ◆ Définir la période T et la fréquence N d'un phénomène périodique. ◆ Ecrire la relation $N = \frac{1}{T}$ ◆ Définir une grandeur sinusoïdale. ◆ Définir la pulsation et l'amplitude d'une grandeur sinusoïdale. ◆ Ecrire la relation $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (ou $N = \frac{\omega}{2\pi}$) 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Utiliser l'oscilloscope. ◆ Appliquer les relations : $N = \frac{1}{T} \text{ et } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (ou } \omega = 2\pi N \text{).}$ ◆ Représenter graphiquement une grandeur sinusoïdale en fonction du temps. ◆ Mesurer les durées et les vitesses à l'aide de photodétecteurs.

ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES

7



Les vagues constituent un exemple de propagation d'ondes dans un milieu élastique.

- ◆ D'où provient l'énergie des vagues ?
- ◆ Le déferlement des vagues correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- ◆ Nos oreilles perçoivent des sons. Qu'est-ce qui fait qu'ils nous parviennent et pourquoi les sons émis et ceux qu'on perçoit sont les mêmes ?

ONDES MECANIKES PROGRESSIVES

En jetant un caillou dans une nappe d'eau calme, on provoque une déformation de courte durée à la surface d'impact. Cette déformation donne naissance à des rides qui s'élargissent progressivement, tandis que la surface d'impact reprend sa forme initiale.

Comment peut-on expliquer l'élargissement progressif de ces rides circulaires qui prennent naissance à la surface de l'eau suite au lancement du caillou ?

1 PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT

La déformation de courte durée, imposée par le caillou à une nappe d'eau calme est un ébranlement. Etant un milieu élastique, la nappe d'eau joue le rôle de milieu de propagation de l'ébranlement.

On appelle milieu élastique, tout milieu qui reprend de lui-même sa forme initiale après avoir subi une déformation brève.

1.1- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU UNIDIRECTIONNEL

Manipulation

◆ Expérience 1

On considère une longue corde élastique tendue horizontalement sur le sol.

On imprime à l'extrémité O de la corde un mouvement de va-et-vient rapide.

On observe la portion de corde voisine de O qui se déforme pour reprendre par la suite sa forme initiale pendant que la déformation touche la portion suivante de la corde. De proche en proche, la déformation (ou l'ébranlement) touche tous les points de la corde comme le montre la figure 1.

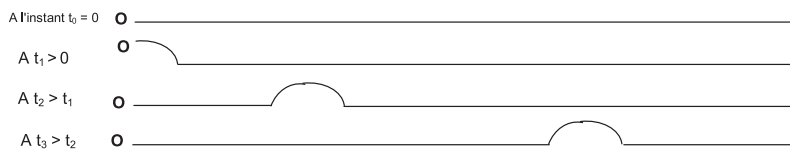


Fig.1 : Chaque point de la corde se soulève verticalement

◆ Expérience 2

On comprime les premières spires non jointives d'un ressort tendu horizontalement et on les lâche brusquement. On constate que les spires comprimées reprennent leurs positions d'équilibre, tandis que les spires voisines se rapprochent à leur tour. De proche en proche, toutes les spires subissent la déformation (ou l'ébranlement), comme le montre la figure 2.

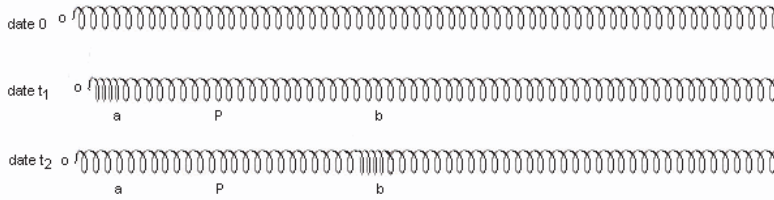


Fig.2 : Chaque spire du ressort se déplace horizontalement ; il en est de même pour l'ébranlement

Questions

1°) Comparer la direction du déplacement de l'ébranlement dans l'expérience 1 à celle du déplacement des différents points matériels de la corde.

2°) Dans l'expérience 2, comparer la direction du déplacement de l'ébranlement (ou déformation) à celle du déplacement des spires.

Interprétation

L'ébranlement imposé à l'extrémité O se déplace de proche en proche aux autres points de la corde. Chaque point de la corde atteint par l'ébranlement reproduit le mouvement de l'extrémité O avec un certain retard.

La direction d'évolution de l'ébranlement sur la corde est perpendiculaire à la direction de déplacement des points matériels de cette corde : l'ébranlement est ainsi dit **transversal**.

En comprimant les premières spires du ressort parallèlement à son axe et en les lâchant, on crée ainsi une déformation locale du ressort. Cette déformation (ou ébranlement) va se déplacer de proche en proche aux autres spires du ressort qui sont au repos.

Au passage de l'ébranlement par une zone, chaque spire de celle-ci prend une elongation y par rapport à sa position d'équilibre semblable à celle du point O et suivant une direction confondue avec celle de l'axe du ressort. Un tel ébranlement est dit longitudinal.

1.2- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU BIDIMENTIONNEL

Manipulation

On laisse tomber une goutte d'eau sur la surface libre d'une cuve à ondes contenant de l'eau au repos. La déformation donne naissance à une ride circulaire qui se propage telle quelle à partir du point d'impact de la goutte vers l'extérieur comme dans la figure 3.

En mettant un petit morceau de liège en un point M de la surface de l'eau, au passage de l'ébranlement par le point M, le morceau de liège fait un petit déplacement vertical sur place, sans s'éloigner de sa position initiale.

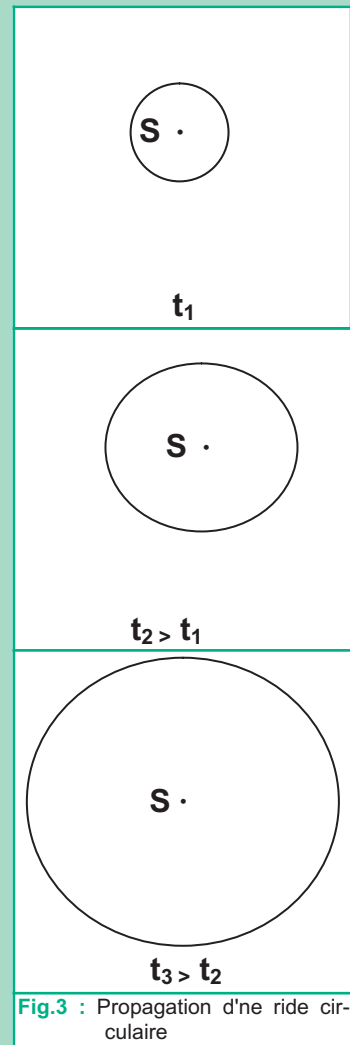


Fig.3 : Propagation d'une ride circulaire

Questions

- 1°) Cet ébranlement qui se propage à la surface de l'eau est-il transversal ou longitudinal ?
- 2°) Telle quelle, sa propagation se fait dans combien de directions ?
- 3°) Au cours de la propagation de l'ébranlement, y a-t-il déplacement d'une quantité d'eau à partir du point d'impact S ?

Interprétation

La chute d'une goutte d'eau dans une cuve à ondes donne naissance à une ride circulaire qui se propage à partir du point d'impact S de la surface de l'eau vers l'extérieur. Ainsi, la déformation locale (ou l'ébranlement) se propage dans toutes les directions de la surface de l'eau. Un point quelconque de la surface de l'eau peut être repéré par deux coordonnées x et y dans le plan. Il s'agit donc d'un ébranlement à deux dimensions. La forme circulaire de la ride montre que tous les points de celle-ci sont atteints par l'ébranlement issu de la source S au même instant. Le déplacement vertical du morceau de liège sur place lors du passage de l'ébranlement à son niveau montre que la propagation de ce dernier se fait avec une transmission d'énergie, sans déplacement de matière. C'est pour cette raison qu'il est impropre de parler de déplacement d'un ébranlement.

1.3- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU TRIDIMENSIONNEL

Exemples

- ◆ Un acteur situé sur la scène d'un théâtre chante une note. Les auditeurs ayant pris place au balcon, à l'avant de la scène, ou encore dans les coulisses, entendent cette note grâce à sa propagation dans toutes les directions.
- ◆ Lorsqu'on crée du vide sous une cloche où est placé un petit poste radio, le son émanant de celui-ci devient inaudible.

Questions

- 1°) L'ébranlement sonore est-il transversal ou longitudinal ? Justifier la réponse.
- 2°) Le son se propage-t-il dans le vide ? Justifier la réponse.

Interprétation

Les vibrations longitudinales des molécules de gaz (l'air par exemple) permettent la transmission du son depuis la source sonore jusqu'au tympan de l'oreille de l'auditeur. Dans le vide, le son ne peut pas se propager.

Conclusion

Un ébranlement est une déformation de courte durée imposée localement à un milieu élastique.

Le milieu de propagation d'un ébranlement peut être unidimensionnel (corde élastique, ressort), bidimensionnel (surface d'un liquide) ou tridimensionnel (l'air ou tout autre fluide).

Selon sa direction de propagation et celle du déplacement des points matériels du milieu de propagation, un ébranlement peut être transversal ou longitudinal.

La propagation d'un ébranlement est due à une transmission d'énergie d'un point du milieu de propagation vers d'autres.

1.4- CELÉRITÉ D'UN EBRANLEMENT

La propagation d'un ébranlement se fait avec une vitesse v appelée vitesse de propagation ou célérité de l'ébranlement. Du fait que cette propagation ne correspond pas à un déplacement de matière mais plutôt à un transport d'énergie, la célérité v correspond à une vitesse de propagation de l'énergie.

Pour mesurer la célérité v d'un ébranlement, on utilise par exemple l'échelle de perroquet, dispositif constitué essentiellement d'un fil de torsion (fixé à deux supports), auquel sont accrochés des barreaux. Sur ces barreaux, peuvent coulisser des masselottes. Ainsi, on peut varier l'inertie du système par la variation des positions des masselottes (Fig.4).

Manipulation

◆ On place les masselottes de l'échelle de perroquet à 2 cm par exemple de l'axe principal de l'échelle. Ensuite, on place un capteur devant chacun de deux barreaux de l'échelle séparés par une distance d . Les deux capteurs sont reliés à un mesureur de vitesse (Fig.5).

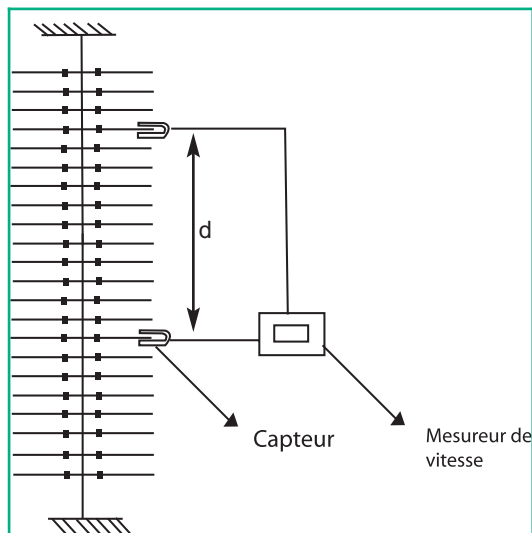


Fig.5 : L'échelle de perroquet et la disposition des capteurs



Fig.4 : Echelle de perroquet

On fait tourner le barreau situé à l'extrémité supérieure de l'échelle dans son plan d'un angle α , puis on l'abandonne à lui-même.

En mesurant la célérité v de l'ébranlement pour différentes valeurs de la distance d , on obtient une série de mesures rassemblées dans le tableau suivant :

d (m)	0,23	0,30	0,40	0,54
v (m.s ⁻¹)	0,48	0,49	0,48	0,49

◆ On refait l'expérience mais en tournant cette fois-ci le même barreau de l'échelle d'un angle α' plus grand que α . On constate que les valeurs du tableau précédent restent pratiquement les mêmes.

◆ On refait de nouveau la même expérience mais en faisant varier cette fois-ci les positions des masselottes tout en les maintenant symétriques les unes des autres par rapport à l'axe de l'échelle, ce qui entraîne une variation de l'inertie du système.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

d (m)	0,23	0,30	0,40	0,54
v (m.s ⁻¹)	0,28	0,29	0,28	0,28

Questions

1°) A l'aide des résultats des expériences précédentes réalisées avec l'échelle de perroquet et de ceux de l'expérience du sous paragraphe 1.2, montrer que les ébranlements se propagent dans ces milieux homogènes avec une célérité constante.

2°) En s'appuyant sur les résultats expérimentaux obtenus avec l'échelle de perroquet, préciser avec justification si la célérité d'un ébranlement dépend de :

- a) son amplitude ;
- b) des caractéristiques du milieu de propagation.

Interprétation

La forme circulaire des rides créées à la surface d'une nappe d'eau (expérience du sous paragraphe 1.2) ainsi que l'obtention de la même valeur de célérité au niveau des différents barreaux de l'échelle de perroquet montrent que la propagation d'un ébranlement se fait dans ces milieux homogènes avec une célérité constante. D'autre part, le non changement de la célérité de l'ébranlement même si l'on augmente l'écartement du barreau supérieur de l'échelle de perroquet par rapport à sa position d'équilibre montre son indépendance de l'amplitude. Cependant, la variation de la célérité v avec la modification des positions des masselottes s'explique par sa dépendance de l'inertie de l'échelle de perroquet.

Autres constatations

- On peut montrer aussi que la célérité de l'ébranlement augmente avec la valeur de la tension du fil de torsion portant les barreaux de l'échelle de perroquet.
- On montre que la vitesse de propagation du son dépend de la compressibilité du milieu. Elle est plus grande dans les solides que dans les liquides et les gaz.
- A partir du tableau de valeurs ci-dessous, on peut dégager l'influence de la nature du milieu de propagation sur la célérité d'un ébranlement.

Type d'ébranlement	Célérité (m.s ⁻¹)
Ebranlement à la surface de l'eau	0,3
Ebranlement le long d'une échelle de perroquet	1
Ebranlement le long d'une corde	10
Ebranlement sonore dans l'air à 20°C	342
Ebranlement sonore dans l'eau à 20°C	1500
Ebranlement sonore dans l'acier	5000
Ebranlement sismique	8000

Conclusion

La célérité d'un ébranlement dépend de la nature du milieu matériel dans lequel il se propage et de ses propriétés. Ainsi, le long d'une corde élastique, la célérité d'un ébranlement est d'autant plus grande que la corde est plus tendue. Plus l'inertie d'un milieu de propagation est grande, plus la célérité de l'ébranlement est faible...

Remarque

La propagation d'un ébranlement diffère du déplacement d'un mobile, en voici quelques exemples :

Déplacement d'un mobile	Propagation d'un ébranlement
Il se fait selon une trajectoire bien précise.	Il se fait, à partir d'une source, dans toutes les directions possibles.
Il correspond à un transport de matière.	Il ne correspond pas à un transport de matière mais d'énergie
Le mouvement d'un mobile est ralenti par les frottements avec le milieu matériel.	Dans un milieu matériel, un ébranlement peut être amorti, mais cet amortissement porte davantage sur son amplitude que sur sa célérité .

Un mobile se déplace plus facilement dans le vide que dans un gaz et plus facilement dans un gaz que dans un liquide. Le mouvement dans les solides est impossible,	Un ébranlement mécanique ne se propage pas dans le vide. Il se propage plus vite dans les liquides que dans les gaz et fréquemment plus vite dans les solides que dans les liquides.
Il se fait à une vitesse qui dépend des conditions initiales (vitesse et accélération initiales).	Il se fait avec une célérité qui dépend des propriétés du milieu de propagation.

2 PROPAGATION D'UNE ONDE SINUSOÏDALE ENTRETENUE

Il est très rare de rencontrer dans la nature ou au laboratoire des phénomènes qui résultent d'un seul ébranlement. Les houles de l'océan, les vagues, le son et les tremblements de terre, sont des exemples parmi d'autres grands phénomènes qui résultent d'une émission plus ou moins régulière d'ébranlements identiques dans un milieu élastique, ce sont des ondes.

2.1- GÉNÉRALITÉS SUR L'ONDE ENTRETENUE

Définition

On appelle onde (du latin unda) le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.

Célérité d'une onde mécanique

Comme dans le cas d'un seul ébranlement, l'onde est caractérisée par une célérité v (ou vitesse de propagation) qui dépend des propriétés du milieu élastique homogène.

Plus précisément, la célérité d'une onde est celle des ébranlements qui la constituent.

Onde transversale et onde longitudinale

Le caractère transversal ou longitudinal d'une onde est fonction de celui des ébranlements correspondants. Les ébranlements transversaux constituent des ondes transversales et les ébranlements longitudinaux constituent des ondes longitudinales.

Ondes progressives

Lorsque le milieu de propagation est ouvert, c'est-à-dire illimité, les ondes progressent en s'éloignant indéfiniment de la source. De telles ondes sont dites progressives.

Du fait qu'au laboratoire, on ne peut disposer que de milieux finis, on limite ces milieux par une matière absorbante (coton, feutre, plaque métallique cintrée ...) afin de pouvoir les assimiler à des milieux ouverts.

2.2- ONDE PROGRESSIVE LE LONG D'UNE CORDE ELASTIQUE TENDUE

Etude expérimentale

Mise en évidence

Manipulation

On tend une corde élastique souple de faible raideur, entre un vibreur et un support fixe. Ainsi, son extrémité O est attachée au vibreur, tandis que l'autre extrémité A est reliée au support fixe à travers une pelote de coton.

Le vibreur est une lame d'acier excitée par un électro-aimant alimenté par une tension alternative sinusoïdale (fig.6).

En mettant le vibreur en marche, la corde paraît sous forme d'une bandelette rectangulaire floue de largeur double de l'amplitude de vibration de l'extrémité O. En essayant de la frôler, on sent partout un picotement au doigt.

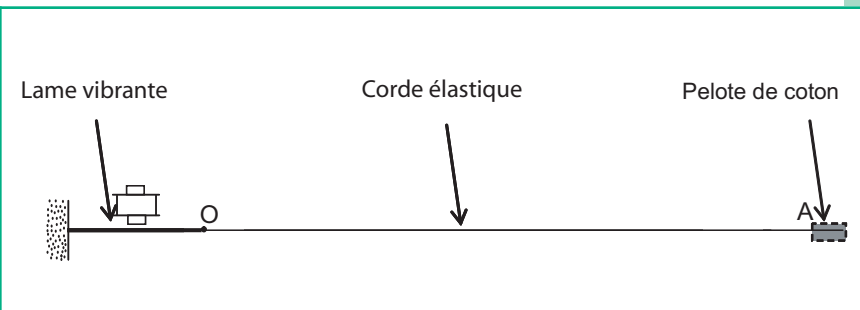


Fig. 6 : Dispositif d'étude de la propagation d'une onde

Questions

- 1°) Expliquer l'apparition de la corde sous forme de bandelette floue.
- 2°) Quel est le rôle de la pelote de coton ?
- 3°) Justifier la qualification de l'onde qui se propage le long de la corde comme étant une onde transversale.

Interprétation

Les vibrations imposées à l'extrémité O de la corde élastique tendue sont transmises telles quelles aux différents autres points de celle-ci.

Mouvement d'un point donné de la corde

Afin de pouvoir étudier le mouvement d'un point donné M de la corde, on utilise la méthode d'analyse optique dont le principe est expliqué dans la fiche technique n.1 de fin de chapitre. Parallèlement à la corde et au niveau du point M, on place un diaphragme unifente sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle. Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur le miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran l'aspect d'une sinusoïde comme le montre la figure 7.

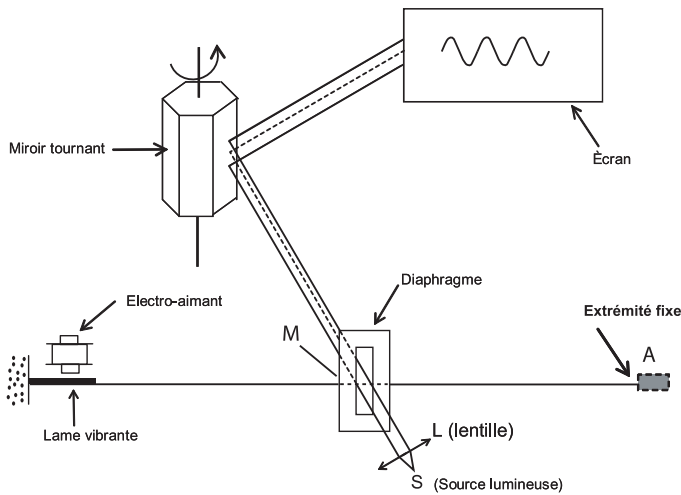


Fig. 7 : Enregistrement du mouvement d'un point de la corde par la méthode d'analyse optique

Questions

- 1°) Que représente la sinusoïde d'ombre observée sur l'écran ?
- 2°) Comparer le mouvement d'un point quelconque de la corde à celui de l'extrémité O attachée au vibreur.

Interprétation

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun de ses points (à part l'extrémité fixe A) reproduit le mouvement de la source O avec la même amplitude et un certain retard.

Conclusion

Les vibrations imposées à l'extrémité d'une corde élastique tendue sont transmises aux différents points de celle-ci. Le phénomène qui en résulte constitue une onde transversale.

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun des points de cette corde (à part l'extrémité fixe A) vibre sinusoïdalement avec la même amplitude que la source (en négligeant l'amortissement).

Aspect instantané de la corde

Manipulation

On éclaire la corde excitée par le vibreur avec un stroboscope électronique de période réglable T_e (voir fiche technique n.2 à la fin du chapitre).

- Avec $T_e = p.T$; $p \in \mathbb{N}^*$, T étant la période du vibreur, la corde paraît immobile sous forme d'une sinusoïde de période égale à une longueur D (Fig.8).

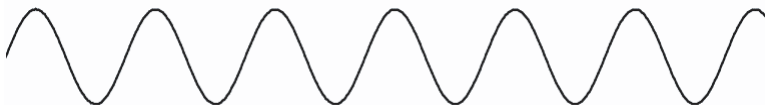


Fig.8 : Sinusoïde immobile pour $T_e = p.T$

- Aux périodes T_e légèrement supérieures à $p.T$, la corde paraît toujours sous forme d'une sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens réel de propagation.
- Aux périodes T_e légèrement inférieures à $p.T$, on observe le même mouvement apparent lent de la corde, mais dans le sens contraire du sens réel de propagation.

Questions

Expliquer :

- a) l'immobilité apparente de la corde,
- b) le mouvement apparent de la corde avec T_e légèrement supérieure ou inférieure à $p.T$.

Interprétation

■ Pour $T_e = p.T$:

Si la corde est apparemment immobile, c'est parce que chacun de ses points est toujours éclairé à son passage par la même position et dans le même sens entre deux éclairs successifs. Cela veut dire que pendant la durée T_e , tout point de la corde effectue en réalité p oscillations complètes. Donc, la période d'oscillation des différents points de la corde est égale à la période T du vibreur.

Cette sinusoïde apparemment immobile représente bien l'aspect de la corde à un instant t donné. Elle est caractérisée par une périodicité le long de la direction de propagation, c'est-à-dire une périodicité spatiale.

Tous les points équidistants de $k.D$ ($k \in \mathbb{N}^*$) ont le même état de mouvement.

La distance D représentant la période de la sinusoïde est la période spatiale de l'onde. On l'appelle longueur d'onde du fait qu'elle est égale à la distance parcourue par l'onde pendant une période T et on la note λ .

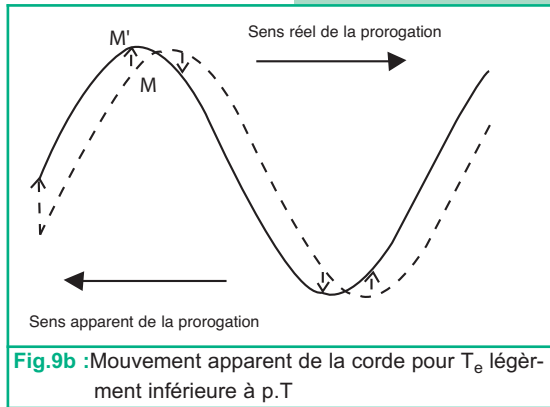
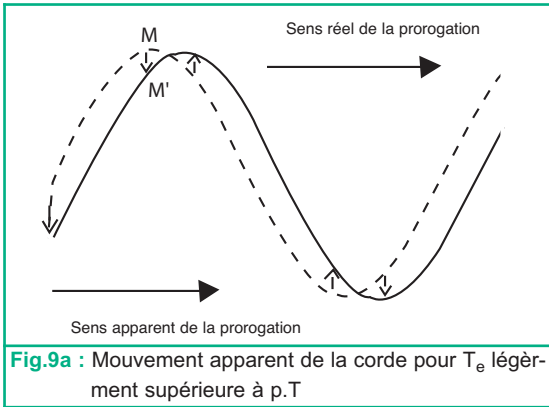
■ Pour T_e légèrement supérieure à $p.T$:

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue p oscillations complètes et une très petite fraction d'oscillation. Mais apparemment, c'est comme si chaque point accomplit dans le sens réel la très petite fraction d'oscillation engendrant le déplacement MM' (Fig.9a). Ainsi, on a l'impression d'une progression lente de la sinusoïde dans le sens réel de propagation de l'onde. C'est bien ce qui se passe en réalité mais à la vitesse de propagation v , d'où le nom d'onde progressive.

■ Pour T_e légèrement inférieure à $p.T$:

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue un tout petit peu moins que p oscillations complètes (il manque une très petite fraction de la p ème oscillation).

Mais, apparemment c'est comme si chaque point effectue cette très petite fraction d'oscillation MM' dans le sens contraire du sens réel (Fig.9b).



Conclusion

La propagation d'une onde est caractérisée par deux périodicités à la fois :

- une périodicité dans le temps appelée périodicité temporelle. La période T est celle de la source.
- une périodicité dans l'espace, appelée périodicité spatiale. La période spatiale λ , contrairement à la période T , ne dépend pas seulement de la source mais dépend aussi du milieu de propagation. La période spatiale λ est la longueur d'onde, elle représente la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle T .

$$\lambda = v.T, \text{ soit } \lambda = \frac{v}{N}$$

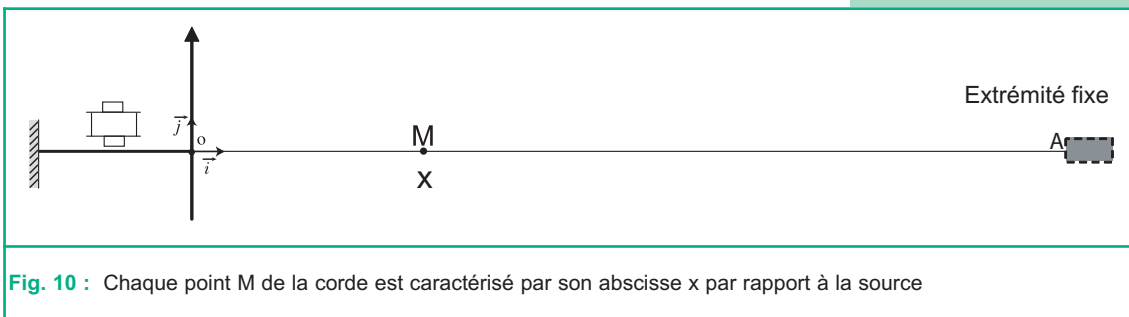
En effet, la période temporelle T de l'onde est la durée au bout de laquelle l'onde se propage d'une longueur λ telle que tous les points du milieu de propagation se retrouvent dans le même état vibratoire, d'où le nom de longueur d'onde.

Etude théorique

Equation horaire du mouvement d'un point de la corde

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) le repère par rapport auquel on fera l'étude. L'origine O est confondue avec l'extrémité de la corde attachée au vibreur du montage de la figure 6.

\vec{i} et \vec{j} sont respectivement les vecteurs directeurs unitaires de l'axe horizontal ayant la direction de la corde et de l'axe vertical servant à mesurer les élongations y des différents points de la corde. Considérons un point M de la corde d'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) (Fig.10).



A tout instant t , l'onde qui se propage le long de la corde impose au point M une élongation $y(t)$ égale à l'élongation qu'a eue l'extrémité source S à l'instant $(t - \theta)$, l'amortissement étant supposé nul.

La durée θ désigne le temps mis par l'onde pour se propager de S à M .

$$y_M(t) = y_s(t - \theta) \text{ or } y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$$

Avec un choix convenable de l'origine des temps, on aura $\varphi_s = 0$.

$$y_s(t) = a \sin(\omega t), \text{ d'où } y_M(t) = a \sin \omega(t - \theta)$$

$$\theta = \frac{x}{v}; \quad v : \text{ célérité de l'onde et } \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T : \text{ période de l'onde}$$

$$\text{Ainsi : } y_M(t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) \right].$$

$$\text{Or : } \lambda = v.T : \text{ Longueur d'onde, d'où : } y_M(t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right].$$

Conclusion

Au cours de la propagation d'une onde sinusoïdale entretenue le long d'une corde élastique, tout point M de la corde, d'abscisse x par rapport à la source, vibre sinusoïdalement avec une période T égale à celle de la source S , mais avec une phase initiale dont la valeur est fonction de sa position sur la corde, au repos.

Déphasage par rapport à la source

Si la source commence à vibrer à $t = 0$ en allant dans le sens positif des élongations, on a : $y_s(t) = a \sin(\omega t)$

$$y_M(t) = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right). \text{ C'est de la forme } y_M(t) = a \sin(\omega t + \varphi_M)$$

$$\text{avec } \varphi_M = - \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Le déphasage entre les élongations $y_M(t)$ et $y_s(t)$, noté $\Delta\varphi$,

$$\text{est } (\varphi_M - \varphi_s); \quad \Delta\varphi = - \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Remarque

Ce résultat reste valable dans le cas général où l'amortissement n'est pas négligeable et où la phase initiale n'est pas nulle.

$$y_s(t) = a_0 \sin(\omega t + \varphi_s)$$

$$y_M(t) = a \sin \left(\omega t + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} \right); \text{ avec } a < a_0.$$

Ainsi, $\Delta\varphi$ est une fonction de l'abscisse x du point M par rapport à la source.

■ Points de la corde vibrant en concordance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en phase avec la source lorsque son élongation $y_M(t)$ est liée à celle de la source par la relation :

$$\frac{y_s(t)}{a_s} = \frac{y_M(t)}{a}, \text{ soit : } \sin(\omega t + \varphi_s) = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right) \forall t,$$

ce qui donne $\varphi_s = \varphi_M + 2k\pi$; avec $\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s$ (k : entier),

soit $\Delta\varphi = -2k\pi$, ce qui conduit à : $x = k\lambda$, où k est un entier positif.

Soit ℓ la longueur de la corde au repos. On a : $x < \ell$.

Donc, $k < \frac{\ell}{\lambda}$.

Les points de la corde qui vibrent en phase avec la source sont situés au repos à des distances égales à un nombre entier de longueurs d'onde la source S. Leur nombre est limité par la longueur de la corde.

Questions

Déterminer les abscisses des points de la corde vibrant en opposition de phase avec la source.

■ Points de la corde vibrant en quadrature avance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase la source lorsqu' à tout instant t , son élongation est telle que :

$$y_s(t) = y_M\left(t - \frac{T}{4}\right),$$

soit : $a \sin(\omega t + \varphi_s) = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{T}{4}\right) + \varphi_M\right]$, ce qui donne

$\varphi_s = \varphi_M - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, avec k un entier positif.

D'où : $\Delta\varphi = - (4k - 1) \frac{\pi}{2}$, ce qui conduit à : $x = (4k - 1) \frac{\lambda}{4}$, avec k un entier positif.

Les points de la corde qui vibrent en quadrature avance de phase par rapport à la source sont situés au repos à $\frac{\lambda}{4}$ ayant les points qui vibrent en phase avec la source.

Questions

Montrer que les points de la corde vibrant en quadrature retard de phase par rapport à la source sont définis par leur position de repos d'abscisse :

$$x = (4k+1) \frac{\lambda}{4}, \text{ avec } k \in \mathbb{N}.$$

Aspect de la corde à un instant t donné

Pour un point M donné, à tout instant t :

$$y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \text{ dans le cas où } \varphi_s = 0,$$

ce qui entraîne qu'à un instant t donné, on peut écrire :

$$\text{pour tout point M, } y_t(x) = a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t + \pi\right).$$

Ainsi, pour t donné, $y_t(x)$ est fonction sinusoïdale de x, de période λ et de phase initiale $(-\omega t + \pi)$.

La courbe représentant $y_t(x)$ donne l'aspect de la corde à un instant t considéré (Fig.11). Elle est appelée par certains "sinusoïde des espaces".

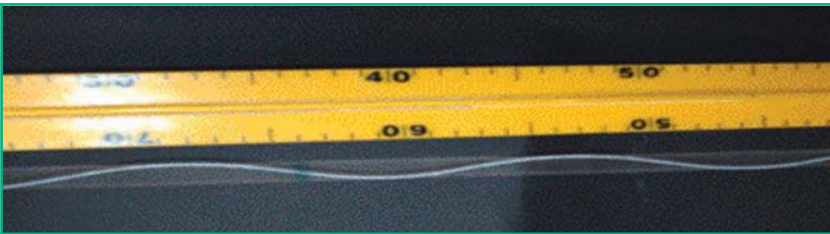


Fig.11 : Aspect de la corde à un instant donné

Remarque

Si les vibrations de la source commencent à $t = 0$ et que l'instant t choisi est de l'ordre de quelques périodes seulement, il se peut qu'à cet instant l'onde n'a pas atteint encore l'autre extrémité de la corde. Il faut alors chercher la position x_f du front d'onde. Pour ce, il suffit de calculer la distance parcourue par l'onde entre l'instant $t = 0$ et l'instant t choisi.

$$x_f = v \cdot t, \text{ ce qui équivaut à : } x_f = n \cdot \lambda, \text{ en posant } n = \frac{t}{T}$$

2.3- ONDE SINUSOÏDALE LE LONG D'UN RESSORT

On dispose d'un ressort à spires non jointives tendu verticalement par la suspension d'un solide à son extrémité inférieure. L'extrémité supérieure **S** est attachée à un vibreur qui lui impose des vibrations verticales et sinusoïdales de période T. La partie inférieure est plongée dans un récipient rempli d'eau, (Fig.12).

Manipulation

On met le vibreur en marche et on observe le ressort d'abord en lumière ordinaire puis en lumière stroboscopique.

- ◆ En lumière ordinaire, le ressort nous paraît flou.
- ◆ En éclairant le ressort à l'aide d'un stroboscope de période réglable T_e , on constate que :

- pour $T_e = T$, le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées.
- pour T_e légèrement supérieure à T, les zones comprimées et dilatées paraissent progresser lentement le long du ressort de **S** vers **A**.

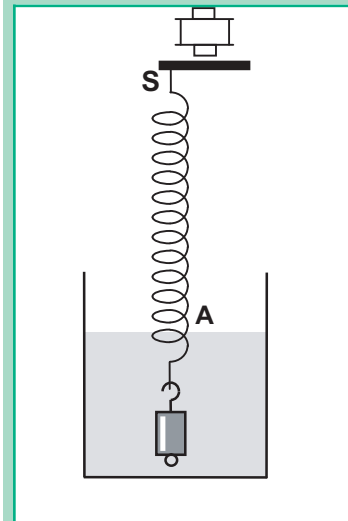


Fig. 12 : Dispositif d'étude d'une onde progressive le long d'un ressort

Questions

- 1°) Quel est le but d'immersion de l'extrémité inférieure du ressort dans l'eau ?
- 2°) Comment apparaissent les spires en lumière ordinaire ?
- 3°) Qu'observe-t-on en éclairage stroboscopique :
 - a) quand la période $T_e = kT$, T_e étant la période des éclairs, T la période du vibreur et k un entier positif ?
 - b) quand la période T_e est légèrement inférieure ou légèrement supérieure à kT ?
- 4°) Quelle est la nature de l'onde qui se propage le long du ressort ?
- 5°) Les spires, restent-elles équidistantes lorsqu'elles sont en mouvement ?

Interprétation

En lumière ordinaire, le ressort paraît flou. Donc, toutes les spires sont en train de vibrer. En effet, les excitations périodiques de l'extrémité source **S** sont transmises à toutes les spires du ressort élastique de proche en proche jusqu'à l'extrémité inférieure **A**.

En éclairage stroboscopique et pour $T_e = kT$, entre deux éclairs successifs, tout point du ressort effectue en réalité k oscillations complètes. Ainsi, chaque spire est éclairée toujours dans la même position. Le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées. La non équidistance des spires montre que celles-ci n'ont pas la même élongation à un instant t donné.

De la même manière que pour le cas d'une corde élastique, on explique le mouvement apparent lent des spires dans un sens ou dans l'autre. Du fait que les spires du ressort oscillent de part et d'autre de leur position de repos dans la direction de propagation de l'onde, celle-ci est qualifiée d'onde longitudinale.

On peut établir l'expression de l'élongation d'une spire à un instant t donné de la même manière que pour la corde :

Si $y_s(t) = a \sin(\omega t)$, on montre qu'en absence de tout amortissement : $y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$.

2.4- ONDE SINUSOÏDALE A LA SURFACE DE L'EAU

Manipulation

On dispose d'un vibreur muni d'une fourche à pointe unique et d'une cuve à ondes. Au repos, la pointe verticale affleure la surface libre de la nappe d'eau de la cuve en un point S. En mettant le vibreur en marche, la pointe impose au point S des vibrations verticales sinusoïdales de fréquence N .

En éclairant la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence réglable N_e , on constate que :

- Pour une fréquence $N_e = N$, la surface de l'eau paraît immobile avec des crêtes circulaires concentriques, alternées par des creux de même forme. Il s'agit donc de rides circulaires centrées au point S. Sur l'écran en verre dépoli de la cuve à ondes, on observe une succession de cercles concentriques immobiles alternativement brillants et sombres.

Les cercles brillants et sombres sont les images des crêtes et des creux (Fig.13).

- En diminuant légèrement la fréquence N_e des éclairs, les rides paraissent progresser lentement à la surface de l'eau, sans se déformer, en s'éloignant de la source. Les rides circulaires se propageant à la surface d'un liquide constituent donc un autre exemple d'ondes progressives.

Questions

1°) La célérité de l'onde qui progresse à la surface de l'eau à partir du point source S, est-elle la même dans toutes les directions ? Justifier la réponse.

2°) Montrer qualitativement que, même en supposant le frottement nul, plus un point M de la surface de la nappe d'eau est loin de la source, plus son amplitude de vibration est inférieure à celle de la source S.



Fig. 13 : Rides circulaires à la surface de l'eau pour $N_e = N$

Etude théorique

Le mouvement vibratoire de la pointe de la fourche, imposé au point S de la surface libre de l'eau donne naissance à une onde circulaire qui se propage à partir de S dans toutes les directions de la surface de l'eau, sous forme de rides superficielles, circulaires et transversales.

Ainsi, tous les points de la surface d'eau situés à la même distance r du point S et qui constituent un cercle de centre S et de rayon r , ont à tout instant le même état de mouvement. Ils vibrent toujours en phase et avec la même amplitude. Suivant une direction passant par le centre S, les cercles concentriques, lieux des points vibrant en phase, sont équidistants de la longueur d'onde λ (Fig.14).

En éclairage stroboscopique et pour une fréquence $N_e = N$, on observe l'immobilité apparente des rides. Ces rides circulaires sont régulièrement espacées de λ .

Remarque

- L'amplitude des ondes qui progressent à la surface de l'eau décroît en s'éloignant de la source même si l'amortissement est supposé nul. Cette décroissance est due au fait que l'énergie mécanique cédée à l'onde par la source de vibrations se répartit de proche en proche sur une quantité de liquide de plus en plus grande quand elle progresse à la surface de l'eau. C'est le phénomène de dilution d'énergie.

- Si au lieu de la pointe, on utilise une réglette verticale dont le bord inférieur affleure au repos la surface libre de la nappe d'eau de la cuve à ondes, il se formera des rides rectilignes parallèles à la réglette. Ces rides se propagent perpendiculairement à la réglette. La distance séparant deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ (Fig.15).

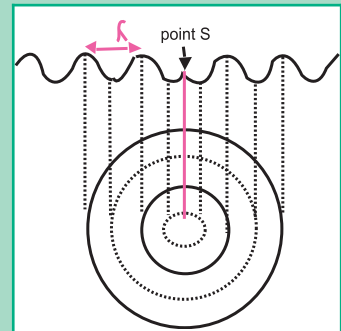


Fig. 14 : Onde circulaire qui se propage à partir de S

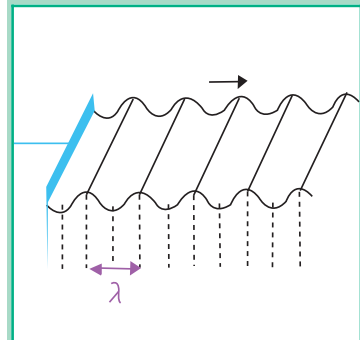


Fig. 15 : Propagation de rides rectilignes

2.5- LE SON, EXEMPLE D'ONDE PROGRESSIVE A TROIS DIMENSIONS

Manipulation

A proximité d'un haut-parleur alimenté par un GBF, on place un microphone (M) très sensible. On relie les bornes du haut-parleur et du microphone respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe (Fig.16a). En utilisant la voie Y_1 seule, on obtient l'oscillogramme (C_1) traduisant les vibrations sinusoïdales de la membrane du haut-parleur avec la fréquence N imposée par le GBF. En utilisant simultanément les voies Y_1 et Y_2 , on observe sur l'écran de l'oscilloscope, en plus de la première sinusoïde (C_1), une deuxième sinusoïde (C_2) de même fréquence N traduisant les vibrations de la membrane du microphone (Fig.16b). Ces vibrations résultent forcément du son émis par le haut-parleur. En approchant ou en éloignant le microphone par rapport au haut-parleur, suivant une direction bien déterminée, on observe toujours la sinusoïde (C_2) de fréquence N , mais

avec une amplitude qui augmente ou qui diminue et dont le décalage horaire par rapport à (C_1) passe régulièrement plusieurs fois de 0 à $\frac{T}{2}$. En déplaçant maintenant le microphone autour du haut-parleur dans toutes les directions tout en le maintenant à la même distance r de ce dernier, on constate que la sinusoïde (C_2) reste identique à elle-même et stable par rapport à la sinusoïde (C_1) .

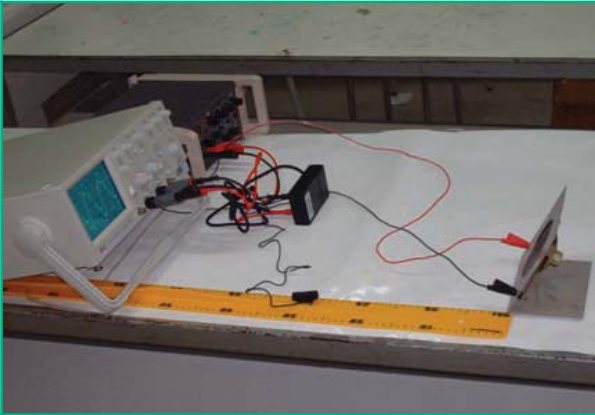


Fig.16a : Le son est exemple d'onde mécanique.

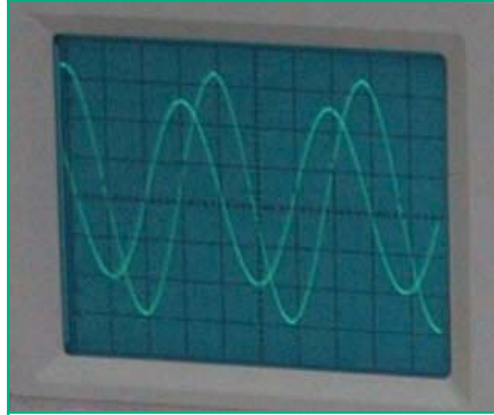


Fig.16 b : Oscillogrammes (C_1) et (C_2)

Questions

- 1°) Quelle est la constatation qui montre que le son est une onde tridimensionnelle ?
 - 2°) L'onde sonore est-elle transversale ou longitudinale ?
 - 3°) Expliquer les augmentations et les diminutions de l'amplitude de la sinusoïde C_2 , relevées lors du déplacement du microphone par rapport au haut-parleur.
 - 4°) Quelle est la longueur de déplacement du microphone par rapport au haut-parleur au bout de laquelle le décalage horaire entre les sinusoïdes (C_2) et (C_1) varie de $\frac{T}{2}$?
- Justifier la réponse.

Conclusion

Le son est de nature vibratoire. C'est une onde mécanique, appelée onde sonore et plus particulièrement acoustique lorsqu'elle est susceptible d'être perçue par l'oreille de l'homme. L'onde sonore émise par une source ponctuelle (approximation du haut-parleur) est une onde progressive sphérique mais qui s'atténue en s'éloignant de la source à cause de la dilution de l'énergie.

L'essentiel

- On appelle onde, le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.
- Une onde est dite transversale si la direction des déformations auxquelles elle est due est perpendiculaire à la direction de sa propagation.
- Une onde est dite longitudinale si la direction des déformations auxquelles elle est due est parallèle à la direction de sa propagation.
- La propagation d'une onde correspond à un transport d'énergie sans déplacement de matière.
- La célérité (ou vitesse de propagation) d'une onde dépend de la nature du milieu de propagation et de ses propriétés.
- Toute onde se propageant dans un milieu ouvert est progressive. Elle est caractérisée par une double périodicité spatiale et temporelle.
- La période temporelle T de l'onde est liée à la période spatiale λ par la relation :

$$\lambda = v \cdot T$$
 avec v la célérité de l'onde.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

A l'extrémité libre O d'une lame vibrant sinusoidalement avec une fréquence $N = 100$ Hz, on attache une corde élastique de longueur $l = 0,6$ m. Etant tendue, celle-ci est le siège d'une onde progressive sinusoidale transversale non amortie d'amplitude $a = 5$ mm, de phase initiale nulle et de célérité $v = 12$ m.s⁻¹.

1°) Etablir l'équation horaire de mouvement du point M de la corde situé au repos à $x = 21$ cm de la source et comparer ses vibrations avec celles de la source.

2°) Représenter dans le même système d'axes, les diagrammes des mouvements de la source et du point M.

3°) Déterminer le lieu et le nombre des points de la corde vibrant en quadrature avance de phase par rapport à la source.

4°) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 3,25 \cdot 10^{-2}$ s et en déduire celui pris à l'instant $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2}$ s.

SOLUTION

1°) L'onde se propage sans amortissement. Donc, à tout instant t , on a :

$$y_M(t) = y_0(t - \theta) ; \theta = \frac{x}{v} : \text{temps mis par l'onde pour se propager de O à M.}$$

$$\text{Or : } y_0(t) = a \sin(\omega t). \text{ Il vient donc : } y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) ; \varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{v}{N} ; \text{A.N : } \lambda = 12 \text{ cm, ce qui donne } \varphi = -\frac{7\pi}{2} = \left(-4\pi + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad.}$$

$$y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin\left(200 \pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Donc, le point M vibre avec la même amplitude que la source mais en quadrature avance de phase par rapport à cette dernière.

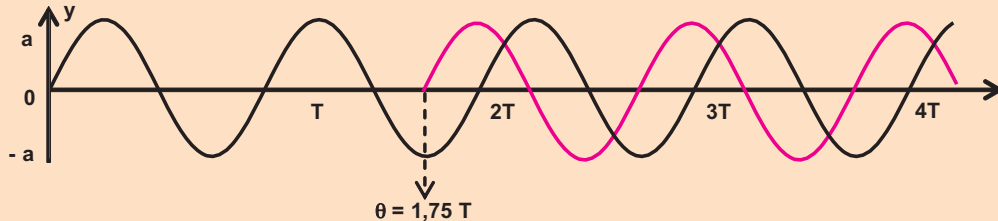
2°) Diagrammes des mouvements de S et de M

Si le mouvement de la source débute à $t = 0$, le point M ne commencera à vibrer qu'à $t_1 = \theta$, temps mis par le front de l'onde pour se propager de la source jusqu'au point M.

$$\theta = \frac{x}{v}. \text{ Or, } x = \frac{7}{4}\lambda ; \text{ Donc } \theta = \frac{7}{4}T = 1,75 T$$

Pour tout $t < \frac{7}{4}T$, $y_M(t) = 0$ et pour tout $t > \frac{7}{4}T$, $y_M(t) = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

En effet, le diagramme de mouvement du point M s'obtient par une translation de celui de la source d'une longueur représentant θ suivant l'axe des temps.



3°) Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase par rapport à la source si :

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda} = -(4k - 1)\frac{\pi}{2} \text{ rad, ce qui conduit à } x = (4k - 1)\frac{\lambda}{4}.$$

Or, $x \leq l$. D'où : $k \leq \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{4}$.

$\frac{l}{\lambda} = 5$. Donc, $k \leq 5,25$. Or, $k \in \mathbb{N}^*$. On a alors : $k \leq 5$; $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

k	1	2	3	4	5
x (cm)	9	21	33	45	57

On remarque que le point M situé à $x = 21$ cm est bien l'un de ces cinq points.

4°) Distance parcourue par l'onde entre sa naissance (à $t_0 = 0$) et l'instant t_1 .

$$x_1 = v t_1 ; \text{ soit } : x_1 = \lambda \frac{t_1}{T}. \text{ Or, } \frac{t_1}{T} = 3,25.$$

Donc, $x_1 = 3,25 \lambda$. On constate que x_1 est inférieur à l .

En effet, $l = 5\lambda$. Donc, l'onde n'a pas encore atteint l'extrémité fixe de la corde

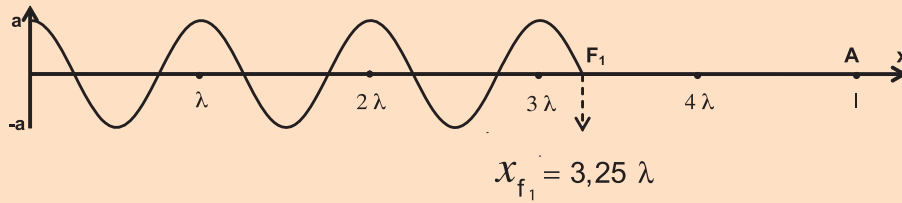
Ainsi, x_1 représente la position x_{f_1} du front d'onde .

∞ Pour $x > x_{f_1}$, $y_{t_1}(x) = 0$: le brin F_1A de la corde est encore au repos.

∞ Pour $x < x_{f_1}$, $y_{t_1}(x) = a \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x}{\lambda})$, $\omega t_1 = \frac{2\pi}{T} t_1$. Or, $\frac{t_1}{T} = 3,25$

Donc, $\omega t_1 = 6,5 \pi$ rad. Par suite, $y_{t_1}(x) = a \cos(\frac{2\pi x}{\lambda})$,

d'où l'aspect suivant de la corde à l'instant t_1 ,



Remarques :

- ♦ On retrouve bien pour le point M de la question (1) situé à $x = 1,75 \lambda$, une élongation y nulle à $t_1 = 3,25 T$.
- ♦ Il y a une autre méthode pratique permettant de dessiner rapidement la partie de la corde parcourue par l'onde sans recourir à l'expression $y_1(x)$.
En effet, il suffit d'extrapoler la sinusoïde de période λ jusqu'au point source, et ce en partant de la position du front d'onde.
- ♦ Aspect de la corde à l'instant $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ s}$:

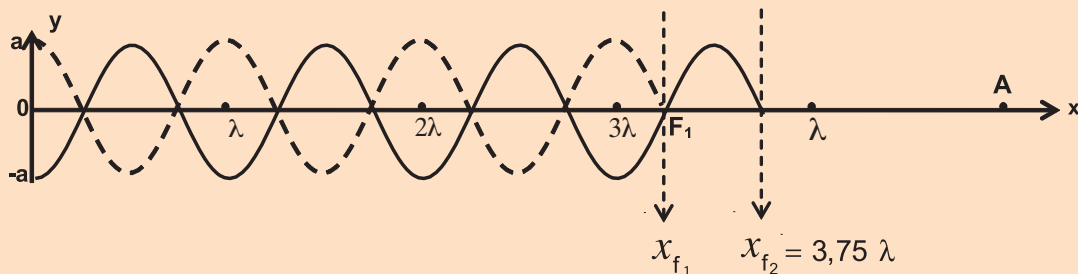
$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{1}{2}, \text{ ce qui signifie : } (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} T.$$

Donc, entre t_1 et t_2 l'onde progresse de la distance $\frac{\lambda}{2}$.

Ainsi, à t_2 , le front d'onde se trouve à $x_{f_2} = x_{f_1} + \frac{\lambda}{2}$.

Or, $x_{f_1} = 3,25 \lambda$. Donc, $x_{f_2} = 3,75 \lambda$.

D'où l'aspect de la corde à t_2 , représenté ci-dessous :





Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une onde mécanique se propage dans le vide.
- 2- Lors de sa propagation, un ébranlement mécanique transporte de l'énergie.
- 3- La célérité d'un ébranlement mécanique ne dépend pas du milieu de propagation.
- 4- Une onde sonore peut se propager dans le vide.
- 5- La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période T .
- 6- La propagation d'une onde correspond à un déplacement de matière.
- 7- Dans un milieu homogène, la célérité d'une onde est constante.
- 8- L'onde qui se propage à la surface d'un liquide est une onde transversale.
- 9- L'onde sonore est une onde longitudinale.
- 10- Le déplacement d'un mobile correspond à un déplacement de matière alors que la propagation d'une onde correspond à un déplacement d'énergie.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la(ou les) proposition(s) juste(s).

- I- A tout phénomène ondulatoire, est associé :
 - a- un déplacement de matière ;
 - b- un déplacement d'énergie ;
 - c- un déplacement de matière et d'énergie.

- II- Un enfant lance un caillou dans une étendue d'eau calme. L'impact du caillou dans l'eau provoque une déformation de sa surface. Cette déformation se propage à la surface de l'étendue.

La vitesse avec laquelle se propage l'ébranlement à la surface de l'eau dépend de :

 - a- l'énergie initiale du caillou ;
 - b- la taille du caillou ;
 - c- la profondeur de l'étendue d'eau.

- III- Une longue corde OA tendue est reliée en O à une lame vibrante de fréquence $N = 100\text{Hz}$. En A, un dispositif permet d'éviter les réflexions. On éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence $N_e = 49\text{ Hz}$. On observe alors la corde prendre l'aspect d'une sinusoïde :
 - a- fixe ;
 - b- qui se déplace lentement de O vers A ;
 - c- qui se déplace lentement de A vers O.

- IV- Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50\text{Hz}$ se propage à la surface d'un liquide au repos avec la célérité $v = 0,25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La distance qui sépare deux points du liquide qui vibrent en phase est alors égale à :
 - a- 5 mm ;
 - b- 10 mm ;
 - c- 15 mm.

Exercices d'application

3 Une lame vibrante impose à l'extrémité S d'une corde horizontale un mouvement transversal rectiligne et sinusoïdal d'équation : $y = a \sin(100\pi t)$, avec t en secondes. La célérité des ébranlements le long de la corde est $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

On supposera l'amortissement nul.

1°) Déterminer la fréquence N de vibration de l'extrémité S et la longueur d'onde λ de l'onde progressant le long de la corde.

2°) a) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 0,02 \text{ s}$ et $t_2 = 0,05 \text{ s}$ sachant que le mouvement de l'extrémité S de cette corde commence à $t = 0$ en se déplaçant dans le sens positif.

b) Quel est, par rapport à la source, l'état vibratoire de chacun des points M_1 et M_2 distants de S respectivement de $d_1 = 10 \text{ cm}$ et de $d_2 = 40 \text{ cm}$?

3°) On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence N_e variable. Quel est l'aspect observé de la corde lorsque N_e vaut 25 Hz , 49 Hz et 51 Hz ? Justifier les réponses.

4 L'extrémité S d'une longue corde est fixée à l'extrémité d'une lame vibrante qui oscille sinusoïdalement avec une fréquence $N = 50 \text{ Hz}$ et une amplitude $a = 0,5 \text{ cm}$. A l'instant zéro, la lame est dans sa position d'équilibre et commence son mouvement vers le haut.

1°) Quelle est l'équation du mouvement de S ? (on oriente positivement la verticale vers le haut).

2°) L'onde se propage avec la célérité $v = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; l'extrémité de la corde est telle que l'onde ne peut pas se réfléchir.

a) Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance d de S.

b) Ecrire cette équation dans le cas où $d = 3 \text{ cm}$. Comparer le mouvement de M à celui de S.

3°) Tracer les courbes représentatives de $y_S(t)$ et $y_M(t)$ en fonction du temps.

4°) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 0,03 \text{ s}$ et $t_2 = 0,035 \text{ s}$.

5 Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$ et d'amplitude $a = 5 \text{ mm}$. On fixe à l'extrémité de la lame une corde très longue.

1°) A l'instant $t = 0$, la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. A l'instant $t = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, le point M de la corde d'abscisse $x = 32,5 \text{ cm}$ entre à son tour en vibration.

a) Calculer la vitesse de propagation des ondes le long de la corde.

b) Calculer la longueur d'onde λ .

2°) On étudie maintenant le mouvement de M en fonction du temps (on suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité de la corde).

a) Etablir l'équation horaire de son mouvement.

b) Tracer le graphe représentant le mouvement de M en fonction du temps entre les instants $t_1 = 0 \text{ s}$ et $t_2 = 0,1 \text{ s}$.

c) Etablir l'expression des instants t pour lesquelles l'élongation de M est maximale. On prendra, pour origine des temps, l'instant où commence le mouvement de la source). Calculer l'instant t_0 pour lequel cette valeur est atteinte pour la première fois.

6 Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$, créée par une source S à partir d'un instant $t_0 = 0$ se propage à la surface de l'eau. La figure ci-dessous représente, à un instant t_1 , une coupe de cette surface par un plan vertical passant par S . A cet instant, l'élongation du point S est nulle.



La distance AB est égale à $3,0 \text{ cm}$, l'amplitude de l'onde est constante et égale à 4 mm .

- 1°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ .
- 2°) Calculer la célérité v de cette onde.
- 3°) Quelle est la valeur de t_1 ?
- 4°) Etablir l'équation horaire du mouvement de la source $y_s(t)$?
- 5°) A l'instant t_1 , combien y a-t-il de points vibrant en opposition de phase avec S ?
Faire un schéma en indiquant les positions et le sens du mouvement de ces points et celui du point S à l'instant t_1 .
- 6°) Représenter une coupe de la surface de l'eau à l'instant $t_2 = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Exercices de synthèse

7 En un point O de la surface de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle produit des oscillations sinusoïdales verticales d'amplitude a et de fréquence N . Des ondes entretenues de forme circulaire se propagent à la surface de l'eau avec la célérité v (Fig.1). Les bords de la cuve à ondes sont tels qu'ils absorbent les ondes progressives provenant de S . On néglige tout amortissement des ondes.

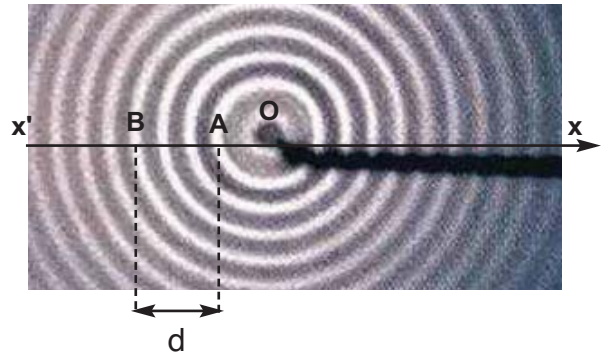


Fig.1

1°) a) Indiquer sommairement comment faut-il procéder pour observer des rides circulaires apparemment immobiles.

b) La distance entre les deux points A et B appartenant chacun à une crête circulaire est : $d = 24 \text{ mm}$. En déduire la valeur de la longueur d'onde λ .

2°) La sinusoïde traduisant l'élongation verticale $y_M(t)$ d'un point M de la surface de l'eau, situé à la distance d' du point O , est donnée par la figure 2.

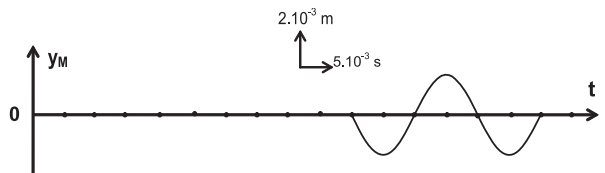


Fig.2

a) Etablir l'expression de $y_M(t)$.

b) Calculer la célérité v .

c) Déduire de la figure 2 la sinusoïde traduisant l'évolution de l'élongation verticale $y_O(t)$ du point O ; puis s'y appuyer pour établir l'expression de $y_O(t)$.

3°) Représenter une coupe transversale de la surface de l'eau suivant l'axe $x'x$ à l'instant $t_0 = 0,045 \text{ s}$.

4°) Quels sont les points qui vibrent en phase avec la source S à l'instant t_0 ?

8 A l'extrémité S d'une lame vibrante, on attache une corde horizontale qui passe sur la gorge d'une poulie et au bout de laquelle on suspend un solide. Du côté de la poulie, on met un dispositif qui absorbe l'énergie de l'onde. Le repère d'étude (Oxy) a une origine O confondue avec la position de S au repos (Fig.1).

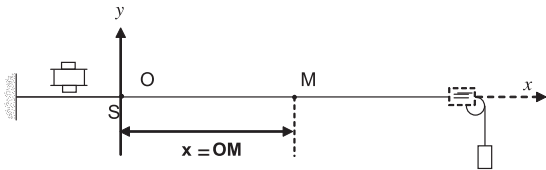


Fig.1

1°) L'extrémité S est une source d'onde d'équation horaire $y_S(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ d'amplitude $a = 3 \text{ mm}$. Le mouvement de la source S a démarré à $t_0 = 0 \text{ s}$; avant l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$ la corde était entièrement au repos.

a) Préciser et interpréter ce que l'on observe avec un éclairage continu.

b) Qu'observe-t-on si on éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence N_e légèrement inférieure à la fréquence N du vibreur ?

2°) La figure 2 représente l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 0,025 \text{ s}$ où le front d'onde atteint le point A d'abscisse $x = OA = 0,75 \text{ m}$.

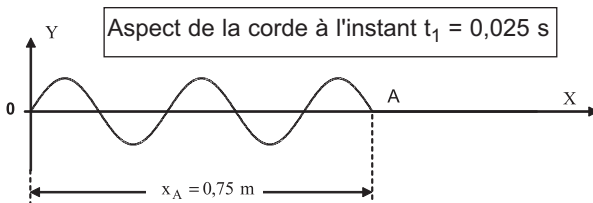


Fig.2

a) Calculer la longueur d'onde λ , la célérité v de l'onde et sa fréquence N .

b) Quelle est l'équation horaire du mouvement de la source ?

c) Déterminer l'élongation $y_A(t)$ du mouvement du point A considéré.

d) Représenter l'allure du graphe de $y_A(t)$.

9 I- Une corde élastique de longueur infinie, tendue horizontalement est attachée par son extrémité S au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant $t = 0$ des vibrations sinusoïdales transversales. On suppose qu'il n'y a aucun amortissement.

L'une des courbes de la figure ci-après représente le diagramme du mouvement d'un point A de la corde situé à une distance x_A de l'extrémité source. L'autre représente l'aspect de la corde à un instant t_1 .

1°) Identifier les courbes (I) et (II) en justifiant la réponse. En déduire les périodes temporelle et spatiale de l'onde ainsi que l'amplitude a des ébranlements.

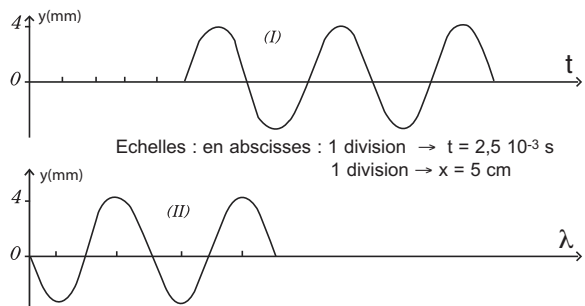
2°) Déterminer la célérité de l'ébranlement, la distance x_A et l'instant t_1 .

3°) Ecrire l'équation horaire des vibrations de la source S et celle du point A de la corde.

4°) a) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_2 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

b) Placer sur le graphique précédent, les points ayant l'élongation $(-\frac{a}{2})$ et se déplaçant dans le sens négatif.

c) Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature retard de phase par rapport à la source.



II- La lame vibrante porte une pointe S animée d'un mouvement vertical avec lequel elle impose à un point O de la surface de l'eau une élongation $y_O(t) = 10^{-3} \sin(628 t)$ (y en m et t en s).

1°) Établir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau, tel que $OM = x$ au repos.

2°) Calculer la célérité de l'onde sachant que la plus petite distance entre 2 points qui vibrent en quadrature de phase est $d = 1$ mm.

3°) Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau suivant un plan vertical passant par O aux instants $t_2 = 0,035$ s et $t_3 = 0,040$ s.

4°) Pour observer l'immobilité apparente de la surface d'eau, on utilise un stroboscope. Quelle doit être pour ce, la fréquence des éclairs ? Calculer la plus grande fréquence possible. S'il y avait un éclair de moins par seconde, les ondes se déplaceraient se propager lentement, préciser le sens de propagation apparent.

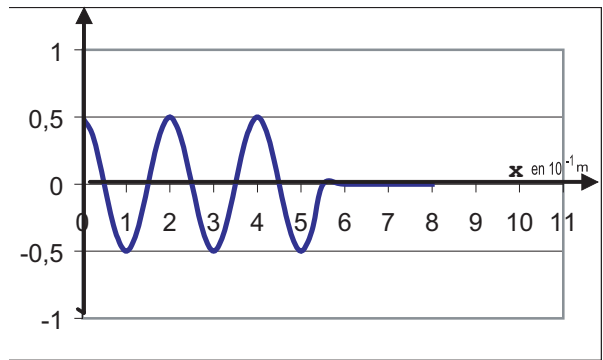


Fig.2

Déduire de ces données :

- a) la fréquence N et la longueur d'onde λ ;
- b) la célérité v de l'onde ;
- c) l'abscisse x_1 et l'instant t_0 .

2°) Que peut-on dire des mouvements de S et de M_1 ?

3°) Déterminer l'expression des instants t au niveau desquels le point M_1 passe par l'élongation $2,5 \cdot 10^{-3}$ m dans le sens positif des élongations durant l'intervalle de temps compris entre les instants 0 et 0,14 s.

4°) Déterminer les abscisses des points se trouvant à l'élongation $2,5 \cdot 10^{-3}$ m et se déplaceront dans le sens négatif des élongations à l'instant t_0 .

10 Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence N et d'amplitude a . On fixe à la lame une corde de longueur $L = 2$ m par son extrémité S. A l'autre extrémité de la corde, on exerce une force de tension et on place du coton.

1°) A l'instant $t = 0$ s, la lame part de sa position d'équilibre. On donne la courbe d'évolution de l'élongation au cours du temps d'un point M_1 se trouvant au repos à une abscisse x_1 de S (Fig.1) et l'aspect de la corde à un instant t_0 (Fig.2).

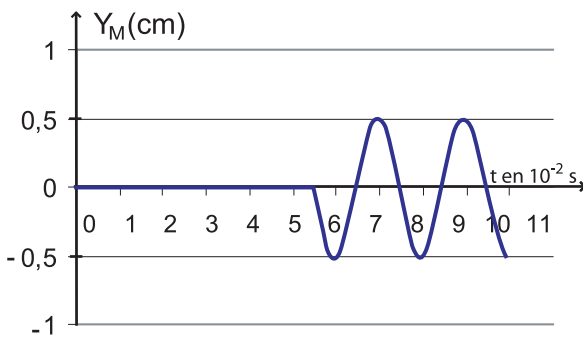


Fig.1

11 Deux petits microphones M_1 et M_2 séparés d'une distance d sont disposés sur l'axe de symétrie d'un haut-parleur produisant une onde sonore sinusoïdale de fréquence N réglable. Ils sont reliés respectivement aux voies 1 et 2 d'un oscilloscope, de même sensibilité verticale.

On fixe $d = 34$ cm et $N = 2000$ Hz ; la célérité des ondes sonores dans l'air est $v = 340$ ms⁻¹.

1°) a) Quelle base de temps doit-on choisir pour observer sur voie 1 de l'oscilloscope, deux périodes de tension captée aux bornes du microphone M_1 sachant que l'écran comporte horizontalement 10 divisions et verticalement 8 divisions.

b) Pourquoi l'amplitude de la tension observée sur la voie 2 est-elle plus faible que celle observée sur la voie 1 ?

c) Représenter l'oscillogramme des deux tensions observées.

2°) a) On modifie la fréquence N et la distance d . Pour $N = 1$ kHz, on a $d = 17$ cm. Représenter le nouvel oscillogramme obtenu.

b) Le microphone M_2 est ensuite éloigné de M_1 et la base de temps est réglée pour un oscillogramme analogue à l'oscillogramme de la question 1.

Quelles sont alors les valeurs de d et de la nouvelle sensibilité de la base de temps ?

12 Mesure de la célérité d'une onde sonore.

Le son émis par le haut-parleur est capté par deux microphones M_1 et M_2 branchés sur les voies Y_A et Y_B de l'oscilloscope (Fig.1).

1°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total en largeur et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,4 ms par division. Lorsque les deux abscisses des microphones sont égales, les courbes observées sur l'oscilloscope sont en phase. On déplace lentement le microphone M_2 et on relève son abscisse x_2 à chaque fois que les courbes sur l'oscilloscope sont à nouveau en phase.

N°	1	2	3	4	5
x_2 (cm)	68,0	136,0	204,0	272,0	340,0

2°) Quelle valeur de la longueur d'onde peut-on déduire de ces mesures ?

3°) Quelle est alors la célérité du son dans l'air ?

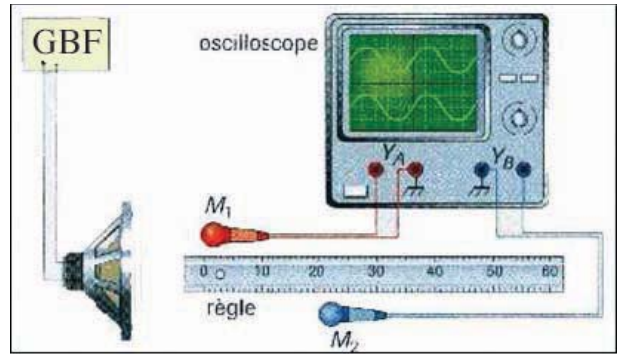


Fig.1

13 Le son émis par le haut-parleur est capté par le microphone M . On réalise les branchements conformément à la figure ci-dessous.

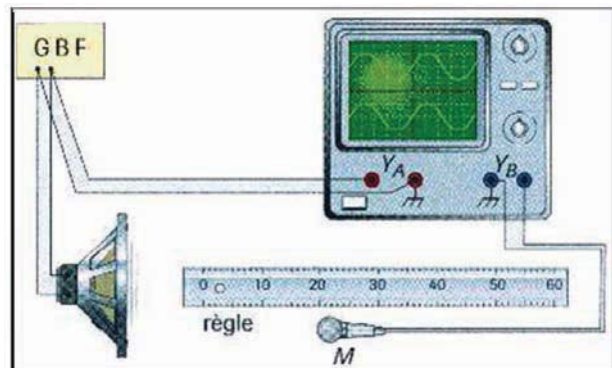
1°) Quelles sont les deux tensions visualisées sur l'oscilloscope ?

2°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total, et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,2 ms par division.

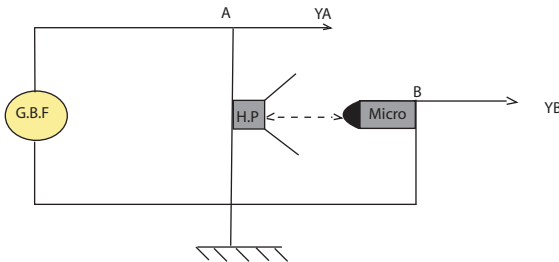
3°) On note les deux positions du micro qui permettent d'obtenir deux sinusoïdes en phase : $x_1 = 4,5$ cm et $x_2 = 38,5$ cm.

Quelle est la valeur de la longueur d'onde λ de l'onde sonore dans ces conditions ?

4°) En déduire la célérité v des ondes sonores dans l'air.



14 Un haut-parleur est mis en vibration à l'aide d'un G.B.F réglé sur la fréquence $N = 1,47 \text{ kHz}$. Un microphone placé à une distance d du haut-parleur est relié à la voie B de l'oscilloscope, la voie A étant reliée au G.B.F comme le montre la figure 1.



On observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes de la figure 2.

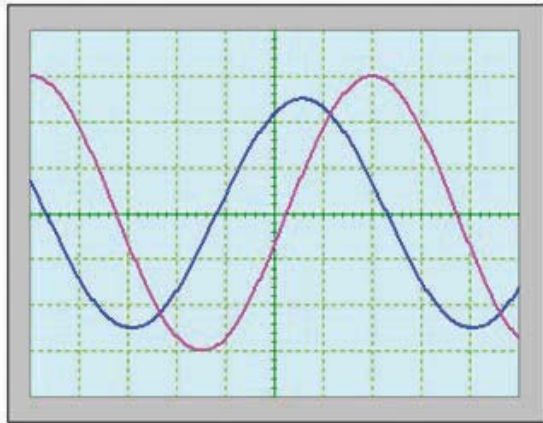


Fig.2

1°) Déterminer :

- a) la durée de balayage de l'oscilloscope ;
- b) le décalage horaire θ (en s) entre les deux courbes. Exprimer le temps mis par l'onde sonore pour atteindre le microphone en fonction de θ et de N .

2°) Les deux voies ont la même sensibilité : $k = 100 \text{ mV / div}$. Calculer les amplitudes des deux ondes. Pourquoi sont-elles différentes ?

3°) On augmente progressivement la distance entre le microphone et le haut-parleur. Pour deux positions successives repérées par d_1 et d_2 telles que $(d_2 - d_1 = 23,0 \text{ cm})$, on obtient deux courbes en phase. En déduire la longueur d'onde λ et la célérité v du son.

4°) Sachant que d est comprise entre 40 et 60 cm, donner sa valeur.

5°) Si on change la fréquence du GBF, la célérité v du son change-t-elle ? Pourquoi ?

15 Etude de texte

Quand la Terre tremble...

Quand la Terre tremble, les vibrations se propagent dans toutes les directions à partir du foyer du tremblement de terre situé dans les profondeurs de la couche terrestre. Les vibrations sont initialement de deux types : celles qui compriment et détendent alternativement les roches à la manière d'un accordéon et celles plus destructrices qui les cisailent. Les premières, les plus rapides (appelées ondes P), voyagent dans la croûte à une vitesse de 6 km.s^{-1} environ, mais peuvent être ralenties dans les roches peu consolidées. Les secondes (appelées ondes S) sont, à cause des propriétés élastiques des roches, systématiquement deux fois plus lentes mais environ cinq fois plus fortes que les premières. Ainsi, lors d'un séisme lointain, ayant ressenti l'onde P, on peut anticiper l'arrivée des ondes S.

Les ondes P vibrent dans leur direction de propagation, elles soulèvent ou affaissent le sol, tandis que les ondes S vibrent perpendiculairement et nous secouent horizontalement.

Heureusement, lors de leur voyage à travers les sous sol, les ondes perdent de leur énergie. En s'éloignant du foyer, elles s'amortissent et leurs effets s'atténuent. Voilà pourquoi les séismes superficiels, trop proches pour être affaiblis, sont les plus destructeurs.

D'après la revue «La Recherche»

Questions

1°) Relever du texte deux passages qui montrent que l'auteur confond entre vibrations et ondes.

2°) Pour chacune des ondes sismiques S et P, relever du texte une phrase qui montre si elle est transversale ou bien longitudinale.

3°) Expliquer pourquoi lors d'un séisme, les ondes S nous secouent horizontalement.

D'après un sujet de baccalauréat (session principale de juin 2009)

Fiche technique N°1

METHODE D'ANALYSE OPTIQUE D'UN PHENOMENE PERIODIQUE

Dans le paragraphe 2.2, on s'intéresse à l'étude expérimentale du mouvement d'un point de la corde. Pour cela, on utilise une méthode pratique connue sous le nom de méthode d'analyse optique.

Une corde élastique souple sans raideur est tendue horizontalement entre un vibreur et un support fixe. En mettant le vibreur en marche, il est difficile d'observer une forme nette de la corde.

On place parallèlement à la corde et au niveau d'un point M, appartenant à la corde, un diaphragme unifente F sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle.

Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur un miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran (E) la forme d'une sinusoïde. (Figure 1).

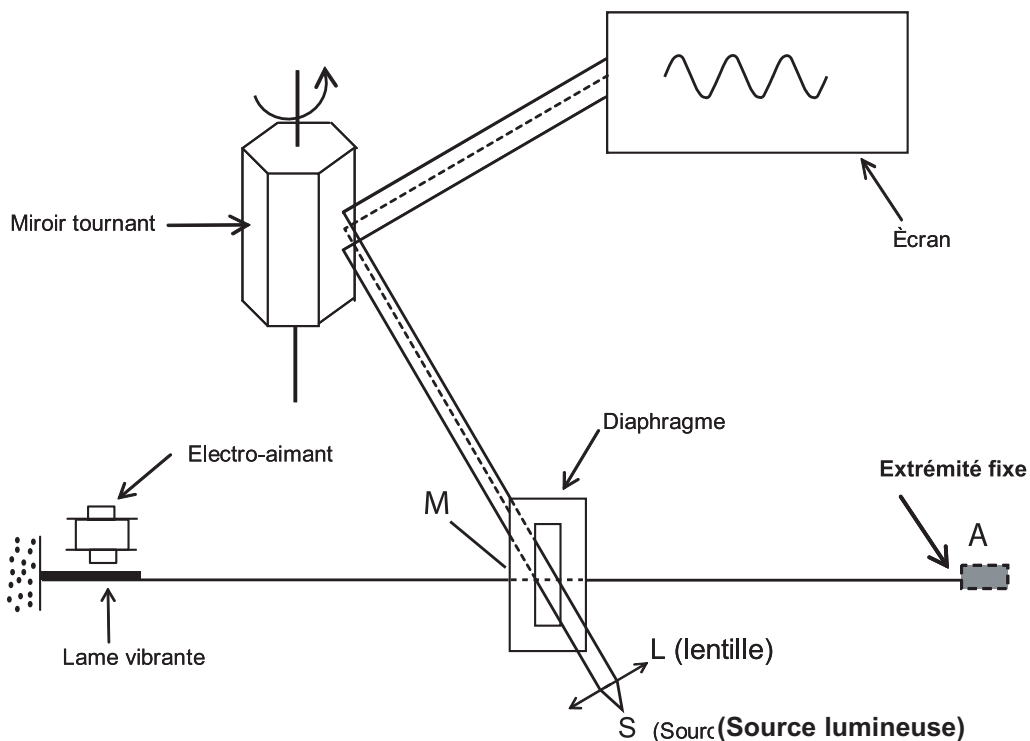


Fig.1: Analyse optique du mouvement d'un point M d'une corde élastique

Fiche technique N°2

LA STROBOSCOPIE

Principe de la stroboscopie

La stroboscopie est une technique d'éclairage qui permet de visualiser les phénomènes périodiques trop rapides pour être détectés par l'œil. Le stroboscope électronique (Fig.1) est une source de lumière qui émet des éclairs à des intervalles de temps T_e réguliers et à la fréquence N_e .

Pour observer un mouvement périodique de période T , on éclaire le dispositif produisant ce mouvement périodique par une lumière stroboscopique de période T_e . On substitue ainsi au mouvement réel un mouvement apparent dont les caractéristiques dépendent des valeurs de T et de T_e .



Fig.1 : Stroboscope électronique

La persistance rétinienne : L'œil n'est capable de séparer deux images successives que si l'intervalle de temps qui les sépare est supérieur à 0,1 s, c'est-à-dire si la fréquence du phénomène observé est inférieure à 10 Hz. Donc, l'utilisation du stroboscope n'a d'intérêt que si le phénomène périodique à étudier est d'une fréquence supérieure à 10 Hz.

Considérons un disque blanc sur lequel est fixée une pastille noire. Un moteur impose au disque un mouvement de rotation uniforme de fréquence N égale à 20 tr.s^{-1} par exemple. L'observation à l'œil nu de la pastille noire n'est pas possible car la fréquence $N = 20 \text{ Hz}$ du mouvement est supérieure à la fréquence de la persistance rétinienne (10 Hz). Si on éclaire le disque par un stroboscope émettant 20 éclairs par seconde ($N_e = 20 \text{ Hz}$), on observe l'immobilité apparente de la pastille noire (Fig.2)

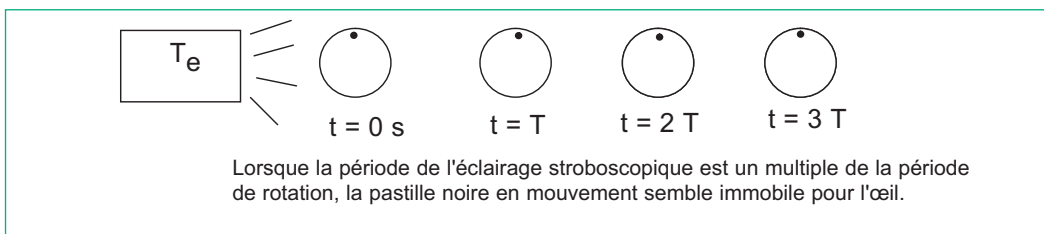


Fig.2

D'une façon générale :

- Il y a **immobilité apparente** chaque fois que : $T_e = k T$ (avec k un entier naturel)
- Il y a **un mouvement ralenti apparent** :
 - dans le sens réel du mouvement si T_e est très légèrement supérieure à T (ou kT)
 - dans le sens contraire du mouvement réel si T_e est très légèrement inférieure à T (ou kT)

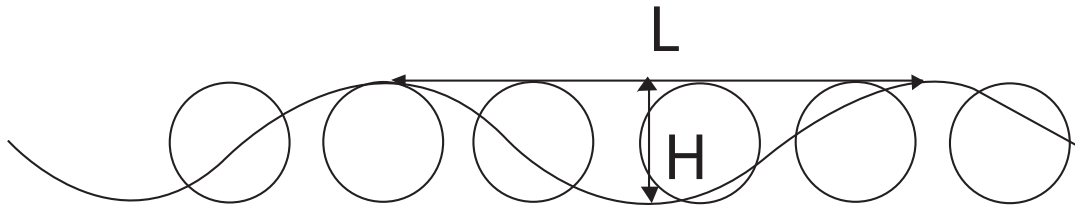
En savoir plus

L'énergie et la houle

Lorsque le vent souffle sur l'océan, il crée des vagues. Si le phénomène dure assez longtemps, il se forme une succession de vagues régulières : la houle. Si elle ne rencontre pas d'obstacles, cette houle peut se propager sur de longues distances.

La houle est caractérisée par sa « hauteur » de vague H exprimée en mètre, par sa période T exprimée en seconde et par sa longueur d'onde λ .

Une houle courte de période 3 secondes et de hauteur 0,6 mètres a une puissance de 1 kW. La puissance d'une houle longue avec $H = 7,5$ m et $T = 11$ s est à peu près 600 fois plus élevée que celle de cette houle courte.



Beaucoup de procédés ont été proposés pour capter, concentrer et transformer cette énergie naturelle en énergie utile. On appelle parfois leurs réalisations des «Houlomotrices». On retiendra deux idées essentielles à l'appréciation qualitative de cette énergie : c'est une forme dégradée de l'énergie éolienne, et donc a priori moins dense ; mais, elle peut se propager sur de très longues distances sans trop de perte.

Une étude réalisée à la fin des années 1970 sur le potentiel de cette ressource en France montrait qu'elle pourrait atteindre en moyenne 30 kW/m dans les endroits les plus exposés et plus généralement 10 à 20 kW/m ailleurs. Le rapport d'étude indiquait aussi que c'était plutôt dans certains territoires d'autres pays exposés à des houles régulières que l'on pourrait envisager le développement des «houlomotrices » et atteindre un seuil de rentabilité plus rapidement.

Un projet d'usine de transformation de l'énergie mécanique de la houle en électricité est en cours d'élaboration en Espagne et pourrait aboutir à l'installation de plusieurs centrales électriques.

La diversité des systèmes proposés indique qu'il n'existe pas encore de technologie gagnante (winning technology), ce qui implique qu'un effort significatif est encore nécessaire pour que ces technologies atteignent leur maturité.

Objectifs

- ◆ Justifier le caractère ondulatoire de la lumière à partir d'expériences de diffraction d'ondes mécaniques et d'ondes lumineuses.
- ◆ Préciser l'influence, sur le phénomène de diffraction, du quotient $\frac{\lambda}{a}$ (λ étant la longueur d'onde et a la largeur de la fente).
- ◆ Réaliser des expériences de réflexion, de réfraction et de dispersion d'ondes mécaniques.
- ◆ Montrer que la lumière blanche est constituée d'une infinité de radiations monochromatiques.
- ◆ Distinguer un milieu dispersif d'un milieu non dispersif.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir une onde mécanique rectiligne. ◆ Définir la réflexion et la réfraction de la lumière. ◆ Énoncer les lois de Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière. ◆ Définir le phénomène de dispersion de la lumière blanche. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître une onde mécanique rectiligne. ◆ Utiliser un stroboscope. ◆ Mesurer la longueur d'onde λ d'une onde plane progressive. ◆ Utiliser une source Laser. ◆ Appliquer les lois de Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière. ◆ Reconnaître le phénomène de dispersion de la lumière blanche.

NATURE ONDULATOIRE DE LA LUMIÈRE

8



Les rayons solaires donnent, à travers les branches d'arbres, une lumière diffusée dans toutes les directions.

- ◆ Qu'est-ce qui fait que le son puisse contourner les corps de dimensions habituelles ?
- ◆ Comment une chauve-souris peut-elle détecter un papillon nocturne dans l'obscurité totale ?
- ◆ Comment un papillon nocturne peut-il neutraliser le système de détection d'une chauve-souris ?

INTERACTIONS ONDE-MATIÈRE

On a vu que lorsque le milieu de propagation est ouvert, toute onde mécanique qui s'y propage est progressive. Dans ce chapitre, on se propose d'étudier le comportement d'une telle onde à la rencontre d'un obstacle ou au niveau d'une fente très petite (d'une largeur de quelques cm). On traitera aussi le cas d'un faisceau lumineux qui passe à travers une fente fine (d'une largeur de quelques dixièmes de mm).

1 LA DIFFRACTION

1.1- DIFFRACTION D'UNE ONDE MÉCANIQUE

Manipulation

On dispose d'une cuve à ondes remplie d'eau et d'une lame vibrante **L**, produisant une onde progressive plane à la surface de la nappe d'eau. Deux éléments plans en plexiglas, placés à une distance d de la lame **L**, forment une ouverture **F** de petite largeur a , comme le montre la figure 1.

En mettant le vibreur en marche, on observe, entre la lame vibrante et l'ouverture **F**, des rides rectilignes.

Au-delà de l'ouverture **F**, on observe pour :

- ✓ $a = 4 \text{ cm}$: des rides rectilignes présentant une légère déformation au voisinage des bords (Fig.2a).
- ✓ $a = 1,5 \text{ cm}$: des rides circulaires dans une zone triangulaire de sommet **I** milieu de la fente **F** (Fig.2b).
- ✓ $a = 0,5 \text{ cm}$: des rides quasiment circulaires de centre commun **I** (fig.2c).

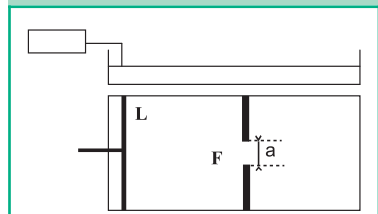


Fig.1 : Dispositif d'étude de la diffraction d'une onde mécanique

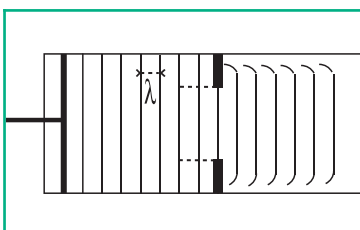


Fig.2a : Forme des rides pour $a > \lambda$.

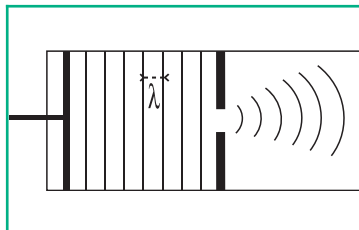


Fig.2b : Forme des rides pour $a \approx \lambda$.

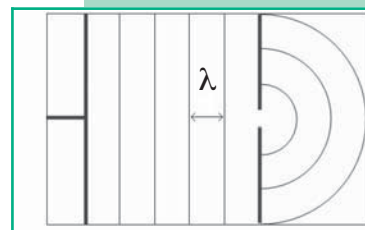


Fig.2c : Forme des rides pour $a < \lambda$.

Questions

- 1°) Quelle est la nature de l'onde incidente sur l'ouverture **F** ?
- 2°) Quelle est l'observation qui montre qu'il émerge de l'ouverture **F** une onde différente de l'onde incidente ? Préciser cette différence.
- 3°) Par comparaison des distances entre deux rides consécutives rectilignes et deux rides consécutives circulaires, comparer les longueurs d'onde, λ de l'onde incidente et λ' de l'onde émergente.
- 4°) Comparer dans chacun des cas, la longueur d'onde λ à la largeur a de l'ouverture **F**.

Interprétation

A son passage à travers la fente F, l'onde rectiligne de longueur d'onde λ se transforme en une onde circulaire de même longueur d'onde. Cette transformation qui se produit lorsque la largeur a de la fente F a une valeur comparable à celle de la longueur d'onde λ de l'onde incidente, est le phénomène de diffraction.

L'onde qui en résulte est appelée onde diffractée.

Remarque

En remplaçant la fente F de largeur a d'une valeur comparable à celle de la longueur d'onde λ de l'onde incidente par un obstacle de même largeur a , on obtient le même phénomène de diffraction comme le montre la figure 3.

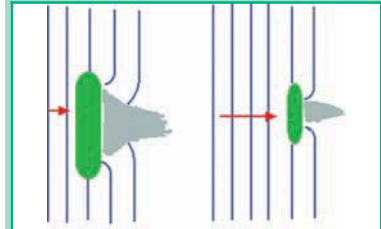


Fig. 3 : Diffraction d'une onde par un obstacle de largeur a

Conclusion

Au niveau d'une fente ou d'un obstacle de largeur a d'une valeur comparable à celle de sa longueur d'onde λ , l'onde mécanique subit le phénomène de diffraction.

La diffraction est la modification du trajet d'une onde et par suite de sa forme, au voisinage d'une fente ou d'un obstacle.

En subissant la diffraction, une onde initialement plane se propage après franchissement de la fente ou de l'obstacle, suivant plusieurs directions situées de part et d'autre de la direction d'incidence.

1.2- DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

Manipulation

On dispose d'une source laser (S) émettant une lumière rouge de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ et d'un écran E placé à une distance d de la source.

Sur l'écran E, on observe la tache lumineuse de la source (S) (fig.4a).

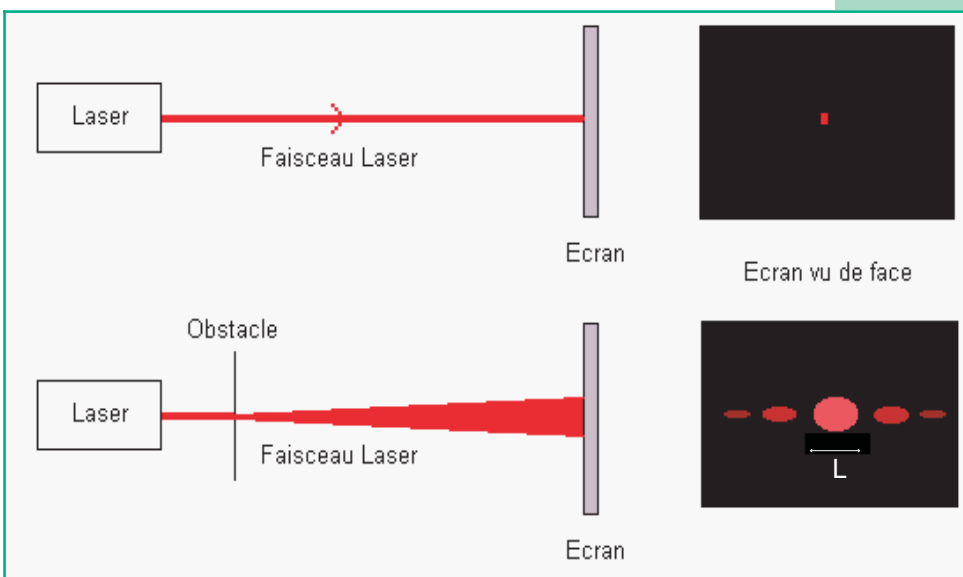


Fig.4a : Schéma du montage donnant la figure de diffraction d'un faisceau laser par une fente fine

Entre (S) et (E), on interpose un diaphragme muni d'une fente rectangulaire F de largeur a réglable.

✓ Pour une valeur $a = 0,6$ mm, on observe sur l'écran E une figure étalée horizontalement, constituée d'un ensemble de taches brillantes séparées par des zones sombres.

La tache centrale de largeur L est la plus brillante (Fig.4a)

✓ Pour la valeur $a = 0,3$ mm, on obtient une figure semblable à la précédente, mais avec une tache centrale brillante de largeur L' plus grande que L . Plus précisément, $L' = 2 L$ (fig.4b).

Remarques

1- En remplaçant la fente F de largeur a d'une valeur comparable à celle de la longueur d'onde λ de l'onde incidente par un obstacle de même largeur a , on obtient encore une diffraction.

2- En remplaçant la fente rectangulaire F par une fente circulaire, de diamètre convenable, on obtient sur l'écran, des taches circulaires concentriques, appelées anneaux de diffraction (Fig.4c).

Questions

1°) Comparer la largeur a de la fente (F) donnant sur (E) la figure étalée avec la valeur de λ .

2°) Les taches lumineuses formées sur l'écran E ont-elles la même largeur ?

3°) Comment se présentent les taches latérales par rapport à la tache centrale ?

4°) La forme de la fente a-t-elle un effet sur la nature des taches lumineuses qui se forment sur l'écran ?

5°) Le principe de propagation rectiligne de la lumière permet-il d'expliquer le phénomène observé ?

Interprétation

Les résultats de l'expérience réalisée mettent en défaut le principe de propagation rectiligne de la lumière. Le phénomène observé au cours de cette manipulation est semblable à celui d'une onde mécanique progressive rencontrant une fente ou un obstacle de largeur a convenable (paragraphe 1-1), c'est le phénomène de diffraction. Ainsi, une source laser éclairant une fente fine, donne sur un écran E, placé à une distance D de la fente, une figure étalée horizontalement appelée figure de diffraction. Elle est constituée d'une tache centrale lumineuse brillante, de largeur L , entourée de part et d'autre par des taches latérales brillantes. Ces taches brillantes sont séparées les unes des autres par des zones sombres. Ces taches sont appelées franges de diffraction.

La largeur L de la tache centrale, pour une lumière donnée, dépend de celle de la fente. Ainsi, en diminuant la valeur de a , la largeur L de la tache centrale augmente. Les figures de diffraction qui se forment sur un écran E dépendent de la forme de la fente. Elles présentent les mêmes symétries de la fente (rectangulaire ou circulaire).

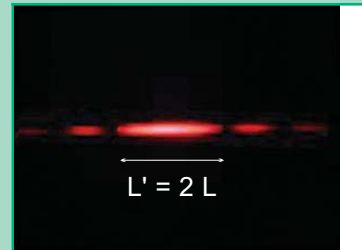


Fig.4b : Figure de diffraction de la lumière par une fente fine

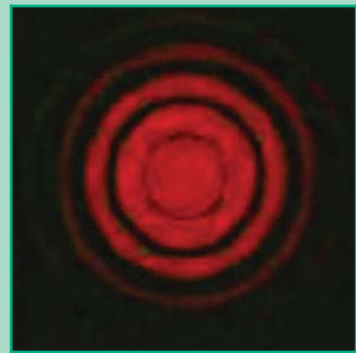


Fig.4c : Figure de diffraction par un trou

Conclusion

Au niveau d'une fente fine ou d'un obstacle de largeur a très petite (de quelques dixièmes de mm), un faisceau de lumière (lumière rouge par exemple, émise par une source laser) subit le phénomène de diffraction. La forme étalée de la figure de diffraction ne peut être expliquée par le principe de propagation rectiligne de la lumière. Par rapprochement avec la diffraction d'une onde mécanique, la propagation de la lumière dans un milieu transparent ou dans le vide peut être considérée comme étant la propagation d'une onde appelée onde lumineuse.

Caractéristiques d'une onde lumineuse

- Comme l'onde mécanique, l'onde lumineuse, est caractérisée par une période temporelle T et une période spatiale λ .
- Dans le vide, toutes les ondes lumineuses se propagent à la célérité $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

La relation entre λ et T s'écrit : $\lambda_{\text{vide}} = c.T$.

Remarque

La célérité des ondes lumineuses dans l'air est assimilée avec une bonne approximation à leur célérité dans le vide.

1.3- INFLUENCE DU QUOTIENT $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ SUR LE PHENOMENE DE DIFFRACTION

◆ Cas de l'onde mécanique

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1, tout en gardant la fréquence N de la lame vibrante constante. On fixe la largeur a de la fente à la valeur 1,5 cm.

✓ Pour une épaisseur e_1 de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on observe au-delà de l'ouverture F , sur la nappe d'eau et dans une zone triangulaire de sommet le centre I de l'ouverture F , des rides circulaires alors qu'à l'extérieur de cette zone triangulaire, on n'observe pas de perturbation comme le montre la figure 5a.

✓ Pour une épaisseur $e_2 = 3.e_1$ de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on observe au-delà de l'ouverture F , des rides quasiment circulaires de centre I comme le montre la figure 5b.

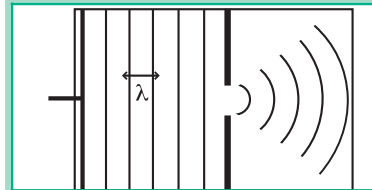


Fig.5a : Diffraction d'une onde mécanique pour $a = \lambda$.

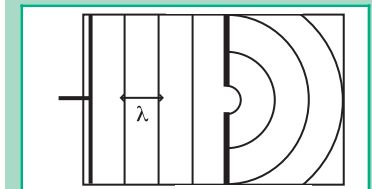


Fig.5b : Diffraction d'une onde mécanique pour $a < \lambda$.

Questions

- 1°) Préciser la variation de la longueur d'onde λ de l'onde progressive incidente en fonction de la profondeur e du milieu de propagation.
- 2°) Comparer, pour chaque valeur de e , la valeur de la longueur d'onde λ à celle de la largeur a de la fente.
- 3°) Préciser les facteurs qui peuvent influencer sur le phénomène de diffraction.

Interprétation

En faisant varier l'épaisseur e de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on fait ainsi varier la longueur d'onde λ de l'onde. Les figures 5a et 5b montrent que la longueur d'onde λ augmente avec la profondeur de l'eau.

L'amélioration de la netteté de la figure de diffraction avec l'augmentation de la profondeur de la nappe d'eau s'explique par le fait que, pour une valeur fixe a de la fente, le phénomène de diffraction est d'autant plus marqué que la longueur d'onde λ est plus grande.

Conclusion

Une onde plane rectiligne, de longueur d'onde λ , qui se propage à la surface d'un liquide et qui traverse une fente F de largeur a ne subit pas une déformation appréciable tant que la valeur de a est grande devant celle de λ . Par conséquent, le phénomène de la diffraction est imperceptible. Cependant, pour des valeurs de a comparables à celle de λ , le phénomène de diffraction est appréciable. Ainsi le phénomène de diffraction dépend du quotient $\frac{\lambda}{a}$.

◆ Cas de l'onde lumineuse

Manipulation

On reprend le montage de la figure 4a, en plaçant l'écran E à une distance $D = 2$ m de la fente F . Une feuille de papier millimétré est collée sur E de façon que la tache lumineuse du laser se forme sur elle, en absence de la fente F . En éclairant la fente, on obtient sur l'écran E l'ensemble des taches lumineuses avec une tache centrale plus large et plus brillante que les autres (Fig 6a).

On fait varier la largeur a de la fente F . Pour chaque valeur de a , on mesure la largeur L de la tache centrale correspondante. La largeur L représente la distance entre les milieux des bandes sombres qui entourent la tache centrale (Fig 6b).

Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau 1.

a (10^{-3} m)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
$1/a$ (10^3 m $^{-1}$)	10,0	6,7	5,0	4,0	3,3
L (10^{-3} m)	25	17	12	10	8

Tableau 1

Par la suite, on refait la même manipulation après avoir remplacé la lumière rouge de longueur d'onde λ_R par une lumière verte de longueur d'onde λ_V , ce qui donne :

a (10^{-3} m)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
$1/a$ (10^3 m $^{-1}$)	10,0	6,7	5,0	4,0	3,3
L (10^{-3} m)	21	14	10	8	7

Tableau 2

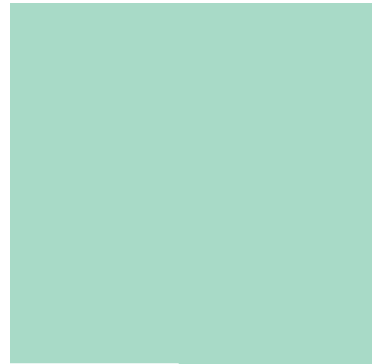


Fig. 6a : Figure de diffraction

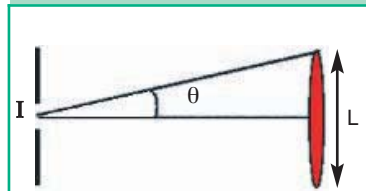


Fig.6b : Définition de la demi-largeur angulaire θ de la raie centrale

On trace pour chaque radiation la courbe représentant L en fonction de $\frac{1}{a}$, comme le montre la figure 7.

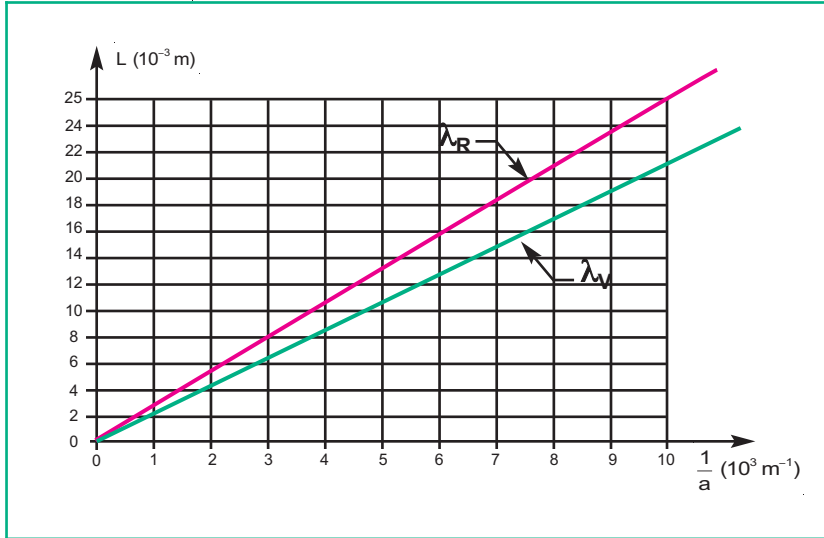


Fig.7 : La largeur de la tache centrale en fonction de $\frac{1}{a}$

Questions

- 1°) La largeur a de la fente a-t-elle une influence sur la largeur L de la tache centrale de diffraction ?
- 2°) Par exploitation des courbes de la figure 7, donner une relation simple entre L et a .
- 3°) A partir de la figure 6b, montrer que l'angle θ correspondant à la demi-largeur angulaire de la raie centrale est donné par la relation : $\theta = \frac{L}{2D}$
- 4°) Préciser la variation de L et par suite celle de q en fonction de la longueur d'onde λ .

Interprétation

L'étude expérimentale faite précédemment montre que la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction dépend de la largeur a de la fente F . La droite linéaire représentant L en fonction de l'inverse de a (Fig.7) montre que : $L = k \frac{1}{a}$, avec k une constante positive.

De plus, la pente de la droite obtenue avec le laser rouge est plus grande que celle de la droite obtenue avec le laser vert. Donc, le coefficient k augmente avec λ .

On montre théoriquement, qu'avec une fente rectangulaire, on a : $k = 2D\lambda$. Cette relation peut être vérifiée par le calcul de la pente

de chacune des deux droites de la figure 7 sachant que

$$\lambda_R = 633 \text{ nm} \text{ et } \lambda_V = 532 \text{ nm}.$$

De ce fait, la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction s'écrit : $L = \frac{2D\lambda}{a}$.

Par recours à la construction schématique de la figure 6b, la demi-largeur angulaire s'écrit : $\tan \theta = \frac{L}{2D}$.

La distance D étant très grande devant la largeur L de la tache centrale, θ reste très faible. Donc, on peut assimiler, avec une bonne approximation, sa valeur à celle de sa tangente. Par suite, on a : $\theta = \frac{L}{2D}$. Or, $L = \frac{2D\lambda}{a}$, d'où : $\theta = \frac{\lambda}{a}$, ce qui signifie que la diffraction est d'autant plus marquée avec une tache centrale plus large que le rapport $\theta = \frac{\lambda}{a}$ est plus grand.

Conclusion

Une onde mécanique ou lumineuse de longueur d'onde λ subit une diffraction à la rencontre d'une fente ou d'un obstacle, de largeur a d'une valeur comparable à celle de λ . La perception du phénomène de diffraction de l'onde dépend de la valeur du quotient $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$.

2

LA REFLEXION

2.1- RÉFLEXION D'UN ÉBRANLEMENT

Manipulation

◆ On dispose d'un ondoscope d'extrémités A et B. L'extrémité B étant libre, on applique à l'extrémité A de l'ondoscope un ébranlement d'amplitude a (une torsion). Celui-ci se propage le long de l'ondoscope de A vers B. En arrivant en B, il donne lieu à un ébranlement qui se propage de B vers A comme le montre la figure 8a.

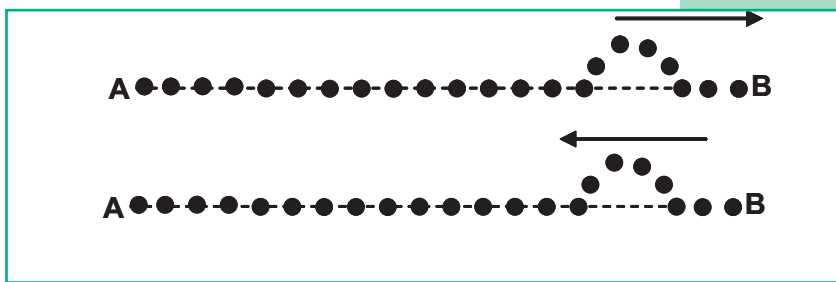


Fig.8a : Réflexion d'un ébranlement au niveau de l'extrémité libre d'un ondoscope

◆ On reprend l'ondoscope de l'expérience précédente, mais en maintenant cette fois-ci son extrémité B fixe. En produisant un ébranlement au point A, on l'observe se propager vers B après quoi un autre ébranlement apparaît entrain de se propager de B vers A comme dans la figure 8b.

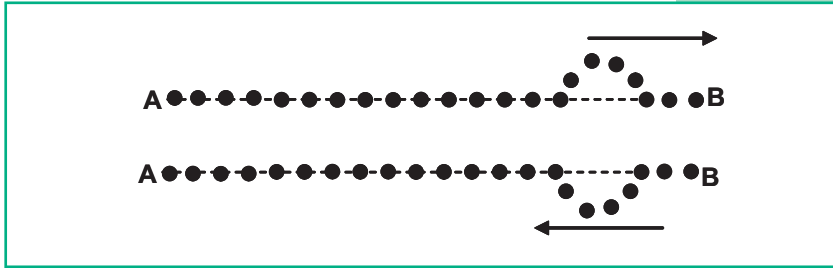


Fig.8b :Réflexion d'un ébranlement au niveau de l'extrémité fixe d'un ondoscope

Questions

1°) Expliquer l'apparition des ébranlements qui se propagent de B vers A.

2°) Dans les deux expériences précédentes, comparer l'ébranlement se propageant de A vers B et celui se propageant de B vers A :

- en amplitude,
- en direction et sens du déplacement,
- en signe de l'élongation.

Interprétation

L'apparition d'un ébranlement (2) se propageant de l'extrémité B de l'ondoscope vers son extrémité A dès que l'ébranlement (1) créé en A atteint B s'explique par la réflexion de cet ébranlement (1) au niveau de B, d'où la qualification d'ébranlement réfléchi pour l'ébranlement (2) et d'ébranlement incident pour l'ébranlement (1).

Un ébranlement réfléchi est caractérisé par :

- une amplitude comparable à celle de l'ébranlement incident.
- le même sens de déformation que celui de l'ébranlement incident lorsqu'il apparaît au niveau d'une extrémité libre et un sens de déformation contraire à celui de l'ébranlement incident quand il se manifeste au niveau d'une extrémité fixe.

Conclusion

Un ébranlement incident, d'amplitude a , subit une réflexion au niveau d'une extrémité du milieu de propagation et donne lieu à un ébranlement réfléchi.

La réflexion d'un ébranlement sur une extrémité libre se fait avec la même amplitude a et sans changement de signe.

Par contre, sur une extrémité fixe, la réflexion d'un ébranlement se fait avec un changement de signe.

2.2- RÉFLEXION D'UNE ONDE

◆ Cas d'une onde plane

Manipulation

On dispose d'une cuve à ondes, d'une lame vibrante **L** produisant une onde plane progressive et d'une plaque de plastique **P** de forme triangulaire, partiellement immergée dans l'eau de la cuve. La lame **L** est placée parallèlement à l'un des bords de la cuve. Ainsi, la plaque **P** limite le milieu de propagation des ondes (Fig.9a). Quand on met la lame vibrante **L** en marche, on observe à la surface libre de la cuve à ondes, la propagation de rides rectilignes parallèles à **L**, auxquelles se superposent des rides rectilignes dont la direction de propagation est située de l'autre côté de la normale à **P** comme le montre la figure 9b.

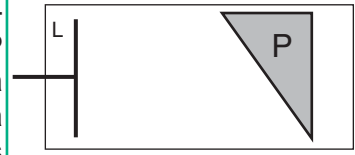


Fig.9a : Milieu de propagation limité par une plaque

Questions

- 1°) La plaque **P** absorbe-t-elle les ondes émises par **L** ?
- 2°) Préciser sur le schéma de la figure 9b, l'onde incidente et l'onde réfléchie.
- 3°) La réflexion d'une onde plane sur un obstacle plan se fait-elle avec la modification de sa longueur d'onde λ ?
- 4°) Mesurer l'angle d'incidence $i = (SI, IN)$ que fait la direction de l'onde incidente avec la normale à **P** et le comparer à l'angle de réflexion $i' = (RI, IN)$ que fait la direction de l'onde réfléchie avec la normale à **P**.

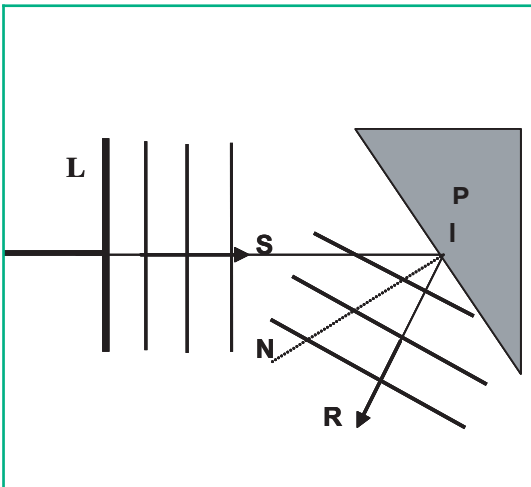


Fig.9b : Réflexion d'une onde mécanique

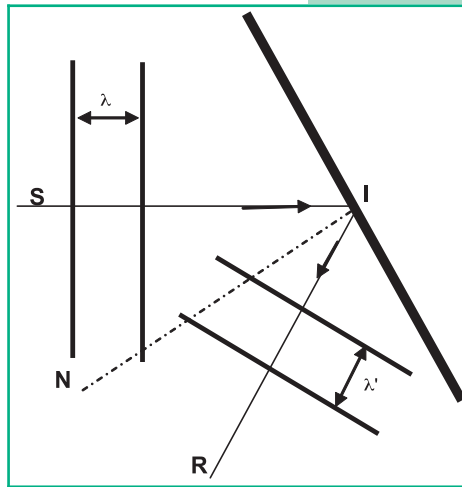


Fig.9c : Onde incidente et onde réfléchie

Interprétation :

La plaque **P** représente un obstacle pour l'onde incidente plane, de longueur d'onde λ , provenant de **L** et se propageant avec la célérité v . L'onde incidente subit une réflexion au niveau de **P** et donne lieu à une onde réfléchie de longueur d'onde λ' égale à λ , mais dont la direction de propagation est différente de celle de l'onde incidente comme le montre la figure 9c.

Conclusion

Une onde incidente progressive plane, d'angle d'incidence i , de longueur d'onde λ qui se propage dans un milieu de propagation, subit une réflexion au niveau d'un obstacle plan (plaque de plastique...) et donne naissance à une onde progressive plane réfléchie de longueur d'onde λ' et d'angle de réflexion i' tels que :

$$\lambda = \lambda' \quad \text{et} \quad i = i'$$

Ce résultat nous rappelle la deuxième loi de Descartes, relative à la réflexion d'un rayon lumineux qui tombe sur un miroir plan sous une incidence i .

◆ Cas d'une onde sphérique

Manipulation

On dispose d'un émetteur E (haut-parleur), d'un générateur BF, d'un récepteur R (microphone), d'un oscilloscope et d'une plaque de polystyrène jouant le rôle d'un écran absorbant. L'émetteur E est relié au générateur BF qui délivre un signal de haute fréquence. Ainsi, l'émetteur envoie une onde sonore sensiblement unidirectionnelle.

Le récepteur R est relié à l'oscilloscope. Par conséquent, il capte une onde sonore traduite en une tension visualisée sur l'oscilloscope. L'émetteur E, le récepteur R et la plaque de polystyrène sont placés du côté lisse d'un obstacle plan comme le montre la figure 10.

On fixe l'angle $i = (EI, IN)$ à la valeur 30° et on fait varier l'angle $i' = (RI, IN)$ que fait l'écran absorbant avec la direction du récepteur,

Pour chaque valeur de i' , on relève l'amplitude U de la tension visualisée.

Les résultats de la manipulation sont regroupés dans le tableau suivant :

i' (degrés)	0	5	15	20	25	30	35	40	45	55	60	70	80	90
Amplitude (mV)	0.48	0.60	0.78	0.84	0.90	0.92	0.89	0.85	0.78	0.59	0.49	0.38	0.16	0.10

Remarque

Pour limiter le phénomène de diffraction, il faut travailler avec des fréquences de l'ordre du mégahertz.

Questions

- 1°) La présence de l'obstacle modifie-t-elle la direction de propagation de l'onde sonore incidente ?
- 2°) Quelle est la forme de l'onde sonore reçue par R ? Justifier la réponse.
- 3°) Pour quelle valeur de i' , l'amplitude de l'onde captée est-elle maximale ? ce résultat est-il prévisible ?
- 4°) Comment peut-on éviter le phénomène de diffraction dans cette expérience ?

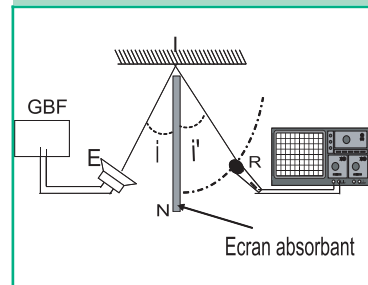


Fig.10 : Réflexion d'une onde sonore

Interprétation :

L'émetteur envoie selon une direction qui fait un angle i avec l'écran absorbant, une onde sonore unidirectionnelle et sensiblement plane. De l'autre côté de l'écran, avec le récepteur R, on détecte une onde réfléchiée par le plan lisse, au point d'impact I caractérisée par son amplitude a (intensité sonore). Cette amplitude est maximale lorsque l'angle d'incidence i de l'onde sonore est égal à son angle de réflexion i' .

Conclusion

Une onde sonore subit une réflexion à la rencontre d'un obstacle réfléchissant de grande dimension et donne naissance à une onde réfléchiée.

En chaque point d'incidence, on peut vérifier les lois de Descartes pour la réflexion. Ainsi, l'angle d'incidence i de l'onde sonore est égal à son angle de réflexion i' .

Les dimensions de l'obstacle doivent être très supérieures à la longueur d'onde dans l'air de l'onde sonore incidente. Dans le cas contraire, l'onde incidente contourne l'obstacle et c'est le phénomène de diffraction qui aura lieu.

3**LA REFRACTION D'UNE ONDE MECANIQUE****3.1- L'ONDE TRANSMISE****Manipulation**

On considère une cuve à ondes remplie d'eau, une lame vibrante L , produisant une onde plane progressive et une plaque rectangulaire en plexiglas P de faible épaisseur. La plaque P est posée à plat, sur le fond de la cuve à ondes et du côté opposé à L , comme le montre la figure 11. Avec la plaque P , on crée ainsi, deux milieux de propagation différents. Le premier milieu est d'épaisseur e_1 , tandis que le second est d'épaisseur e_2 , avec $e_1 > e_2$.

La limite séparant les deux milieux de propagation est appelée surface de séparation des deux milieux, notée σ .

En mettant la lame vibrante L en marche, on observe à la surface libre de la cuve à ondes, en éclairage stroboscopique et pour une fréquence N_e égale à celle de la source, deux séries de rides immobiles, rectilignes et équidistantes. Cependant, ces rides sont plus serrées dans le milieu 2, où l'épaisseur d'eau est la plus faible (Fig. 12).

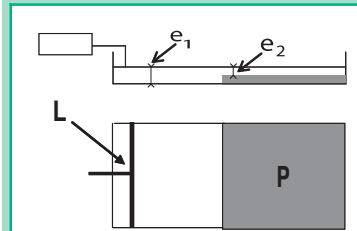


Fig.11 : Deux milieux de propagation différents

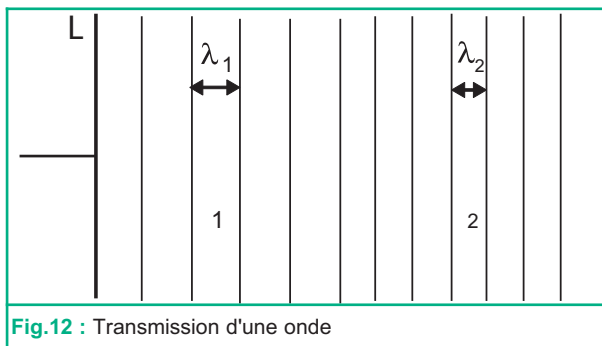


Fig.12 : Transmission d'une onde

Questions

- 1°) L'onde progressive incidente, émise par **L**, subit-elle un changement lors de son passage du milieu 1 vers le milieu 2 ? Si oui, lequel ?
- 2°) La profondeur du milieu de propagation a-t-elle un effet sur la célérité v de l'onde ?
- 3°) Comparer les longueurs d'onde, des ondes se propageant dans les deux milieux ?

Interprétation

L'onde progressive incidente émise par **L** est transmise du milieu 1 au milieu 2, sans subir de changement au niveau de sa direction de propagation et de sa forme. Cependant, le changement a lieu au niveau de la longueur d'onde.

En effet, la longueur d'onde λ_2 de l'onde qui se propage dans le milieu 2 est inférieure à la longueur d'onde λ_1 de l'onde qui se propage dans le milieu 1. Le changement de la longueur d'onde λ de l'onde incidente en passant du milieu 1 au milieu 2 est dû à la variation de sa célérité en passant d'un milieu propageur vers un autre. En fait, la célérité v de l'onde progressive qui se propage dans l'eau est la plus grande dans la zone la plus profonde.

Conclusion

Le passage d'une onde progressive d'un milieu vers un autre se produit avec changement de célérité mais sans changement de direction lorsque cette onde arrive à la surface de séparation des deux milieux de propagation suivant une direction perpendiculaire à cette surface. On dit qu'il s'agit d'une simple transmission. L'onde est dite alors onde transmise.

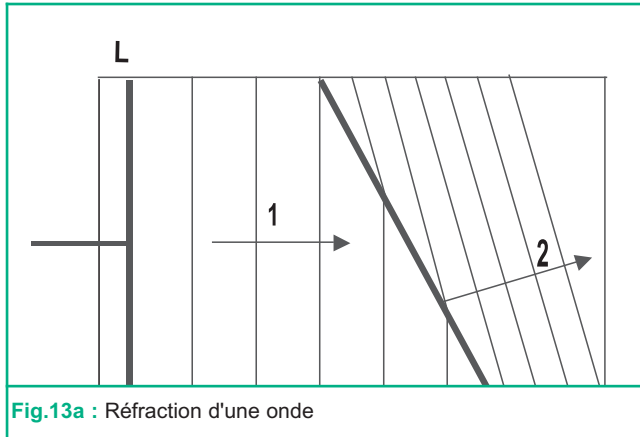
3.2- L'ONDE REFRACTÉE

Manipulation

On reprend le dispositif expérimental utilisé dans la manipulation précédente, mais en remplaçant la plaque **P** rectangulaire par une autre plaque trapézoïdale de faible épaisseur. Ainsi, la surface de séparation des deux milieux de propagation 1 et 2 reste plane, en faisant un angle non nul avec la direction de la source **L**.

En éclairage stroboscopique de la surface de l'eau, on observe :

- dans le milieu 1 : une famille de rides équidistantes, immobiles et parallèles à la source d'ondes L ;
- dans le milieu 2 : une famille de rides, dont la distance séparant deux rides consécutives est plus petite que celle observée avec les rides du milieu 1, d'une part et dont la direction de propagation est différente de celle des rides du milieu 1 d'autre part comme le montre la figure 13a ;
- une cassure de ces rides au niveau de la surface de séparation des deux milieux 1 et 2.



Questions

- 1°) La direction de la surface de séparation des deux milieux a-t-elle un effet sur la direction de propagation de l'onde incidente qui est transmise du milieu 1 au milieu 2 ?
- 2°) L'onde transmise du milieu 1 au milieu 2 subit-elle une modification de longueur d'onde ?
- 3°) Mesurer l'angle que fait la direction de propagation de l'onde incidente (milieu 1) avec la normale à la surface de séparation des deux milieux, le comparer à celui que fait la direction de propagation de l'onde transmise (milieu 2) avec la même normale à la surface de séparation des deux milieux.

Interprétation

L'onde incidente progressive qui se propage dans le milieu 1 subit une cassure au niveau de la surface de séparation des deux milieux et donne naissance à une onde progressive qui se propage dans le milieu 2, appelée onde réfractée, avec changement de la longueur d'onde et de la direction de propagation (Fig.13a). On trace la normale $N'N$ à la surface de séparation des deux milieux et on mesure l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 .

Soient I et I' les intersections respectives de deux rides consécutives avec la surface de séparation des deux milieux comme le montre la figure 13b.

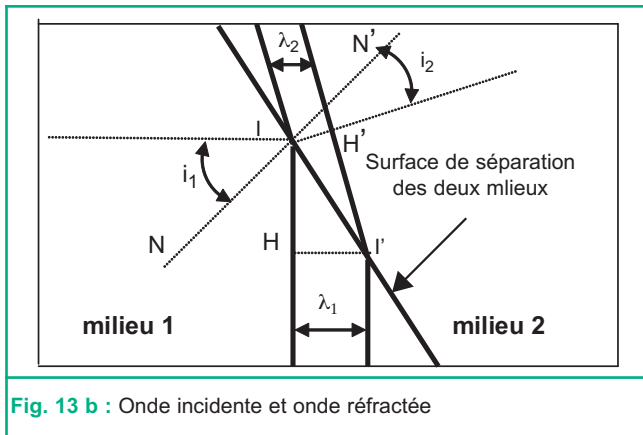


Fig. 13 b : Onde incidente et onde réfractée

NIN' est la normale à la surface de séparation des deux milieux.

i_1 et i_2 sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction.

Dans le triangle HII' : $II' \cdot \sin(\angle HII') = \lambda_1$. Autrement :

$$II' \sin(i_1) = \lambda_1 \quad (1)$$

Dans le triangle $H'II'$: $II' \cdot \sin(\angle H'II') = \lambda_2$. Autrement :

$$II' \sin(i_2) = \lambda_2 \quad (2)$$

le rapport des relations (1) et (2) membre à membre donne :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin(i_1)}{\sin(i_2)} \quad (3)$$

La relation (3) peut s'écrire : $\lambda_1 \cdot \sin(i_2) = \lambda_2 \cdot \sin(i_1)$ (4)

En remplaçant λ_1 par $v_1 \cdot T$ et λ_2 par $v_2 \cdot T$, on obtient

$$\frac{\sin(i_1)}{v_1} = \frac{\sin(i_2)}{v_2}$$

Ainsi, on retrouve la seconde loi de Descartes relative à la réfraction.

Conclusion

Au niveau de la surface de séparation de deux milieux de propagation, l'onde mécanique subit un changement de direction de propagation : c'est le phénomène de réfraction.

La réfraction d'une onde mécanique se fait avec un changement de sa longueur d'onde λ .

La réfraction d'une onde mécanique est régie par la relation de Descartes : $\lambda_1 \sin(i_2) = \lambda_2 \cdot \sin(i_1)$.

Où : λ_1 et λ_2 sont respectivement les longueurs d'onde de l'onde incidente et de l'onde réfléchie ;

i_1 et i_2 sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réflexion.

4 LA DISPERSION

4.1- DISPERSION DE LA LUMIÈRE

Un faisceau de lumière émis par une source laser peut subir une réfraction lorsqu'il traverse la surface de séparation de deux milieux transparents.

Manipulation

◆ On dispose d'une source laser (He-Ne) émettant un faisceau lumineux de longueur d'onde λ , d'un écran E situé à une distance d de la source et d'un prisme en verre d'indice de réfraction n .

Le faisceau de lumière forme une tache sur l'écran E.

En interposant entre la source laser et l'écran E le prisme en verre, on observe la déviation D du faisceau lumineux et le déplacement de la tache formée sur l'écran E, comme le montre la figure 14.

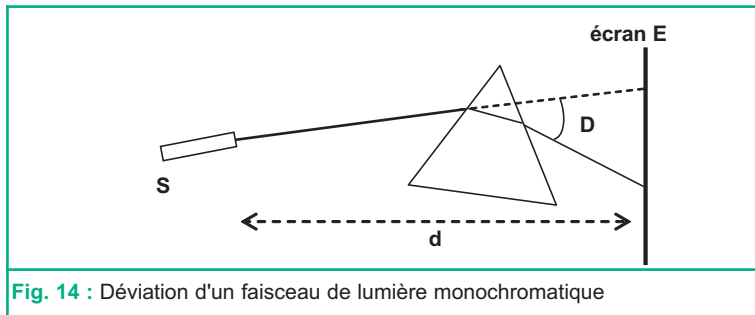


Fig. 14 : Déviation d'un faisceau de lumière monochromatique

Questions

- 1°) Comment peut-on interpréter la déviation D du faisceau lumineux qui traverse le prisme ?
- 2°) Le principe de propagation rectiligne de la lumière est-il vérifié ?
- 3°) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction.

◆ On reprend le dispositif expérimental de la première manipulation, mais en remplaçant la source laser par une source de lumière blanche, une lentille convergente et une fente F.

On dispose dans l'ordre la source de lumière, la fente, la lentille, le prisme et l'écran E.

On fait tourner le prisme de façon à obtenir sur l'écran E un spectre coloré bordé de rouge et de violet, rappelant les couleurs de l'arc-en-ciel. C'est le spectre visible de la lumière blanche, comme le montre la figure 15.



Fig. 15 : Spectre visible de la lumière blanche

Questions

- 1°) Un faisceau de lumière blanche subit-il une déviation à la traversée du prisme ?
- 2°) Quelle est la source de ces différentes couleurs qui se forment sur l'écran E ?
- 3°) Peut-on caractériser la lumière blanche par une longueur d'onde λ ?

Interprétation

Un faisceau laser subit une déviation d'un angle D en traversant un prisme en verre d'indice de réfraction n . La déviation D du faisceau est due à la double réfraction air/verre/air.

Un faisceau de lumière blanche qui traverse un prisme d'indice n sous une incidence i donne un spectre formé par une infinité de lumières de couleurs différentes, limité par la lumière rouge d'un côté et la lumière violette de l'autre côté. C'est le phénomène de dispersion de la lumière blanche.

La plage multicolore continue qui s'étale du rouge au violet en passant par une infinité de couleurs différentes constitue un spectre continu appelé spectre visible de la lumière blanche (Fig.15).

Conclusion

La lumière blanche résulte de la superposition d'une infinité de lumières de couleurs différentes allant du rouge au violet. Ainsi, la lumière blanche est appelée lumière polychromatique car elle est constituée de plusieurs, voire une infinité de lumières colorées ou radiations.

Chaque radiation est caractérisée par une fréquence ν et une longueur d'onde dans le vide λ_0 .

Une lumière constituée d'une seule radiation est appelée lumière monochromatique. Les différentes radiations constituant la lumière blanche ne sont pas déviées du même angle D par un prisme d'indice n , c'est le phénomène de dispersion de la lumière. Ainsi, la déviation d'une radiation lumineuse monochromatique par un prisme d'indice n , dépend de sa fréquence ν .

4.2- DISPERSION DES ONDES MÉCANIQUES

Manipulation

On reprend le dispositif expérimental constitué d'une cuve à ondes, d'une lame vibrante L et d'un stroboscope de fréquence réglable N_e .

En mettant la lame vibrante en marche, on observe sur la surface d'eau de la cuve la propagation de rides rectilignes à partir de la source.

En éclairage stroboscopique et pour une fréquence N_e du stroboscope égale à la fréquence N de la lame, on observe des rides rectilignes immobiles. La distance entre deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ . On fait varier la fréquence N commune au stroboscope et à la lame vibrante L . Pour chaque valeur de N , on détermine la valeur λ de l'onde qui progresse à la surface de l'eau et par la suite la célérité v . Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

N (Hz)	10	20	30
λ (10^{-3} m)	21	11	8
v ($m \cdot s^{-1}$)	0,21	0,22	0,24

Questions

1°) Observe-t-on un changement de la nature de l'onde qui progresse à la surface de l'eau quand on change la fréquence N de la source ?

2°) La nature du milieu de propagation des ondes est-elle modifiée par la variation de la fréquence N de la source d'ondes ?

3°) La célérité d'une onde à la surface de l'eau est-elle indépendante de sa fréquence ?

Interprétation

En faisant varier la fréquence de l'onde qui progresse à la surface de l'eau, on constate la variation de sa célérité v . Ainsi, on montre expérimentalement que la célérité v d'une onde mécanique dans un milieu de propagation tel que l'eau ne dépend pas uniquement de ses propriétés, mais dépend aussi de la fréquence N de l'onde. C'est le phénomène de dispersion.

Exemple

Un bateau provoque une perturbation comprenant plusieurs ondes sinusoïdales de fréquences différentes sur une eau calme. Un observateur sur le rivage verra d'abord arriver des vagues très espacées (grandes longueurs d'onde) puis ensuite des vagues moins espacées. Ainsi, les différentes ondes sinusoïdales se propagent dans le même milieu avec des célérités différentes, les plus rapides se détachent à l'avant de la perturbation.

Conclusion

Quand la célérité v d'une onde mécanique dans un milieu de propagation donné ne dépend pas uniquement de la nature de ce milieu, mais dépend aussi de sa fréquence N , on dit qu'il s'agit du phénomène de dispersion d'onde mécanique.

4.3- MILIEU DISPERSIF ET MILIEU NON DISPERSIF

Manipulation

On reprend le dispositif expérimental du paragraphe 4.1, mais en utilisant cette fois-ci des filtres de lumière de différentes couleurs (rouge, jaune, vert ...et bleu.). Ainsi, le faisceau de lumière blanche délimité par la fente passe d'abord à travers un filtre qui ne laisse passer qu'une radiation de couleur donnée. Avec la même source de lumière blanche, le même angle d'incidence i et des filtres de lumière différents, on note pour chaque filtre, l'angle de déviation D .

Les résultats des mesures sont schématisés sur la figure 16.

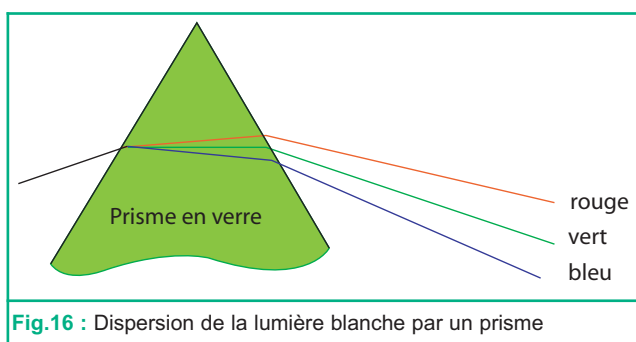


Fig.16 : Dispersion de la lumière blanche par un prisme

Questions

- 1°) La déviation d'une radiation lumineuse par un prisme dépend-t-elle de son indice de réfraction n ?
- 2°) Sous le même angle d'incidence i , les différentes radiations de la lumière blanche sont-t-elles déviées du même angle ?
- 3°) Préciser la radiation la plus déviée par le prisme.

Interprétation

Les différentes radiations constituant le faisceau de lumière blanche ne sont pas déviées du même angle D par le prisme. Ce dernier fait dévier chaque radiation d'une valeur qui dépend de sa fréquence ν . Ainsi, le bleu est plus dévié que le rouge et le vert. La lumière est ainsi dispersée par le prisme. La dispersion de la lumière blanche est due au fait que l'indice n de réfraction du prisme n'est pas constant, et qu'il augmente en passant de la lumière rouge à la lumière bleue. Le prisme dans ce cas est un milieu dispersif. Le tableau suivant donne une idée sur la variation de l'indice de réfraction du verre avec la fréquence ν de la lumière.

Couleur de la lumière	$\nu(10^{14} \text{ Hz})$	$\lambda(10^{-6} \text{ m})$	Indice n
Bleu sombre	6,92	0,433	1,528
Bleu vert	6,18	0,485	1,520
Jaune	5,10	0,588	1,517
Rouge	4,57	0,656	1,514
Rouge sombre	3,91	0,767	1,511

Remarque

D'après ce tableau, on peut dire que l'indice de réfraction du verre est d'environ 1,5 dans tout le domaine visible, car sa dispersion produit une augmentation de (0,006) pour chaque diminution de dix picomètres (10 pm) de la longueur d'onde.

Conclusion

Chaque radiation lumineuse monochromatique de fréquence ν est caractérisée par une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$.

En pénétrant dans un milieu transparent d'indice n , où la célérité de la lumière est $v = \frac{c}{n}$, sa longueur d'onde devient $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n \cdot \nu} = \frac{\lambda_0}{n}$.

Le phénomène de dispersion de la lumière est la variation de sa célérité v dans un milieu transparent d'indice n , en fonction de sa fréquence ν .

Ainsi, la déviation d'une radiation lumineuse monochromatique par un prisme en verre d'indice n dépend de sa fréquence ν .

Tout milieu transparent d'indice de réfraction n , où la célérité d'une radiation lumineuse dépend de sa fréquence est appelé milieu dispersif.

Le verre est un exemple de milieu dispersif.

En général, tant pour les ondes mécaniques que pour les ondes lumineuses, on appellera milieu dispersif pour une onde de fréquence N (ou ν) tout milieu où la célérité v de cette onde ne dépend pas uniquement des propriétés du milieu de propagation, mais dépend aussi de la fréquence N (ou ν) de l'onde.

Dans le cas contraire où la célérité v de l'onde est indépendante de la fréquence N (ou ν), le milieu est dit non dispersif.

Remarque

L'air est un exemple de milieu non dispersif pour les ondes sonores. En effet, des ondes sonores de fréquences différentes se propagent dans l'air avec la même célérité. Par conséquent, deux notes de musique de hauteurs différentes émises simultanément par deux instruments sont perçues par l'auditeur au même instant.

L'essentiel

- La diffraction d'une onde est la modification de son trajet et par suite sa forme au voisinage d'une ouverture ou d'un obstacle de dimensions comparables à sa longueur d'onde.
- La diffraction d'une onde se fait sans changement de sa longueur d'onde.
- Un faisceau de lumière est décrit comme étant une onde appelée onde lumineuse.
- Le phénomène de diffraction dépend du quotient $\frac{\lambda}{a}$, λ étant la longueur d'onde et a l'ouverture de la fente.
- Une lumière monochromatique est une onde progressive sinusoïdale caractérisée par sa fréquence ν et sa longueur d'onde λ_0 dans le vide.
- Une lumière polychromatique est constituée de plusieurs radiations.
- La lumière blanche est une lumière polychromatique.
- Une onde mécanique, comme une onde lumineuse, peut subir le phénomène de réflexion à la rencontre d'un obstacle plan.
- La réfraction d'une onde mécanique est le changement de sa longueur d'onde et de sa direction de propagation, au niveau de la surface de séparation de deux milieux de propagation.
- Le phénomène de dispersion de la lumière est la variation de sa célérité v dans un milieu transparent d'indice n , en fonction de sa fréquence ν .
- On appelle milieu dispersif tout milieu dans lequel la célérité v d'une onde périodique dépend de sa fréquence.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde λ , éclaire une fente fine rectangulaire de largeur réglable a . Sur un écran E placé à une distance $D = 3$ m de la fente, on observe la figure de diffraction.

On fait varier la largeur a de la fente et on mesure la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant.

a (mm)	0,10	0,14	0,20	0,25
L (mm)	31,5	22,5	16,0	12,5

- 1°) Décrire brièvement la figure de diffraction formée sur l'écran E.
 - 2°) Tracer la courbe représentant L en fonction de $1/a$ et calculer sa pente.
 - 3°) Donner la relation entre la largeur L de la tache centrale et la longueur d'onde λ .
 - 4°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ de la lumière utilisée.
 - 5°) En remplaçant la fente par un cheveu de diamètre d , la largeur de la tache centrale qui se forme sur l'écran devient $L' = 1,5$ cm.
- Calculer de deux manières le diamètre d du cheveu.

SOLUTION

1°) Sur l'écran E se forme une figure étalée horizontalement, constituée d'une tache centrale lumineuse brillante de largeur L , entourée de part et d'autre par des taches lumineuses séparées par des zones sombres comme le montre la figure 1.

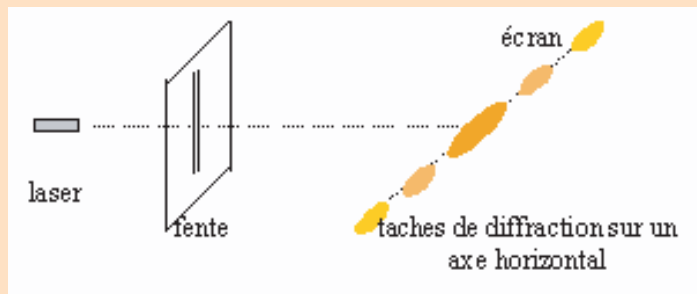
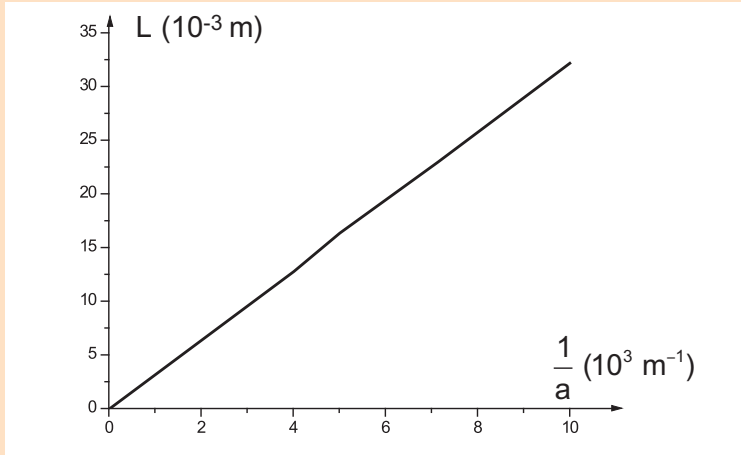


Fig.1

2°) La courbe représentant L en fonction de 1/a est une droite linéaire. Ainsi, on peut écrire :

$$L = \frac{k}{a} = \frac{3,15 \cdot 10^{-6}}{a} \quad (1) \text{ avec } k \text{ la pente de la droite tracée.}$$



3°) $L = 2 \cdot \frac{\lambda D}{a} \quad (2)$

4°) A partir des relations (1) et (2) et par identification, on peut écrire : $2 \cdot \lambda \cdot D = k$, ce qui donne :

$$\lambda = \frac{k}{2D}$$

A.N. : $\lambda = 525 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

5°) Première méthode :

L'obstacle (cheveu) de largeur d (diamètre du cheveu) donne sur l'écran une figure de diffraction dont la tache centrale a d'après la relation (2) une largeur $L' = 2 \cdot \frac{\lambda D}{d}$

(en remplaçant a par d), ce qui donne : $d = 2 \cdot \frac{\lambda D}{L'}$

A.N. : $d = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, soit $d = 0,21 \text{ mm}$.

Deuxième méthode :

Par exploitation de la courbe représentant $L = f\left(\frac{1}{a}\right)$, on détermine l'abscisse $\left(\frac{1}{a}\right)$ correspondant à une valeur de L' égale à 1,5 cm et par suite la valeur de **d**.

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Le phénomène de diffraction n'a pas d'influence sur la longueur d'onde λ de l'onde incidente.
- 2- Lors du passage d'une onde d'un milieu à un autre, il y a changement de fréquence.
- 3- On ne peut pas obtenir d'ondes réfléchies à partir d'ondes circulaires.
- 4- La direction de propagation d'une onde progressive plane subit une modification chaque fois que l'onde incidente rencontre un obstacle.
- 5- Le phénomène de diffraction de la lumière met en évidence l'impossibilité d'isoler un rayon lumineux.
- 6- La célérité de la lumière est indépendante de la nature du milieu où elle se propage.
- 7- La réflexion d'un ébranlement au niveau de l'extrémité libre d'une corde élastique se fait avec changement du signe.
- 8- L'eau est un milieu dispersif pour les ondes lumineuses.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Le phénomène de diffraction d'une onde progressive de longueur d'onde λ est observé pour :

a - $\frac{\lambda}{a} > 1$ b - $\frac{\lambda}{a^2} = 1$ c - $\frac{\lambda}{a} < 1$

■ II- Sur la figure de diffraction donnée par un rayonnement monochromatique, la largeur L de la tache centrale est liée à son demi-diamètre apparent par la relation :

a - $\theta = \frac{L}{D}$ b - $\theta = \frac{L}{2D}$ c - $\theta = \frac{D}{2L}$,

avec D la distance fente-écran

■ III- Sur la figure de diffraction donnée par un rayonnement monochromatique, la relation entre la largeur L de la tache centrale et L' de la tache latérale est donnée par :

a - $L = 2.L'$ b - $L = L'$ c - $L = \frac{L'}{2}$

■ IV- Dans un milieu dispersif, la célérité d'une onde progressive est fonction uniquement de :

a- la fréquence, b- la nature du milieu, c- La fréquence et la nature du milieu.

■ V- L'indice de réfraction n d'un milieu transparent est donné par la relation :

a - $n = \frac{c}{v}$ b - $n = \frac{v}{c}$ c - $n = c.v$

■ VI- En pénétrant dans un milieu transparent d'indice n , une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 subit un changement de :

a- sa fréquence b- sa longueur d'onde c- sa couleur.

Exercices d'application

3 A la surface de l'eau d'une cuve à ondes, on produit une onde rectiligne progressive. Un obstacle est placé sur le trajet des ondes. Il empêche toute propagation au-delà de lui-même.

L'obstacle fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la direction de propagation de l'onde. La distance entre deux crêtes est $d = 4,0$ cm, la fréquence de la source est $N = 12,5$ Hz.

- 1°) Quel est l'angle d'incidence i ?
- 2°) Calculer la célérité de l'onde incidente.
- 3°) Schématiser l'aspect de la surface de l'eau en précisant la direction de propagation de l'onde réfléchi, l'angle d'incidence i et l'angle de réflexion r .

4 Une digue de largeur $l = 30$ m sépare une baie de la mer. Les vagues qui arrivent parallèlement à la digue, ont une longueur d'onde $\lambda = 80$ m, comme le montre la figure 2.

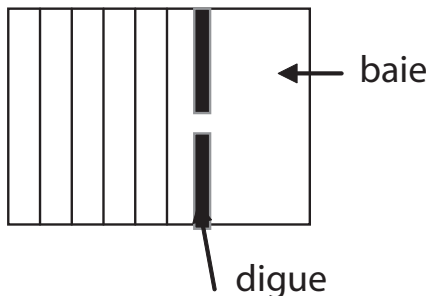


Fig.2

- 1°) Comment vont se propager les vagues au delà de la digue ?
- 2°) Schématiser l'aspect de la surface de l'eau au delà de la digue.
- 3°) Quelle est la nature du phénomène qui a lieu ?
- 4°) Que se passerait-il pour les vagues de courte longueur d'onde $\lambda = 5$ m ?

5 Dans une cuve à ondes renfermant de l'eau, on dépose une plaque de verre, de façon à délimiter deux zones (z_1) et (z_2) où les hauteurs du liquide sont différentes, comme le montre la figure 3. Un vibreur S_1S_2 placé parallèlement au petit côté de la cuve à ondes donne naissance à une onde progressive plane de fréquence $N = 40$ Hz à la surface

de l'eau, dans la zone (z_1) avec une célérité $v_1 = 36$ cm.s⁻¹.

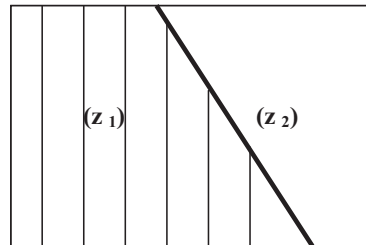


Fig.3

- 1°) L'onde progressive incidente au niveau de la surface de séparation des deux zones (z_1) et (z_2) subit-elle un changement ? De quel phénomène s'agit-il ?
- 2°) L'onde transmise se propage dans la zone (z_2) avec la célérité $v_2 = 29$ cm.s⁻¹, calculer sa longueur d'onde λ_2 .
- 3°) Reproduire la figure 3, et représenter l'onde transmise dans la zone (z_2).

6 Une cuve à ondes remplie d'eau est partagée à l'aide d'une plaque de plexiglas en deux zones d'épaisseurs différentes $e_1 = 2,5$ cm et $e_2 = 1,5$ cm, comme le montre la figure 4.

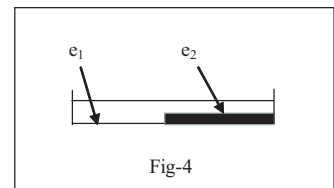


Fig-4

Une lame vibrante L , produit des ondes planes, qui progressent à la surface de l'eau sous forme de rides rectilignes. La surface de séparation des deux zones est parallèle à L .

- 1°) L'onde plane incidente au niveau de la surface de séparation des deux milieux :
 - a) subit-elle un changement ?
 - b) De quel phénomène s'agit-il ?
- 2°) Sachant que la célérité des ondes en milieu peu profond dépend de l'épaisseur e de l'eau,

selon la formule $v = \sqrt{\|g\| \cdot e}$.

- a) Calculer les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des ondes qui progressent dans chacun des deux milieux formés.

on donne : $N = 25$ Hz et $\|g\| = 10$ m.s⁻².

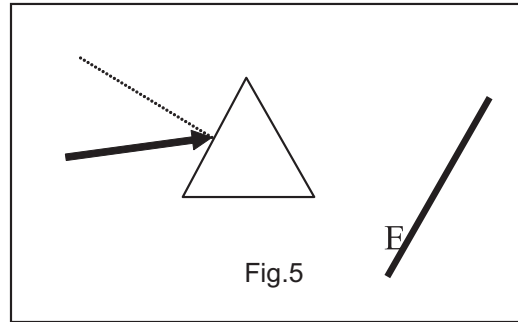
- b)** Comparer la valeur de λ_2 par rapport à celle de λ_1 .
- 3°)** Représenter l'allure de la surface de l'eau en lumière stroboscopique et pour une fréquence $N_e = N$.
- 4°)** Peut-on qualifier l'eau de milieu dispersif pour les ondes mécaniques ? justifier la réponse.

7 A la surface libre d'une cuve à ondes on crée deux zones où l'épaisseur de la nappe d'eau est différente. Dans la première, la célérité des ondes est $v_1 = 0,30 \text{ m.s}^{-1}$ et dans la seconde zone, $v_2 = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$. La fréquence du vibreur est 20 Hz. L'onde rectiligne se propageant dans le premier milieu arrive à la surface de séparation des deux milieux sous une incidence $i_1 = 30^\circ$.

- 1°)** Calculer la longueur d'onde de l'onde incidente qui se propage dans le premier milieu.
- 2°)** Calculer la longueur d'onde de l'onde réfractée qui se propage dans le second milieu.
- 3°)** Par application de la seconde loi de Descartes relative à la réfraction, calculer l'angle de réfraction i_2 que fait la direction de propagation de l'onde réfractée avec la normale à la surface de séparation des deux milieux.
- 4°)** Schématiser l'aspect de la surface de la nappe d'eau sans tenir compte du phénomène de réflexion.

8 Un faisceau de lumière, monochromatique, de longueur d'onde λ traverse un prisme d'indice de réfraction n sous un angle d'incidence i .

- 1°)** Définir l'indice de réfraction d'un milieu transparent.
- 2°)** Rappeler les lois qui permettent de tracer la marche du faisceau émergent.
- 3°)** Reproduire le schéma de la figure 5 et y tracer la marche du faisceau émergent.



4°) Qu'observe-t-on sur un écran E placé de l'autre côté du prisme ? De quel phénomène physique s'agit-il ?

5°) En remplaçant le faisceau de lumière monochromatique par un faisceau de lumière blanche, la figure observée précédemment sur l'écran E subit-elle un changement ?

Exercices de synthèse

9 On éclaire une fente de largeur a réglable par un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$. En plaçant à une distance $D = 1 \text{ m}$ de la fente un écran E, on y observe une figure de diffraction pour une valeur de a convenable. La largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction est donnée par la relation :

$$L = \frac{2 \cdot D \cdot \lambda}{a} \quad \text{avec } D \text{ la distance entre l'écran E et la fente}$$

- 1°)** Qu'appelle-t-on lumière monochromatique ?
- 2°)** Pour $a = 0,1 \text{ mm}$, une figure de diffraction se forme sur l'écran.
- a)** Décrire brièvement la figure de diffraction observée sur E.
- b)** Justifier la formation de la figure observée sur E, en comparant la valeur de L à celle de a .
- 3°)** Calculer la largeur L' de la tache obtenue en éclairant la fente par un faisceau de lumière bleue, de longueur d'onde $\lambda_b = 0,46 \mu\text{m}$.
- 4°)** Justifier pourquoi il est plus facile d'observer des taches de diffraction avec une lumière rouge qu'avec une lumière bleue.
- 5°)** Pour la valeur 2 mm de a , le phénomène de diffraction est-il observable ?

10 . Sur le trajet d'un faisceau laser de longueur d'onde λ , on interpose une fente de largeur a , entre la source et un écran E placé perpendiculairement au faisceau de lumière.

- 1°) Préciser la relation entre λ et a permettant l'observation du phénomène de diffraction.
- 2°) Schématiser la figure de diffraction obtenue sur l'écran E.
- 3°) Définir l'écart angulaire θ caractérisant la tache centrale de diffraction.
- 4°) Etablir la relation entre θ , L et D (L , étant la largeur de la tache centrale de la figure de diffraction et D , la distance entre la fente et l'écran).
- 5°) En déduire l'expression de L en fonction de D , a et λ .
- 6°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ du faisceau laser sachant que $a = 60 \mu\text{m}$, $L = 4,2 \text{ cm}$ et $D = 2,0 \text{ m}$.

11 On réalise la diffraction d'un faisceau parallèle de lumière monochromatique, de longueur d'onde λ , par une fente circulaire de diamètre a convenable. Un écran E est placé à une distance $D = 4.5 \text{ m}$ de la fente. On fait varier le diamètre a de la fente et on mesure sur l'écran, le rayon r de la tache centrale relative à la figure de diffraction qui se forme sur l'écran.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant.

$a \text{ (} 10^{-4} \text{ m)}$	4,9	6,2	8,2	12,0
$r \text{ (} 10^{-3} \text{ m)}$	7,5	6,0	4,5	3,0

- 1°) Tracer la courbe représentant r en fonction de $1/a$.
- 2°) En déduire l'équation de la courbe obtenue.
- 3°) En se basant sur un schéma clair, déterminer la relation entre D , r et l'écart angulaire θ caractérisant la tache centrale de diffraction.
- 4°) Dans le cas d'une fente circulaire,

$$\theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{a}$$

Montrer que r peut s'écrire sous la forme

$$r = 1,22 \frac{\lambda \cdot D}{a}$$

- 5°) Calculer la longueur d'onde λ de la lumière utilisée.

12 Le schéma de la figure 6 est une reproduction de la figure de diffraction obtenue sur un écran situé à une distance $D = 2 \text{ m}$ d'une fente de largeur $a = 100 \mu\text{m}$, éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ , émise par une source laser.

- 1°) Schématiser le dispositif expérimental permettant l'obtention de cette figure de diffraction.
- 2°) Etablir, pour la tache centrale de diffraction, la relation entre sa largeur X_1 et son demi-diamètre angulaire θ .
- 3°) Donner la relation entre le demi-diamètre angulaire θ , la longueur d'onde λ et la largeur a de la fente.
- 4°) Déterminer la longueur d'onde λ de la lumière émise par la source laser.

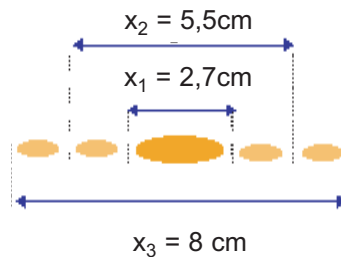


Fig.6

- 5°) Comparer la largeur de la tache centrale de diffraction avec celle d'une tache latérale.
- 6°) En utilisant le même dispositif, quelle serait la largeur de la tache centrale de diffraction obtenue avec une lumière monochromatique bleue de longueur d'onde $\lambda = 450 \text{ nm}$?

13 Un faisceau étroit de lumière monochromatique tombe sous une incidence $i = 30^\circ$ en un point de la surface plane d'un hémicylindre en plexiglas (Fig. 7).

- 1°) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction.

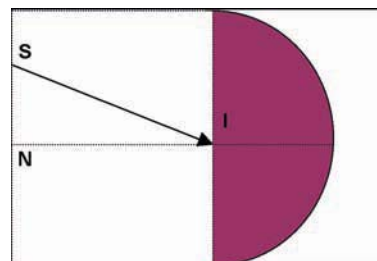


Fig.7

2°) Calculer l'angle de réfraction r_j du rayon lumineux de couleur jaune, lors de son passage de l'air vers le plexiglas, sachant que l'indice de réfraction du plexiglas, pour une lumière jaune de longueur d'onde λ_j , a pour valeur $n_j = 1,485$.

3°) Montrer que la déviation D du rayon qui émerge est $D = i_j - r_j$

4°) L'indice de réfraction du plexiglas, pour une lumière monochromatique bleue de longueur d'onde λ_B , a pour valeur $n_B = 1,520$.

Calculer l'angle de réfraction r_B d'un rayon lumineux de couleur bleue qui tombe sur la surface plane de l'hémicylindre sous la même incidence i .

5°) On envoie maintenant au point I, sous le même angle d'incidence i , une lumière polychromatique constituée de deux lumières monochromatiques, l'une jaune et l'autre bleue.

Tracer la marche des deux rayons lumineux jusqu'à la sortie de l'hémicylindre et préciser l'angle qu'ils font entre eux. De quel phénomène physique s'agit-il ?

14 Etude de texte

Les ondes sonores dans une pièce vide

La diffraction de l'onde sonore se produit dès que l'onde atteint le bord d'un obstacle ou passe par une ouverture dans l'obstacle. Le phénomène devient prépondérant si la longueur d'onde

du son est du même ordre de grandeur que les dimensions des objets qui nous entourent. Il masque alors le phénomène de réflexion. Dans une pièce vide, les ondes sonores ne rencontrent pas d'obstacle et se réfléchissent sur les murs. On dit que la pièce **résonne**.

On meuble la pièce. Les meubles ont des dimensions de l'ordre du mètre et sont séparés par des distances de l'ordre du mètre également. La pièce est toujours sonore, mais nous constatons qu'elle résonne moins. La diffraction commence à masquer la réflexion. Mettons du tissu sur les murs, des tapis au sol et des tentures aux fenêtres. Le son ne subit plus de réflexion. Le phénomène de diffraction l'emporte sur celui de la réflexion et la sensation sonore devient plus agréable.

Questions

1°) Dans quel cas, le phénomène de diffraction des ondes sonores serait-il appréciable dans une pièce meublée ?

2°) Comment peut-on atténuer la "résonance" d'une pièce ?

3°) Quel est l'effet du tissu qui couvre les murs d'une pièce ?

4°) Dans un amphithéâtre, comment peut-on éviter le phénomène de réflexion des ondes sonores ?

En savoir plus

L'interprétation du phénomène de diffraction avec la théorie des ondelettes

Pour interpréter le phénomène de diffraction d'une onde par une fente fine, on se base sur la théorie des ondelettes avancée par Christian Huygens. Considérons une onde plane de longueur d'onde λ qui progresse à la surface de l'eau à partir de la source. L'ensemble des points du milieu de propagation qui sont atteints par l'onde à un instant t donné constitue ce qu'on appelle une surface d'onde noté Σ_t . D'après la théorie d'Huygens, chaque point de la surface d'onde Σ_t se comporte comme une source secondaire de vibrations, émettant une ondelette circulaire qui se propage avec la célérité v et dont il est le centre. Ainsi, Σ_t est considérée comme un ensemble infini de sources secondaires synchrones entre elles. Un point M du milieu de propagation, situé à une distance inférieure à $v.T$ est soumis à une infinité d'ondelettes qui se superposent. A l'instant $t + T$, ces ondelettes se superposent pour constituer la surface d'onde Σ_{t+T} (Fig.1).



Ch. Huygens

Christian Huygens (1629-1695).

Physicien, géomètre et astronome hollandais. En optique, ses travaux sont restés célèbres. Il perfectionna la technique de la taille des verres d'optique et construisit la première lunette astronomique. En 1678, il publia son livre «Traité de lumière» dans lequel se trouvent les lois de la réflexion, de la réfraction et une interprétation de la double réfraction dans le spath d'Islande.

Le phénomène de diffraction

L'onde incidente atteint le plan de la fente F à l'instant t . Chaque point de la surface d'onde Σ_t , placé en face de la fente F , émet à travers F une ondelette circulaire, dont il est le centre. A l'instant $(t+T)$, la surface de l'onde transmise Σ_{t+T} est la superposition des ondelettes qui sont issues de F et qui ont pour rayon : $v.T$. Le phénomène de diffraction observé au delà de la fente F , résulte de la superposition des ondelettes issues de F (Fig.2).

Dans le cas où la largeur a de la fente F est très petite par rapport à λ , la surface d'onde Σ_{t+T} est pratiquement circulaire. Dans ce cas, la fente F est assimilée à une source secondaire unique (Fig.3)

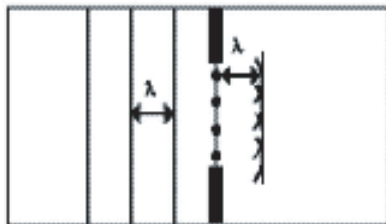


Fig.2

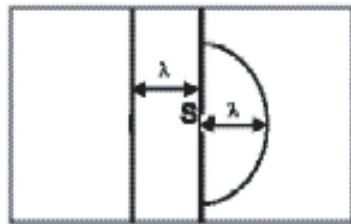


Fig.3

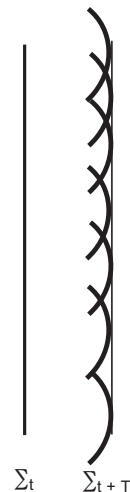


Fig.1

Objectifs

- ◆ Décrire une expérience qui montre que l'énergie de l'atome est quantifiée.
- ◆ Calculer l'énergie de l'atome d'hydrogène en joule et en électron-volt.
- ◆ Distinguer un spectre d'émission d'un spectre d'absorption.
- ◆ Appliquer la relation $\Delta E = h \cdot \nu$.
- ◆ Identifier un élément chimique à partir de son spectre d'émission ou d'absorption.
- ◆ Utiliser le spectre de la lumière émise par une étoile pour reconnaître certains de ses constituants.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir la force d'interaction gravitationnelle. ◆ Définir la force d'interaction électrique ou coulombienne. ◆ Énoncer le principe de conservation de l'énergie. ◆ Définir les grandeurs caractéristiques d'une onde : période, fréquence et longueur d'onde. ◆ Donner les règles de répartition des électrons d'un atome sur les différents niveaux d'énergie. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Utiliser un prisme pour analyser une lumière. ◆ Appliquer le principe de conservation de l'énergie. ◆ Convertir en électron-volt, une énergie exprimée en joule et inversement. ◆ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au cas du mouvement d'un satellite. ◆ Distinguer entre une lumière monochromatique et une lumière polychromatique. ◆ Répartir les électrons d'un atome sur les niveaux d'énergie.

SPECTRE ATOMIQUE

9



L'analyse de la lumière émise par les corps célestes est un moyen d'investigation précieux en astrophysique. Les couleurs de cette image de la nébuleuse du crabe révèlent sa nature physique.

- ◆ L'analyse de la lumière émise par un objet quelconque peut-elle nous renseigner sur sa composition chimique, sa température ou sa vitesse s'il est en mouvement ?
- ◆ Comment peut-on identifier un élément chimique à partir de l'analyse de son spectre lumineux ?
- ◆ On dit que le spectre d'émission d'un atome constitue sa «carte d'identité». Pourquoi ?

SPECTRE ATOMIQUE

Nous savons que la lumière blanche est une lumière polychromatique. De ce fait, son passage à travers un prisme de verre donne le spectre visible de la lumière blanche qui nous rappelle les sept couleurs de l'arc en ciel (rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo et violet).

Qu'en est-il pour le spectre obtenu par la dispersion d'une lumière émise par une lampe à vapeur de sodium ou de mercure (lampes d'éclairage public) ?

1 ENERGIE DES SYSTEMES EN INTERACTION

1.1 - CAS D'UN SYSTÈME MACROSCOPIQUE

Considérons un système déformable {Terre -Satellite}. Son énergie mécanique E est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle.

On a vu en 3ème année que par application de la loi de gravitation universelle au système déformable {Terre -Satellite}, on peut exprimer les forces d'interaction entre la Terre (T) de masse M et le satellite artificiel (S) de masse m (Fig.1).

$$\vec{F}_{T/S} = - G \frac{mM}{r^2} \vec{u}_{TS} = - \vec{F}_{S/T}$$

avec : \vec{u}_{TS} : vecteur directeur unitaire de l'axe joignant (T) et (S),

G : constante de gravitation universelle,

r : distance séparant le satellite de la Terre.



Fig.1 : Interaction gravitationnelle

Questions

1°) Comment peut-on modifier l'énergie mécanique de ce système en mouvement ?

2°) Les orbites des satellites autour de la Terre sont-elles limitées à des distances fixes ?

3°) Un avion en vol peut-il changer d'altitude ?

Interprétation

Pour placer des satellites artificiels en orbite autour de la Terre, on doit fournir une énergie W au système {Terre-Satellite}. Ainsi l'énergie du système subit une variation. Il est possible de placer des satellites artificiels en orbite autour de la Terre sur une très large gamme de distances. La valeur de l'énergie W fournie au système {Terre-Satellite} dépend de l'intensité des actions mécaniques exercées sur le système et de la durée de leur application. Toutes les valeurs de l'énergie W sont permises.

Les satellites d'observation de la Terre sont situés à une altitude de l'ordre de quelques centaines de kilomètres, alors que les satellites géostationnaires sont à plusieurs dizaines de milliers de kilomètres. La Lune (satellite naturel de la Terre) est située à plusieurs centaines de milliers de kilomètres.

Un avion en vol peut changer d'altitude à tout moment.

Conclusion

Lorsqu'un système macroscopique interagit avec l'extérieur, l'énergie du système peut varier de façon continue.

1.2- CAS D'UN SYSTÈME MICROSCOPIQUE : L'ATOME

Dans un atome, les électrons sont en mouvement dans le champ électrique du noyau. La cohésion du système atomique noyau-électron est assurée par la force d'interaction coulombienne.

Pour un atome à un électron (cas de l'atome d'hydrogène), la valeur de la force exercée par le noyau, considéré comme ponctuel et situé en A, sur l'électron situé en B (Fig.2), est :

$$\vec{F}_{A/B} = k \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u}_{AB} = -k \frac{e^2}{r^2} \vec{u}_{AB} = -\vec{F}_{B/A}$$

Avec \vec{u}_{AB} : vecteur directeur unitaire de l'axe joignant le noyau et l'électron,

e : charge électrique élémentaire,

r : distance séparant le noyau de l'électron,

k : une constante qui vaut $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

L'analogie entre les systèmes {Terre-satellite} et {noyau-électron} a conduit E.Rutherford à proposer un modèle «planétaire» de l'atome.

Dans ce modèle, les électrons gravitent autour du noyau, comme les satellites autour de la Terre ou les planètes autour du soleil, sur des trajectoires circulaires.

Questions

1°) Dans le modèle planétaire de l'atome, les électrons subissent-ils une accélération ? Donner les caractéristiques d'une telle accélération si elle existe.

2°) En s'appuyant sur la loi de Maxwell : «toute particule chargée électriquement et accélérée rayonne de l'énergie» :

a) préciser l'effet de ce rayonnement sur le mouvement d'un électron autour du noyau.

b) l'énergie du système {noyau-électron} est-elle conservée ?

Interprétation

D'après le modèle planétaire de l'atome proposé par Rutherford, le mouvement des électrons autour du noyau est comparable à celui des satellites autour de la Terre ou les planètes autour du soleil. Dans le cas de l'atome d'hydrogène formé d'un proton et d'un électron, ce dernier décrit une orbite circulaire autour du noyau.

D'après la théorie de Maxwell, au cours de son mouvement autour du noyau, l'électron de l'atome d'hydrogène rayonne de l'énergie. Il perd ainsi de l'énergie sous forme de rayonnement.



Fig.2 : Interactions coulombiennes

S'il continue à perdre de l'énergie, il doit ainsi se rapprocher du noyau et finir par «s'écraser» sur lui et l'atome d'hydrogène ne sera pas stable !

Conclusion

Par application des lois de la mécanique newtonienne, on ne peut pas interpréter l'interaction électron-noyau au niveau de l'atome.

2 LA QUANTIFICATION DE L'ÉNERGIE

2.1 - EXPÉRIENCE DE FRANCK ET HERTZ (1914)

Cette expérience consiste à bombarder de la vapeur de mercure sous faible pression avec un faisceau d'électrons.

Dispositif expérimental simplifié

Le dispositif expérimental simplifié permettant de retrouver les travaux de Franck et Hertz est constitué essentiellement des éléments suivants :

- une enceinte contenant de la vapeur de mercure à faible pression,
- un canon à électrons permettant d'obtenir des électrons de même énergie cinétique E_C ,
- un capteur analyseur permettant de compter les électrons qui l'atteignent avec une énergie cinétique donnée (Fig.4).



Fig.3 : J.Franck et G.Hertz, physiciens allemands

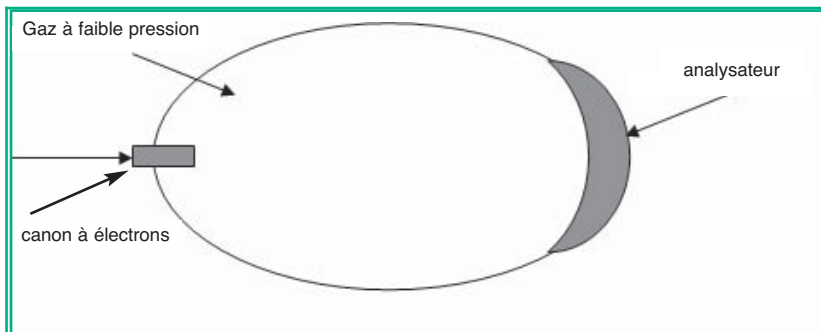


Fig.4 : Schéma du principe de l'expérience de Franck et Hertz

Principe de l'expérience :

On fait varier l'énergie cinétique E_C des électrons émis par le canon (à l'aide d'une tension accélératrice) et on règle le capteur de sorte à compter le nombre des électrons qui l'atteignent avec l'énergie cinétique E_C .

Les résultats de l'étude expérimentale ont permis de tracer la courbe représentant $\frac{N_C}{N_e}$ en fonction de l'énergie cinétique E_C , avec N_C le nombre d'électrons par unité de temps comptés sur l'analyseur et N_e le nombre d'électrons par unité de temps initialement émis par le canon à électrons (Fig.5).

Questions

1°) Décrire brièvement l'allure de la courbe $\frac{N_c}{N_e} = f(E_c)$ en comparant N_c et N_e pour $E_c < 4,9 \text{ eV}$ et pour $E_c > 4,9 \text{ eV}$.

2°) Interpréter la chute du rapport $\frac{N_c}{N_e}$ pour $E_c = 4,9 \text{ eV}$, sachant qu'en lui fournissant de l'énergie, un atome peut se trouver dans un état excité.

Interprétation

Pour $E_c < 4,9 \text{ eV}$, on a $\frac{N_c}{N_e} = 1$, ça signifie que tout électron émis avec une énergie E_c atteint le capteur avec la même énergie. Pourtant, certains électrons émis peuvent entrer en collision avec les atomes de mercure mais sans leur céder d'énergie : il s'agit de chocs élastiques.

Quand l'énergie E_c des électrons émis est supérieure ou égale à $4,9 \text{ eV}$, on a $\frac{N_c}{N_e} < 1$.

Ça signifie qu'un certain nombre de ces électrons émis par le canon n'atteignent pas le capteur avec leur vitesse initiale. En fait, ils entrent en collision avec les atomes de mercure et leur cèdent une énergie de valeur $4,9 \text{ eV}$: il s'agit de chocs inélastiques. Ces électrons ne sont plus comptés, d'où la chute du rapport $\frac{N_c}{N_e}$.

Donc, au cours de l'interaction atome-électron, l'atome de mercure ne peut prendre qu'une énergie bien déterminée, telle que $4,9 \text{ eV}$.

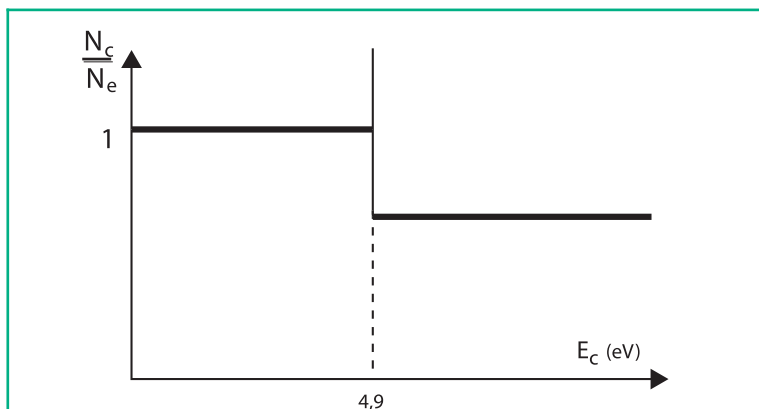


Fig.5 : Résultats de l'expérience de Franck et Hertz

Conclusion

Lors de la collision d'un atome avec un électron d'énergie cinétique E_c , l'électron peut lui céder de l'énergie. Cette énergie transférée ne peut prendre que des valeurs particulières.

L'expérience de Franck et Hertz met en évidence la quantification du transfert d'énergie entre un atome et le milieu extérieur.

2.2 - NIVEAUX D'ÉNERGIE D'UN ATOME

Un atome est constitué essentiellement d'un noyau et d'électrons en mouvement autour du noyau. Il possède une énergie microscopique traduisant les interactions entre ses différents constituants.

Hypothèses de Bohr

Pour améliorer le modèle planétaire de l'atome proposé par Rutherford, Niels Bohr (Fig.6a) a été amené en s'inspirant d'hypothèses utilisés par Planck (Fig.6b), à avancer les hypothèses suivantes :

- Les variations d'énergie de l'atome sont quantifiées.
- L'atome ne peut exister que dans certains états d'énergie bien définis.

Niveaux d'énergie

En se basant sur les hypothèses de Bohr, on peut dire que :

- l'énergie d'un atome donné ne peut prendre que certaines valeurs particulières appelées niveaux d'énergie.
- l'ensemble des niveaux d'énergie associés à un atome est unique.

On schématise les niveaux d'énergie d'un atome par des paliers sous forme de traits définis par $E = \text{cte}$ sur un axe choisi comme axe des énergies (Fig.7).

Dans son état le plus stable, un atome est au niveau d'énergie le plus bas : on dit qu'il est dans son **état fondamental**.

Les niveaux d'énergie supérieurs sont appelés des **états excités**.

Le passage de l'atome d'un état de niveau d'énergie E_p à un état d'énergie E_n est appelé un **transition**, p et n étant des entiers désignant les numéros des états considérés.

Questions

1°) Lorsqu'un atome est dans un état autre que son état fondamental, on dit qu'il est dans un état excité. Pourquoi ?

2°) a) Pour qu'un atome passe de son état fondamental à un état excité, ou de ce dernier à un autre plus excité, faut-il qu'il cède ou bien qu'il absorbe de l'énergie ?

b) Pour ce faire, est-ce que toute énergie mise en jeu est suffisante pour que la transition précédente ait lieu ? Sinon, donner son expression en fonction des énergies des deux niveaux concernés.

Conclusion

L'énergie d'un atome est quantifiée : elle ne peut prendre que des valeurs discrètes caractéristiques de l'atome. Chacune entre elles représente alors un niveau d'énergie E_n . Dans son état fondamental, un atome est au plus bas niveau d'énergie. Grâce à un apport d'énergie de l'extérieur, un atome peut se trouver dans un état excité.



Fig.6 a : Niels Bohr, physicien danois (1855-1962), prix Nobel de physique en 1922



Fig.6 b : Max Planck, physicien allemand (1858-1947), prix Nobel de physique en 1918

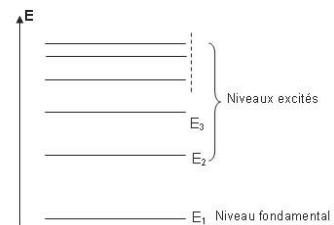


Fig.7 : Les niveaux d'énergie d'un atome.

3 SPECTRES LUMINEUX

Le spectromètre est un dispositif expérimental qui peut disperser une lumière polychromatique et mettre en évidence les radiations lumineuses qui la composent.

Si on observe le spectre directement à l'œil nu, le spectromètre utilisé est appelé un spectroscopie. L'élément essentiel de tout spectromètre est le **disperseur**, il existe deux types de disperseur : le **réseau** (Fig.8a) et le **prisme** (Fig.8b).

Le réseau :

Un réseau est constitué de fentes très fines et très serrées, gravées sur une plaque de verre. Dans ce cas, la décomposition de la lumière est provoquée par le phénomène de diffraction entre autres.

Remarque : Si le spectre se forme sur une pellicule photographique, le spectromètre utilisé est appelé un spectrographe.



Fig.8a : Un réseau



Fig.8b : Dispersion par un prisme

3.1- SPECTRE VISIBLE DE LA LUMIÈRE BLANCHE (RAPPEL)

On a vu que le passage d'un faisceau de lumière blanche à travers un prisme donne sur un écran E un spectre continu dont les couleurs rappellent celles de l'arc-en-ciel appelé spectre visible de la lumière blanche (Fig.9).

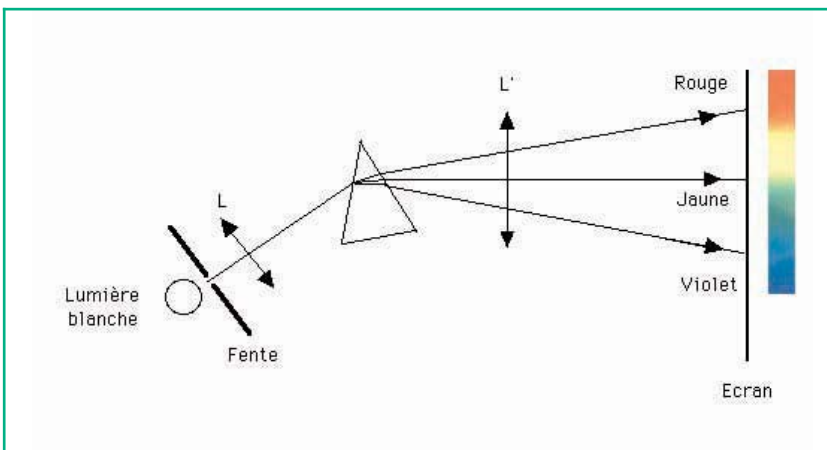


Fig.9 : Dispersion de la lumière blanche

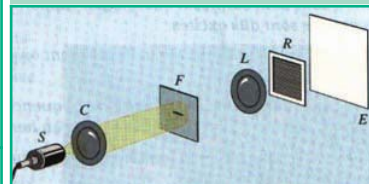


Fig.10a : Dispositif expérimental permettant d'obtenir un spectre d'émission

3.2- SPECTRE D'ÉMISSION

Dispositif expérimental

Il est constitué essentiellement d'une source de lumière S (une lampe spectrale à vapeur de mercure ou d'hydrogène), un condenseur C, une fente rectangulaire F, une lentille L, un réseau R et un écran E, comme le montre la figure 10a.



Fig.10b : Lampe spectrale

En éclairant le réseau avec la lampe spectrale de mercure, on obtient sur l'écran le spectre de raies de la figure 11a.

On refait la même expérience, mais en remplaçant la lampe spectrale de Hg par une lampe à vapeur d'hydrogène, on obtient le spectre de raies de la figure 11b.



Fig.11a : Spectre d'émission du mercure



Fig.11b : Spectre d'émission de l'hydrogène

Questions

- 1°) a) Décrire brièvement les spectres obtenus.
b) Les comparer entre eux, puis avec le spectre de la lumière blanche.
- 2°) En déduire qu'à chaque élément chimique correspond un spectre bien défini.

Interprétation

La lumière émise par une lampe spectrale (lampe à vapeur de mercure) analysée par un réseau donne lieu à un spectre discontinu, constitué de bandes fines multicolores sur fond sombre, appelé spectre de raies.

Etant le résultat de la dispersion du faisceau lumineux émis par une lampe à vapeur d'atomes identiques, le spectre de raies est appelé spectre d'émission.

Le spectre d'émission caractérise l'élément chimique qui le produit. Les figures 11.a et 11.b représentent les spectres d'émission du mercure et de l'hydrogène.

Le spectre d'émission de l'hydrogène est constitué de quatre raies : H_α de couleur rouge orangée, H_β de couleur bleue, H_γ de couleur indigo et H_δ de couleur violette.

Conclusion

Tout élément chimique est caractérisé par un spectre de raies appelé spectre d'émission.

3.3- SPECTRE D'ABSORPTION

On reprend le montage de la figure 10a en interposant entre le condenseur et la fente de la vapeur de sodium (on fait brûler du sodium) comme le montre la figure 12.

Le faisceau de lumière blanche passe à travers les vapeurs de sodium avant de traverser le réseau et donne sur l'écran le spectre de la figure 13.

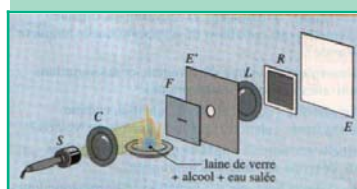


Fig.12 : Dispositif expérimental permettant d'obtenir un spectre d'émission

Les vapeurs de mercure et d'hydrogène traversées par un faisceau de lumière blanche à travers un spectroscopie donnent lieu respectivement aux spectres des figures 14a et 14b.



Fig.13 : Spectre d'absorption du sodium.



Fig.14a : Spectre d'absorption du mercure.



Fig.14b : Spectre d'absorption de l'hydrogène.

Questions

- 1°) Décrire brièvement le spectre obtenu à la figure 13 et le comparer au spectre visible de la lumière de la figure 9.
- 2) Quel est l'effet de la vapeur de sodium sur le spectre obtenu ?
- 3) Comparer les spectres obtenus des figures 13, 14a et 14b entre eux.
- 4) Comparer les spectres de raies des figures 11a et 14a, puis ceux des figures 11b et 14b en nature, en nombre et en disposition relative des raies.

Interprétation :

Un gaz ou une vapeur métallique traversée par un faisceau de lumière blanche absorbe les radiations dont les énergies peuvent mettre les atomes de la vapeur dans des états excités, ce qui explique l'obtention du spectre visible de la lumière blanche avec des raies noires (cannelures) : c'est le spectre d'absorption d'un élément chimique.

Les raies noires traduisent l'absence de radiations absorbées par la vapeur gazeuse.

Ainsi, le spectre d'absorption du sodium présente une raie noire (Fig.13), celui de l'hydrogène quatre raies noires (Fig.14b).

Les raies d'absorption sont caractéristiques de l'élément chimique.

Conclusion

En plus du spectre d'émission, les atomes d'un élément chimique donné sont caractérisés par un spectre d'absorption. Le spectre d'absorption atomique d'un élément chimique est le spectre continu de la lumière blanche qui lui manque les raies correspondant aux radiations absorbées par les atomes de cet élément chimique.

Les cannelures d'un spectre d'absorption sont superposables aux raies du spectre d'émission du même élément chimique.

Le spectre d'émission ou d'absorption constitue « la carte d'identité » de l'élément chimique.

Remarque

Quand on passe du spectre d'émission au spectre d'absorption, il y a renversement des raies : une raie brillante se transforme en raie noire au même endroit du spectre (Fig.15).



Fig.15 : Spectres d'émission et d'absorption de l'hydrogène

4**SPECTRES DE L'ATOME D'HYDROGÈNE****4.1- NOTION DE PHOTON**

Le phénomène de diffraction de la lumière met en évidence sa nature ondulatoire. Cependant, cet aspect ne permet pas d'interpréter le spectre d'émission d'un élément chimique.

Pour cela, on admet qu'une radiation lumineuse de longueur d'onde λ est constituée d'un flux de particules non chargées et sans masse appelées photons. Chaque photon transporte l'énergie : $W = h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \nu$, où h est une constante appelée la constante de Planck. $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s.

Remarque

L'énergie d'un photon est appelée quantum d'énergie.

4.2- MODÈLE DE BOHR DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

Pour interpréter le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, Niels Bohr a été amené à conférer à l'atome d'hydrogène un modèle basé sur les postulats suivants :

- Le noyau est supposé fixe dans l'atome car sa masse est 1836 fois plus grande que celle de l'électron.
- L'électron ne peut graviter autour du noyau que sur des orbites circulaires bien déterminées. Ces orbites quantifiées sont dites stationnaires.
- L'électron n'échange de l'énergie avec l'extérieur que lors de son passage d'une orbite stationnaire à une autre.

4.3- ÉNERGIE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

L'atome d'hydrogène est le plus simple des atomes et à ce titre son spectre est le premier qui a été interprété.

En se basant sur ses postulats, Bohr établit l'expression de l'énergie de l'atome d'hydrogène pour un niveau d'énergie E_n en fonction de l'énergie E_0 de l'état fondamental.

$$E_n = \frac{E_0}{n^2}; \text{ avec } E_0 = 13,6 \text{ eV et } n \text{ un entier naturel non nul}$$

E_n est exprimé en eV.

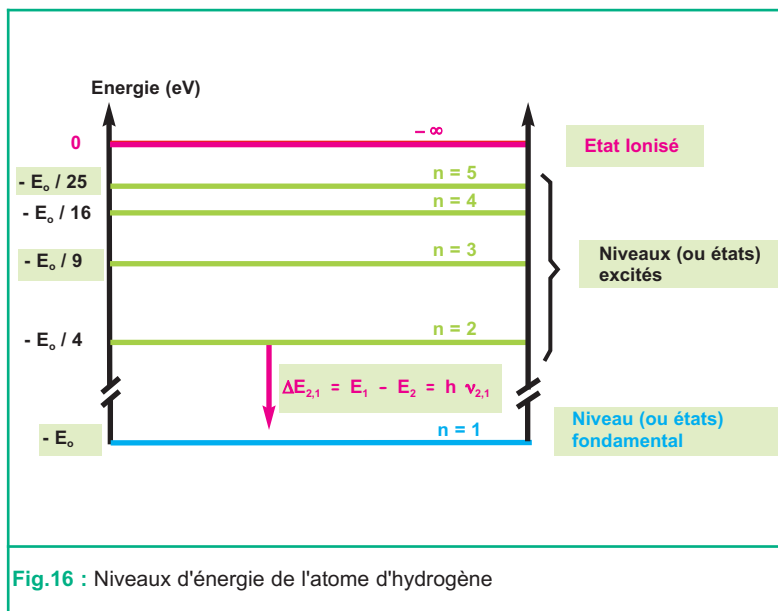
$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

- Pour $n = 1$, $E_1 = -13,6 \text{ eV}$; c'est le niveau d'énergie minimale ou niveau fondamental. Il correspond à l'état le plus stable de l'atome d'hydrogène.

- Pour $n > 1$: $-13,6 \text{ eV} < E_n < 0$: l'atome est dans l'un des états excités.(Fig.16)

- Pour $n \rightarrow \infty$, $E_n(\infty) = 0$: l'atome est ionisé, le proton et l'électron sont séparés.

Pour ioniser un atome d'hydrogène pris dans son état fondamental, il faut lui fournir une énergie au moins égale à 13,6 eV (énergie d'ionisation). Avec cette énergie, l'électron est séparé du proton et son énergie cinétique est nulle (Fig.16).



4.4- INTERPRÉTATION DES RAIES D'ÉMISSION

• Grâce à un apport extérieur d'énergie, par exemple sous l'effet d'un rayonnement ou par collision avec un atome ou une autre particule matérielle, l'atome peut passer d'un niveau n à un niveau p ($p > n$). Dans ce cas, l'atome absorbe juste l'énergie nécessaire au changement de niveau :

$$\Delta E_{n,p} = E_p - E_n = \frac{-13,6}{p^2} + \frac{13,6}{n^2} = 13,6 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right).$$

• Lorsqu'un atome se désexcite en passant d'un niveau p vers un niveau n ($p > n$), il restitue l'énergie : $\Delta E_{p,n} = E_n - E_p$ en émettant un photon d'énergie $h\nu = -\Delta E_{p,n}$.

Questions

1°) Calculer l'écart d'énergie $\Delta E_{2,1} = (E_1 - E_2)$ en passant du niveau E_2 au niveau E_1 , en déduire la fréquence $\nu_{2,1}$ et la longueur d'onde $\lambda_{2,1}$. Dans quel domaine se situe cette transition ? En est-il de même pour toutes les transitions qui aboutissent au niveau fondamental $n = 1$?

2) Calculer l'écart d'énergie $\Delta E_{3,2} = E_2 - E_3 = h\nu_{3,2}$ entre les niveaux E_3 et E_2 , en déduire la valeur de la fréquence $\nu_{3,2}$ et de la longueur d'onde $\lambda_{3,2}$. Dans quel domaine se situe cette transition ? En est-il de même pour toutes les transitions qui aboutissent au premier niveau excité $n = 2$?

3) Montrer que les raies d'émission observées sur la figure 16 correspondent bien aux transitions aboutissant au premier niveau excité $n = 2$.

4) Dans quel domaine se situent les transitions aboutissant aux niveaux excités $n = 3$; $n = 4$; $n = 5$?

Interprétation

A partir de la relation $\Delta E_{p,n} = E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = h\nu_{p,n}$, on peut calculer $\Delta E_{p,n}$ quels que soient p et n .

• Pour $n = 1$ et $p = 2$, $\Delta E_{2,1} = E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV} = 16,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$,
 or $\Delta E_{2,1} = h\nu_{2,1}$, d'où $\nu_{2,1} = 2,4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ et $\lambda_{2,1} = \frac{c}{\nu_{2,1}} = 121 \text{ nm}$.

• Pour tout $p > 2$, $\Delta E_{p,1} = h\nu_{p,1} > \Delta E_{2,1}$, d'où $\nu_{p,1} > \nu_{2,1}$.

Donc, il en est de même pour toutes les transitions aboutissant au niveau fondamental $n = 1$.

Ces transitions constituent une série de raies invisibles appelée série de Lyman.

• Pour les transitions aboutissant au niveau excité $n = 2$:

$$\Delta E_{p,2} = -E_0 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{p^2} \right).$$

Par exemple, la transition du niveau $p = 3$ vers le niveau $n = 2$ correspond à $\Delta E_{3,2} = E_2 - E_3 = -1,88 \text{ eV} = -3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, d'où $\nu_{3,2} = 4,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ et $\lambda_{3,2} = 656 \text{ nm}$.

C'est la raie H_α de couleur rouge orangée. Il en est de même pour les autres transitions qui aboutissent au niveau excité $n = 2$, on obtient alors $\lambda_{4,2} = 486 \text{ nm}$ (H_β), $\lambda_{5,2} = 434 \text{ nm}$ (H_γ) et $\lambda_{6,2} = 410 \text{ nm}$ (H_δ).

Les raies correspondant aux transitions qui aboutissent au niveau excité $n = 2$ constituent la **série de Balmer**.

Questions

Montrer par un calcul similaire que les transitions qui aboutissent aux niveaux excités $n = 4$ ou $n = 5$ ou $n = 6$ donnent des radiations qui se trouvent dans l'infrarouge.

La série infrarouge correspondant au retour vers le niveau excité $n = 3$ s'appelle **série de Paschen**, celle vers le niveau $n = 4$ est la **série de Brackett**. La **série de Pfund** correspond au retour vers le niveau $n = 5$ (Fig.17).

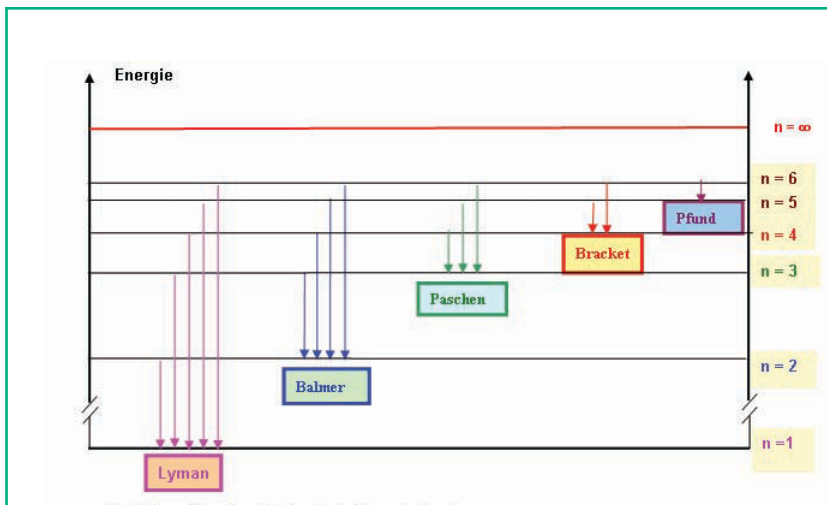


Fig.17 : Les différentes séries de raies de l'atome d'hydrogène

4.5- INTERPRÉTATION DES RAIES D'ABSORPTION

Considérons un atome d'hydrogène dans l'état d'énergie E_n . Quand il reçoit un photon d'énergie $h\nu$ deux éventualités se présentent :

- **L'énergie du photon est insuffisante pour ioniser l'atome.**
- Si l'énergie du photon correspond exactement à une transition possible entre le niveau d'énergie E_n et un niveau excité d'énergie E_p , avec $p > n$, la radiation de fréquence ν

est absorbée ; la conservation de l'énergie conduit à la relation :

$$\Delta E_{n,p} = E_p - E_n = h\nu .$$

Le spectre d'absorption présente alors une raie noire correspondant à la fréquence ν .

Si l'énergie du photon ne correspond pas à une transition électronique possible, le photon n'est pas absorbé, mais diffusé, c'est-à-dire renvoyé avec la même énergie dans une direction à priori quelconque.

• **L'énergie du photon est supérieure ou égale à l'énergie d'ionisation de l'atome.**

Si l'énergie $h\nu$ du photon est supérieure à l'énergie d'ionisation E_i , le photon peut être absorbé : une partie de son énergie permet l'ionisation de l'atome ; le reste est transféré sous forme d'énergie cinétique à l'électron éjecté.

Ainsi, un photon d'énergie quelconque peut être absorbé par l'atome d'hydrogène pourvu que cette énergie soit au minimum égale à l'énergie d'ionisation.

5 APPLICATIONS

5.1- EN CHIMIE

L'expérience montre que le spectre d'une source lumineuse est formé de l'ensemble de spectres de tous les éléments qu'elle renferme. Cette propriété est mise à profit pour faire l'analyse élémentaire de la source. Ainsi, pour déterminer la composition d'un alliage, les métallurgistes en font passer un échantillon à l'arc électrique et analysent le spectre obtenu. L'examen de la position des raies permet l'identification des éléments présents dans l'alliage, alors que la comparaison des intensités des raies permet de déterminer le pourcentage de chaque constituant.

Enfin, les spectres d'absorption ont aussi un rôle fondamental en analyse chimique : identification des molécules.

5.2- EN ASTROPHYSIQUE

La lumière que les étoiles nous envoient peut être analysée. Cette analyse nous fournit des renseignements précis sur cet astre.

Les étoiles émettent un spectre continu produit par les régions internes qui sont très chaudes, le rayonnement traverse ensuite les régions superficielles qui sont plus froides et jouent le rôle d'un absorbant. Le spectre d'une étoile se présente donc comme un spectre continu comportant de nombreuses raies noires (raies d'absorption) (Fig.18).



Fig.18 : Spectre d'une étoile

Un tel spectre nous renseigne sur :

- **la température de l'étoile**

Plus une étoile est chaude, plus son spectre s'étend vers le violet. On en déduit, de cette manière, la température de surface de l'étoile.

Il existe des étoiles froides, presque invisibles (1000°C), des étoiles rouges (Bételgeuse : 2500°C); des étoiles jaunes (soleil : 5500°C) ; des étoiles blanches (Sirius : 10000°C) et des étoiles bleues (Rigel : 20000°C).

- **la composition chimique**

Les raies d'absorption du spectre continu d'une étoile permettent de déterminer la nature des éléments présents dans les couches superficielles de l'étoile. Elles permettent également d'évaluer sa composition : les raies d'absorption caractéristiques d'un élément sont d'autant plus noires que cet élément est présent en plus grande quantité.

La figure19 représente le spectre solaire. C'est un spectre continu avec des raies noires dues à l'absorption des éléments contenus dans la chromosphère, enveloppe gazeuse du soleil. On y met en évidence les éléments hydrogène (H), hélium (He), sodium (Na), fer (Fe), mercure (Hg) ...



Fig.19 : Le spectre solaire

- **la vitesse de l'étoile**

Lorsque l'étoile se déplace, la fréquence des radiations émises varie légèrement par rapport à la fréquence qui serait émise par l'étoile immobile : c'est ce qui est connu sous le nom d'effet Doppler- Fizeau. Si l'étoile s'éloigne de la Terre, la fréquence diminue et la longueur d'onde augmente, c'est le déplacement vers le rouge. Au contraire, quand l'étoile se rapproche de la Terre, le déplacement est alors vers le violet.

La mesure de la variation de fréquence $\Delta\nu$ conduit à celle de la vitesse de l'étoile.

L'essentiel

- L'énergie de l'atome est **quantifiée**, c'est-à-dire qu'elle ne peut prendre qu'une suite de valeurs discrètes.
- Dans son état fondamental (état le plus stable), un atome est à son plus bas niveau d'énergie. En lui apportant de l'énergie, un atome peut se trouver dans l'un de ses états excités.
- On appelle transition atomique tout passage de l'atome d'un niveau d'énergie à un autre.
- Lors de l'absorption d'un photon d'énergie $h\nu$, l'atome passe d'un niveau d'énergie E_n à un niveau d'énergie E_p supérieure. L'énergie de l'atome varie de $\Delta E_{n,p} = E_p - E_n = h\nu$.
- Lors de l'émission d'un photon d'énergie $h\nu$, l'atome passe d'un niveau d'énergie E_p à un niveau d'énergie E_n inférieure. L'énergie de l'atome varie de $\Delta E_{p,n} = E_n - E_p = -h\nu$.
- L'énergie quantifiée de l'atome d'hydrogène est : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ en eV, avec n nombre entier supérieur ou égal à 1 et $E_0 = 13,6$ eV.
- Toute radiation lumineuse de fréquence ν est émise sous forme d'un flux de photons, particules sans masse et d'énergie élémentaire $W = h\nu$.
- Dans un spectre d'émission ou d'absorption, chaque raie représente une transition d'un niveau E_p à un niveau E_n produite par l'émission ou l'absorption d'un photon de fréquence ν telle que : $|E_p - E_n| = h\nu$.
- Le spectre d'émission ou d'absorption d'un atome constitue «sa carte d'identité».

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont données par l'expression :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV).}$$

1°) Calculer les valeurs des niveaux d'énergie E_1 , E_2 et E_3 .

2°) Que nomme-t-on le premier niveau ?

3°) Pour quelle valeur de n , E_n est nulle ? Dans quel état, l'atome d'hydrogène, se trouve-t-il ?

4°) Calculer la fréquence de la radiation émise quand l'atome passe du niveau E_2 au niveau E_1 .

5°) En déduire la longueur d'onde correspondante. A quel domaine spectral appartient-elle ?

On donne : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ et $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

SOLUTION

1°) Les valeurs des niveaux d'énergie sont données par application de la relation :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}.$$

$E_1 = -13,60 \text{ eV}$, $E_2 = -3,40 \text{ eV}$ et $E_3 = -1,51 \text{ eV}$.

2°) E_1 correspond au niveau fondamental.

3°) L'énergie E_n est nulle pour n qui tend vers l'infini ; l'atome d'hydrogène est ainsi ionisé (H^+).

4°) Le passage de l'atome d'hydrogène du niveau d'énergie E_2 au niveau inférieur E_1 , se traduit par l'émission d'un photon d'énergie $h\nu_{2,1} = E_2 - E_1$, donc de fréquence

$$\nu_{2,1} = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

A.N : $\nu_{2,1} = 2,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$5°) \nu_{2,1} = \frac{c}{\lambda_{2,1}} \Leftrightarrow \lambda_{2,1} = \frac{c}{\nu_{2,1}}$$

A.N : $\lambda_{2,1} = 122 \text{ nm}$

Cette radiation appartient au domaine de l'ultraviolet (UV).

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La quantification de l'énergie des atomes est expliquée dans le cadre de la mécanique de Newton, tout comme le mouvement des planètes.
- 2- L'énergie d'un atome varie de façon continue.
- 3- L'énergie d'un atome dans son état fondamental est maximale.
- 4- Pour amener un atome d'un niveau d'énergie E_n à un niveau E_p supérieur, il faut lui fournir l'énergie $E_p - E_n$.
- 5- Un photon qui peut ioniser un atome d'hydrogène pris dans son état fondamental a une énergie supérieure à 13,6 eV.
- 6- L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental pour n qui tend vers l'infini.
- 7- On fournit successivement à l'atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, les quantas d'énergie suivants : 6 eV ,12,7 eV et 15 eV. Les quantas 6 eV et 12,7 eV sont absorbés par l'atome.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- 1- L'énergie de l'atome est :
 - a- quantifiée ; b- discontinue ;
 - c- quelconque .
- 2- Les fréquences des photons émis par un gaz d'atomes excités :
 - a- sont égales aux fréquences absorbées par les atomes de gaz ;
 - b- sont différentes des fréquences absorbées par les atomes de gaz ;
 - c- sont plus grandes que les fréquences absorbées par les gaz.
- 3- Un atome dans son état fondamental peut :
 - a-émettre un photon ;
 - b- absorber un photon ;
 - c- émettre plusieurs photons.
- 4- Deux éléments chimiques différents :
 - a- peuvent avoir le même spectre d'absorption ;
 - b- ne peuvent jamais avoir le même spectre
 - c- peuvent avoir le même spectre d'émission.
- 5- L'énergie minimale nécessaire pour ioniser un atome d'hydrogène dans son état fondamental est :
 - a- 15 eV ; b- 13,6 eV ;
 - c- 10,4 eV.
- 6- La relation donnant la fréquence $\nu_{n,p}$ d'un photon émis lors d'une transition du niveau E_n vers le niveau E_p est :
 - a- $\nu_{n,p} = h(E_n - E_p)$; b- $\nu_{n,p} = \frac{h}{E_n - E_p}$;
 - c- $\nu_{n,p} = \frac{E_n - E_p}{h}$.

Exercices d'application

3 un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental peut-il absorber :

- 1°) un photon d'énergie $E = 8,8 \text{ eV}$?
 2°) un photon de longueur d'onde $\lambda = 632 \text{ nm}$?
 Données : les premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène :
 $E_1 = -13,6 \text{ eV}$; $E_2 = -3,4 \text{ eV}$; $E_3 = -1,51 \text{ eV}$;
 $E_4 = -0,85 \text{ eV}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

4 On donne quelques niveaux d'énergie de l'atome de mercure.

- $E_3 = -2,72 \text{ eV}$; $E_2 = -3,4 \text{ eV}$; $E_1 = -4,99 \text{ eV}$;
 $E_0 = -10,45 \text{ eV}$ (niveau fondamental)

Exercices de synthèse

5 Les niveaux énergétiques possibles de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}, \text{ avec } E_0 = 13,6 \text{ eV}$$

1°) Calculer les énergies de l'état fondamental, des trois premiers états excités et de l'état ionisé. Représenter le diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène en ne faisant figurer que les états précédents.

2°) On fournit successivement à un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, les quanta d'énergies suivants :

- a) 6 eV ; b) $12,75 \text{ eV}$; c) 18 eV .
 Dans quels cas l'atome pourra-t-il absorber l'énergie fournie et dans quel état se trouvera-t-il alors ?

3°) On fournit à un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, l'énergie suffisante afin qu'il parvienne au niveau excité caractérisé par $n = 4$. Cette énergie est fournie par une radiation électromagnétique.

Quelle doit être la longueur d'onde dans le vide de cette radiation incidente ?

4°) Un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, absorbe un photon et s'ionise.

Les constantes fondamentales valent respectivement :

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} ; c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ;$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

1°) Calculer les énergies des photons émis par l'atome de mercure lorsque celui-ci passe du niveau E_3 au niveau E_1 et du niveau E_2 au niveau E_0 .

Donner les résultats en électrons volts et en joules.

2°) Quelles sont les longueurs d'onde $\lambda_{3,1}$ et $\lambda_{2,0}$ des rayonnements émis ?

3°) Citer un dispositif expérimental permettant d'observer un spectre de raies d'émission.

Sachant que l'électron est émis avec une vitesse v , déterminer la fréquence de l'onde associée au photon incident.

Données :

$$\text{Constante de Planck : } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} ;$$

$$\text{célérité de la lumière : } c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ;$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} ;$$

$$\text{masse de l'électron : } m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

6 Les niveaux énergétiques possibles de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \text{ avec } E_0 = 13,6 \text{ eV}.$$

a) Que vaut n lorsque l'atome est dans son état fondamental ?

b) Expliquer pourquoi les spectres (d'absorption ou d'émission) de l'hydrogène sont constitués de raies ?

c) Quelle est, en eV, l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène ?

d) On fournit à l'atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, l'énergie suffisante pour qu'il parvienne au niveau excité caractérisé par $n = 4$.

Cette énergie est fournie par une radiation électromagnétique. Quelle doit être la longueur d'onde de cette radiation ? A quel domaine du rayonnement électromagnétique appartient-elle ?

e) A partir de l'état précédent ($n = 4$), l'atome d'hydrogène revient à son niveau fondamental par une suite de transitions au cours desquelles il passe, entre autres, du niveau $n = 2$ au niveau $n = 1$.

Quelle est dans ce dernier cas, la longueur d'onde de la radiation émise ?

7 Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV)}, n \text{ étant un nombre entier supérieur ou égale à } 1.$$

a) Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène ?

b) Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer, par choc, l'excitation d'un atome d'hydrogène de son niveau fondamental ($n = 1$) à son premier niveau excité ($n = 2$) ?

c) L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental avec émission d'une onde lumineuse. Quelle est sa longueur d'onde ?

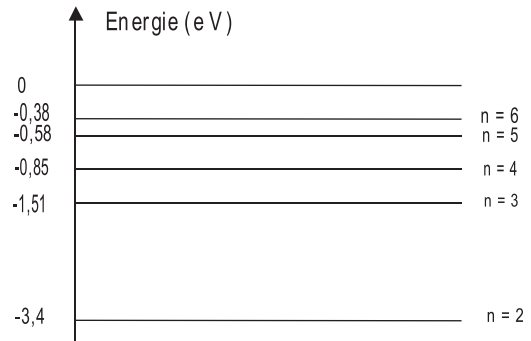
d) Etablir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène, préalablement excités, passent d'un état d'énergie caractérisée par $n > 2$ à l'état d'énergie caractérisé par $n = 2$.

A quelle série les raies correspondantes appartiennent-elles ?

Calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas.

8 **1°)** Sur le diagramme de la figure 1 sont portés quelques uns des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. On rappelle que les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV)}$$



a) A quoi correspond le niveau d'énergie $E = 0$?

b) Quelle est l'énergie de l'état fondamental ?

c) Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?

2°) Représenter par des flèches, sur ce diagramme, les transitions électroniques de la série de Balmer qui se produisent lors du retour de l'électron d'un niveau excité au niveau $n = 2$. Indiquer l'énergie correspondant à chacune de ces transitions.

3°) Quelle est la plus petite longueur d'onde émise lorsqu'un électron revient d'un niveau excité sur le niveau $n = 2$? Cette radiation est-elle visible (limites du spectre visible : 400 nm - 800 nm) ?

9 Un atome d'hydrogène, préalablement excité, se désexcite en passant du niveau d'énergie E_2 au niveau d'énergie E_1 (une telle transition est notée $E_2 \rightarrow E_1$) il émet alors la radiation de longueur d'onde : $\lambda_{21} = 1,216 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. La fréquence de cette radiation sera notée $\nu_{2,1}$.

On admet que l'énergie E_n du niveau n est donnée par une relation de la forme

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}, \text{ où } E_0 \text{ est une constante positive.}$$

1°) Quelle est la signification physique du signe négatif de l'énergie E_n ?

2°) Expliciter E_2 et E_1 , puis écrire la relation qui lie ces deux énergies et $\nu_{2,1}$.

3°) Calculer la valeur de la constante E_0 dans les deux cas où l'énergie est exprimée en joules puis en électronvolts (eV).

Au cours de la transition $E_3 \rightarrow E_1$, l'atome d'hydrogène émet une radiation de longueur d'onde de même, au cours de la transition $E_3 \rightarrow E_2$, il émet une radiation λ_{32} . Calculer les valeurs de λ_{31} et ν_{31} .

Etablir la relation littérale entre les fréquences ν_{31} , ν_{32} et ν_{21} . Faire ensuite l'application numérique et calculer ν_{32} .

10 Etude de texte :

Les quasars, des astres très lointains

Les galaxies comme la nôtre, la voie lactée, ont un éclat bien trop faible pour être étudiées en détail dès qu'elles sont à des distances de quelques millions d'années-lumière. Mais heureusement, certaines galaxies abritent en leur centre un noyau anormalement lumineux : un quasar. Le spectre d'un quasar contient des raies d'émission associées au quasar lui-même et des raies d'absorption. A partir de la raie d'absorption «Lyman alpha» de l'atome d'hydrogène, à 121,5 nanomètres de longueur d'onde, on détecte aisément des nuages

intergalactiques cent mille fois moins denses qu'une bulle de savon.

On donne pour tout l'exercice :

la constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s.

la célérité de la lumière : $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.

1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J

On rappelle que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec } E_0 = 13,6 \text{ eV.}$$

Questions

1°) Préciser l'intérêt présenté par les quasars, pour les études menées par les astrophysiciens, par rapport aux autres objets stellaires.

2°) Schématiser à l'aide de deux niveaux d'énergie E_a et E_b (on prendra $E_b > E_a$) la transition correspondant à l'émission d'un rayonnement par un atome. Ecrire le bilan énergétique correspondant.

3°) Indiquer parmi les domaines de radiations suivants celui qui correspond à la raie «Lyman alpha».

L'ultraviolet	Le visible	L'infrarouge
---------------	------------	--------------

En savoir plus

Les modèles de l'atome

Dans l'histoire des sciences, plusieurs modèles de l'atome ont été développés, au fur et à mesure des découvertes des propriétés de la matière. Aujourd'hui encore, on utilise plusieurs modèles différents ; en effet, le modèle le plus récent est assez complexe, l'utilisation de modèles « anciens » ou partiellement faux, mais plus simples, facilite la compréhension, donc l'apprentissage et la réflexion.

- **1675 : Jean Picard** observe une luminescence verte en agitant un tube de baromètre ; on découvrira quelques siècles plus tard que cela est dû à l'électricité statique et aux vapeurs de mercure ;

- **1854 : Geissler et Plücker** découvrent les rayons cathodiques, des rayons verts luminescents lorsque l'on établit une forte tension électrique dans une ampoule dont on a pompé l'air (faible pression de gaz) ; ils inventent ainsi la lampe à décharge.

- **1897 : J. J. Thomson** établit que ces rayons cathodiques sont constitués de particules chargées négativement arrachées à la matière et découvre ainsi l'électron ; c'est la première décomposition de l'atome ;

- **1900 : Max Planck** montre la quantification des échanges d'énergie dans la matière (recherches sur le corps noir) ;

- **1911 : expérience de Rutherford** : il bombarde une feuille d'or par des particules alpha (des noyaux d'hélium, chargés positivement, obtenus par radioactivité) ; il en déduit que :

- o la plupart des particules vont en lignes droites. Donc, la matière est « pleine de trous » ;

- o mais certaines sont déviées et même rebroussement chemin. Donc, elles rencontrent des îlots très concentrés de matière chargée positivement (les + se repoussent entre eux).

Il en déduit le **modèle atomique planétaire** : l'atome est constitué d'un noyau positif très petit et d'électrons tournant autour ; ce modèle pose un gros problème : en tournant, les électrons devraient perdre de l'énergie par rayonnement, et donc s'écraser sur le noyau.

- **1913 : Niels Bohr** réunit les concepts de Planck et de Rutherford, et propose un **modèle atomique quantique** : les orbites des électrons ont des rayons définis, il n'existe que quelques orbites « autorisées » ; ainsi, les échanges d'énergie quantifiés correspondent à des sauts entre les orbites définies. Cette vision permet de décrire les phénomènes spectroscopiques fondamentaux, c'est-à-dire le fait que les atomes absorbent ou émettent seulement certaines longueurs d'onde (ou couleur) de lumière ou de rayons X. En effet, les électrons ne pouvant tourner que sur des orbites définies, le saut d'une orbite à une autre se fait en absorbant ou en émettant une quantité déterminée d'énergie (quantum d'énergie).

Cependant, il présente le gros inconvénient des modèles planétaires : des électrons en orbite autour du noyau sont des charges accélérées, ils devraient rayonner de l'énergie, et devraient donc venir s'écraser sur le noyau. Le modèle n'explique pas non plus la forme des molécules.

- **1914** : l'expérience de **Franck et Hertz** valide le modèle de Bohr : ils bombardent de la vapeur de mercure avec des électrons ; l'énergie cinétique perdue par les électrons traversant les vapeurs est toujours la même ;

- **1924 : Louis de Broglie** postule la dualité onde-corpuscule ;

• **1926 : Schrödinger** modélise l'électron comme une onde, l'électron dans l'atome n'est donc plus une boule mais un « nuage » qui entoure le noyau ; ce modèle, contrairement aux autres, est stable car l'électron ne perd pas d'énergie. La naissance de la mécanique ondulatoire de Louis de Broglie 1924, généralisée par Erwin Schrödinger en 1926 amène à proposer un nouveau modèle, dont les aspects relativistes furent décrits par Paul Dirac en 1928 ; il permet d'expliquer la stabilité de l'atome et la description des termes spectroscopiques.

Dans ce modèle, les électrons ne sont plus des billes localisées en orbite, mais des nuages de probabilité de présence. Ce point de vue révolutionnaire peut choquer en première approche. Cependant la représentation que l'on pouvait se faire d'un électron — une petite bille ? — était dictée par les formes observées dans le monde macroscopique, transposées sans preuves dans le monde microscopique. Depuis les années 1930, on modélise ainsi l'électron par une «fonction d'onde» dont le carré de la « norme représente la densité de probabilité de présence».

Objectifs

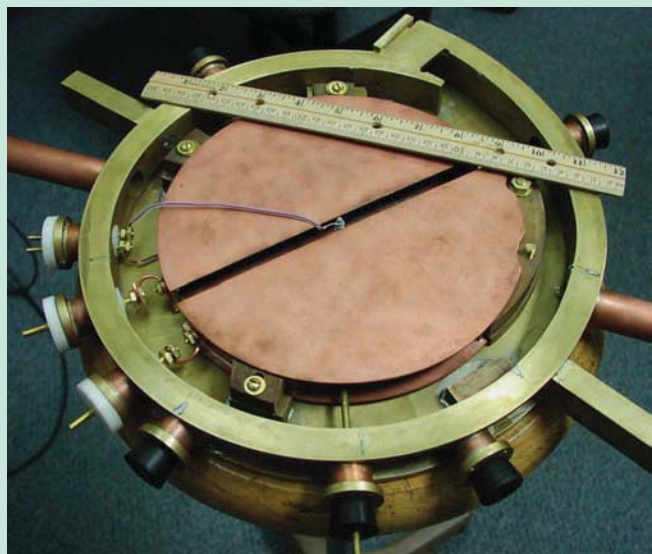
- ◆ Appliquer la relation d'Einstein : $E = mc^2$.
- ◆ Evaluer en u et en $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$, le défaut de masse résultant de la formation d'un noyau.
- ◆ Evaluer l'énergie de liaison d'un noyau et son énergie de liaison par nucléon.
- ◆ Comparer la stabilité de deux ou plusieurs noyaux connaissant les valeurs de leur énergie de liaison par nucléon.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Citer les ordres de grandeur de la masse et de la dimension d'un noyau. ◆ Enumérer les constituants d'un noyau. ◆ Définir un élément chimique. ◆ Définir les isotopes d'un élément chimique. ◆ Définir le nombre de masse et le nombre de charge. ◆ Définir l'interaction forte. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Convertir, en électron-volts, une énergie exprimée en joules et inversement. ◆ Ecrire le symbole d'un noyau atomique connaissant sa composition et inversement. ◆ Reconnaître des isotopes. ◆ Expliquer la cohésion du noyau atomique.

LE NOYAU ATOMIQUE

10



Le cyclotron est un exemple d'accélérateur de particules utilisé au laboratoire pour le développement des recherches sur le noyau atomique.

- ◆ Que signifie la formule emblématique ($E = mc^2$) citée couramment pour évoquer Einstein ?
- ◆ Qu'est-ce qui rend certains noyaux atomiques naturels plus ou moins stables que d'autres ?
- ◆ Qu'est-ce qui fait de l'uranium un élément chimique précieux dans le domaine du nucléaire ?

NOYAU ATOMIQUE

On sait que l'atome, cette plus petite entité insécable de la matière et électriquement neutre, est constitué d'une partie centrale chargée positivement (le noyau) et d'un cortège de très petites particules chargées négativement et en mouvement rapide et incessant (les électrons). Ce chapitre a pour objet l'étude du noyau : structure, cohésion et stabilité.

1 STRUCTURE ET COHÉSION DU NOYAU (Rappels)

Dans le tableau ci-dessous, on donne les masses de quatre atomes et celles de leurs noyaux :

Atome ou noyau	Symbole	Masse du noyau (10^{-27}kg)	Masse de l'atome (10^{-27}kg)
Hélium 4	${}^4_2\text{He}$	6,6447	6,6465
Carbone 12	${}^{12}_6\text{C}$	19,9211	19,9266
Carbone 14	${}^{14}_6\text{C}$	23,2476	23,2531
Uranium 235	${}^{235}_{92}\text{U}$	390,1989	390,3021

Questions

1°) Comparer les masses des atomes cités dans le tableau avec celles de leurs noyaux. Conclure.

2°) a) Quels nombres de particules désigne-t-on par les nombres Z et A dans le symbole ${}^A_Z\text{X}$ de chacune des entités citées.

b) Pourquoi appelle-t-on Z , nombre de charge et A , nombre de masse du noyau ou de l'atome ?

c) Est-ce que le nombre de charge Z d'un noyau peut être différent du numéro atomique de l'élément correspondant ?

3°) Qu'est-ce qui différencie les noyaux de carbone cités dans le tableau ?

4°) Malgré la répulsion due aux forces électrostatiques s'exerçant entre les protons, le noyau est un édifice stable de protons et de neutrons. Expliquer le caractère répulsif de cette interaction électrique ainsi que la cohésion du noyau.

Le noyau atomique est constitué de protons et de neutrons appelés nucléons.

On caractérise le noyau par le nombre de masse A , nombre total de ses nucléons et par le nombre de charge Z , nombre total des protons, d'où le symbole ${}^A_Z\text{X}$.

Le noyau est d'une dimension 100000 fois plus petite que celle de l'atome dont le rayon est de l'ordre de 100 pm. Malgré sa petitesse, il renferme la quasitotalité de la masse de l'atome dont il fait partie.

Il existe des noyaux de même nombre de charge Z mais de nombre de masse A différents : ce sont les noyaux d'isotopes de numéro atomique Z .

Un élément chimique naturel peut exister sous la forme d'un mélange isotopique de composition bien déterminée.

La cohésion du noyau est due à une interaction forte qui permet de maintenir les protons ensemble malgré leur répulsion. L'expérience montre que des forces nucléaires (forces de courte portée) s'exercent entre tous les nucléons du noyau indépendamment de leur nature (protons ou neutrons). A une même distance, ces forces attractives sont 100 fois plus intenses que les forces coulombiennes répulsives. C'est pour cette raison que les forces nucléaires gouvernent le noyau atomique dont elles assurent sa cohésion.

Remarque

La notation symbolique A_ZX est utilisée aussi pour représenter les particules élémentaires. Ainsi, le proton est représenté par 1_1p , le neutron par 1_0n .

2 EQUIVALENCE MASSE-ÉNERGIE

2.1- DÉFAUT DE MASSE

Exemple

On considère un noyau de lithium ${}^7_3\text{Li}$ de masse $m_0 = 7,01435 \text{ u}$ et initialement au repos dans un référentiel donné.

Questions

1°) Sachant que l'unité de masse (u) est par définition, le douzième de la masse d'un atome de carbone 12, montrer qu'elle est égale à $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

2°) Pour le noyau de lithium :

a) calculer en u , la masse totale m de ses nucléons à l'état libre et au repos.

b) comparer la masses m_0 du noyau à la masse totale m de ses nucléons à l'état libre et au repos.

3°) Calculer la différence de masse $\Delta m = m - m_0$.

4°) $\Delta m = m - m_0$ s'appelle le défaut de masse du noyau.

Justifier cette appellation.

On donne les masses :

- de l'atome de carbone 12 : $m_C = 19,93 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- du proton : $m_p = 1,007276 \text{ u}$.
- du neutron : $m_n = 1,008665 \text{ u}$.

On montre par le calcul que la masse du noyau de lithium est inférieure à la masse totale de ses constituants (nucléons) pris séparément au repos. Cette constatation faite à propos du noyau de lithium se généralise à tous les noyaux :

la masse m_0 d'un noyau, immobile, est inférieure à la masse totale m de ses nucléons pris séparément et au repos, ce qui nous laisse penser que la formation d'un noyau en ses nucléons pris isolément s'accompagne d'une perte de masse $\Delta m = m - m_0$ c'est le défaut de masse.

Définition

Le défaut de masse Δm d'un noyau est égal à la masse de ses nucléons, pris séparément et au repos, diminuée de la masse du noyau.

Pour un noyau de symbole ${}^A_Z X$:

$$\Delta m(X) = Zm_p + (A-Z)m_n - m_X$$

ou m_X est la masse du noyau, m_p celle du proton et m_n celle du neutron.

Remarque

D'après cette définition, le défaut de masse est une grandeur positive.

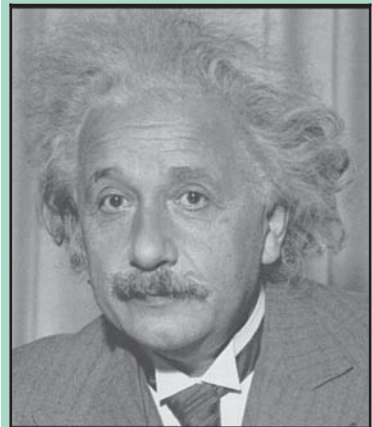
2.2- L'ÉNERGIE DE MASSE

Un noyau n'étant constitué que de protons et de neutrons, on s'attendait à ce que sa masse soit simplement égale à celle de ses constituants. Mais ce n'est pas le cas : l'apparition d'un défaut de masse notable est fort surprenant. En quoi est convertie la masse manquante ?

Pour Einstein*, la masse est une forme d'énergie potentielle. Il postula, en 1905, le principe suivant : ***“Tout corps au repos dans un référentiel donné possède du seul fait de sa masse m , une énergie potentielle appelée énergie de masse donnée par la relation : $E_0 = m c^2$ où c représente la célérité de la lumière dans le vide”***

Cette relation, connue sous le nom de relation d'Einstein, traduit une équivalence entre la masse et l'énergie : de l'énergie peut se transformer en masse, c'est-à-dire se matérialiser sous forme de particule ; inversement la masse peut être convertie en énergie.

Par conséquent, tout défaut de masse équivaut à une variation d'énergie potentielle de masse : $\Delta E = \Delta m c^2$.



Albert Einstein (1879-1955) : l'un des grands esprits scientifiques. Il publia, en 1905 entre autres, les bases de la théorie de la relativité ; Il obtient le prix Nobel en 1921 et il est élu savant du siècle en 2000.

Remarque :

Vu que l'unité usuelle de l'énergie est le MeV, d'après la relation d'Einstein, la masse m a la dimension d'une énergie par c^2 : c'est le $\text{MeV}\cdot c^{-2}$.

En particulier, $1u$ vaut environ $931,5 \text{ MeV}\cdot c^{-2}$.

3 STABILITÉ DU NOYAU

Tout noyau a une masse m au repos, dans un référentiel donné, inférieure à la masse totale de ses constituants (nucléons). Par conséquent, ce défaut de masse qui varie d'un noyau à l'autre a-t-il une influence sur leur stabilité ?

3.1- ENERGIE DE LIAISON

Définition

L'énergie de liaison, notée E_ℓ , est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en nucléons isolés et immobiles.

Question

En utilisant la relation d'Einstein et le principe de la conservation de l'énergie, montrer que l'énergie de liaison d'un noyau ${}_Z^A X$ s'écrit : $E_\ell = \Delta m \cdot c^2$.

Mise en évidence

On considère la transformation au cours de laquelle, un noyau ${}_Z^A X$ se dissocie en ses nucléons.

On suppose que toutes les particules mises en jeu sont au repos dans le référentiel choisi. Donc, leur énergie de liaison est purement de masse.

- Avant transformation : $E_1 = m_X \cdot c^2$; c'est l'énergie de masse du noyau.

- Après transformation : $E_2 = Z \cdot E_p + (A-Z) \cdot E_n$; c'est l'énergie de masse des nucléons.

Or, $E_p = m_p \cdot c^2$ et $E_n = m_n \cdot c^2$, d'où $E_2 = (Z m_p + (A-Z) m_n) \cdot c^2$.

Vu que $Z m_p + (A-Z) m_n > m_X$, il vient $E_2 > E_1$. Donc, l'énergie E_1 ne peut être l'énergie totale du noyau ${}_Z^A X$.

Le plus qu'il faut ajouter est l'énergie E_ℓ qu'il faut apporter de l'extérieur afin de pouvoir dissocier le noyau.

Par conséquent, le principe de la conservation de l'énergie totale s'écrit : $E_\ell + E_1 = E_2$.

D'où : $E_\ell = E_2 - E_1$ qui peut s'écrire

$$E_\ell = (Z m_p + (A - Z) m_n) \cdot c^2 - m_X \cdot c^2 = \Delta m(X) \cdot c^2.$$

Ainsi, l'énergie de liaison d'un noyau est la différence entre la somme des énergies de masse de ses nucléons pris séparément et son énergie de masse.

Conclusion :

L'énergie de liaison d'un noyau est une traduction énergétique de son défaut de masse : $E_\ell = \Delta m \cdot c^2$.

3.2- ENERGIE DE LIAISON PAR NUCLÉON

Pour évaluer la stabilité d'un noyau et la comparer à celle des autres noyaux, on ne peut se fier à la valeur de l'énergie de liaison parce que tous les noyaux n'ont pas le même nombre de nucléons. On recourt à l'énergie de liaison par nucléon.

Définition

L'énergie de liaison par nucléon, notée E_ℓ/A est l'énergie moyenne de liaison E_ℓ par nucléon.

Propriété :

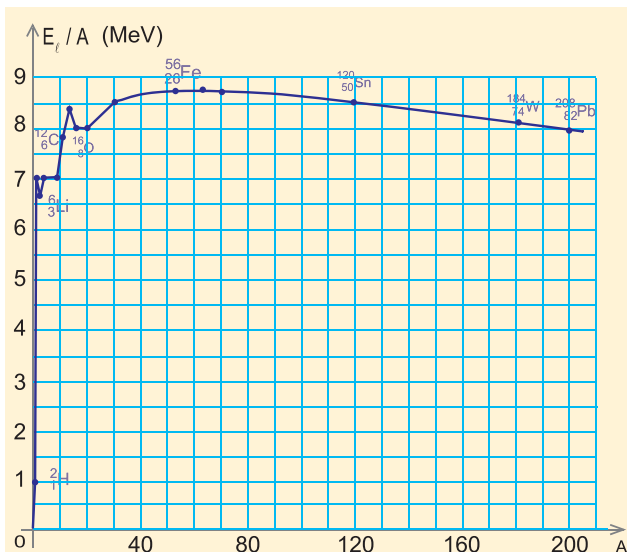
L'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau est pratiquement proportionnelle au nombre total A des nucléons constitutifs.

Alors, E_ℓ/A peut se calculer comme étant le quotient de l'énergie de liaison E_ℓ par le nombre de masse A .

$$E_\ell / A = \frac{E_\ell}{A}$$

3.3- INFLUENCE DU NOMBRE DE MASSE

Parmi les études quantitatives faites sur l'évolution de E_ℓ/A en fonction de A , on retient celle illustrée par la courbe de la figure ci-dessous connue sous le nom de courbe d'Aston.



La courbe d'Aston est caractérisée par :

- un niveau zéro de l'énergie correspondant aux nucléons séparés et au repos.
- un minimum d'énergie ($30 < A < 80$) correspondant aux noyaux dont les nucléons sont les plus liés, donc les plus stables.

Ainsi, la courbe d'Aston permet d'illustrer la stabilité relative des noyaux. Les noyaux légers ($A < 20$) et les noyaux lourds ($A > 190$) sont instables car ils ont une faible énergie de liaison par nucléon tandis que les noyaux de nombre de masse moyen (voisin de 60) sont stables parce qu'ils ont l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée.

Exemple : Ayant un nombre de masse $A = 56$, l'isotope du fer est très stable, ce qui explique sa très grande abondance (91,68%) dans la nature.

Remarque

Etant particulièrement stables, les cinq noyaux légers vérifiant $A = 2Z$ font l'exception.

Conclusion

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est plus grande.

Les noyaux naturels les plus stables sont ceux de nombre de masse voisin de 60 : $7,8 \text{ MeV} < E_l/A < 8,8 \text{ MeV}$.

L'essentiel

- ◆ Une particule de masse m , au repos dans un référentiel donné, a une énergie de masse : $E_0 = m c^2$ avec c la célérité de la lumière dans le vide.

C'est la relation d'Einstein.

- ◆ La relation d'Einstein traduit l'équivalence masse-énergie.
- ◆ La masse est une forme d'énergie potentielle.
- ◆ La dissociation d'un noyau au repos A_ZX en nucléons séparés s'accompagne d'un défaut de masse : $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m({}^A_ZX)$ équivalent à $\Delta E = \Delta m c^2$.
- ◆ Le MeV et le $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$ sont des unités respectivement d'énergie et de masse, adoptées à l'échelle du noyau de l'atome.

$$1\text{u} = 931,5 \text{ MeV}\cdot\text{c}^{-2}$$

- ◆ L'énergie de liaison d'un noyau A_ZX est l'énergie qu'il faut lui fournir quand il est au repos dans un référentiel donné, pour le dissocier en nucléons séparés et au repos dans le même référentiel.

$$E({}^A_ZX) = \Delta m({}^A_ZX) \cdot c^2$$

- ◆ L'énergie de liaison par nucléon varie avec le nombre de masse A . Plus elle est élevée, plus le noyau est stable.

$$E_\ell / A({}^A_ZX) = \frac{E_\ell / A({}^A_ZX)}{A} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A}$$

- ◆ Les noyaux les plus stables sont ceux dont le nombre des nucléons constitutifs est voisin de 60, ils ont une énergie de liaison par nucléon de l'ordre de 8 MeV.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Le noyau de radon ${}^{222}_{86}\text{Rn}$, a une masse $m = 221,97028 \text{ u}$.

- 1°) a) Quelle est la signification des nombres 86 et 222 ?
b) Donner la composition du noyau de radon 222.
c) En déduire, en unité de masse atomique (u), la masse des nucléons séparés.
- 2°) Calculer, en unité de masse atomique, le défaut de masse relatif au noyau de radon.
- 3°) a) Calculer, en MeV, l'énergie de liaison du noyau de radon 222.
b) En déduire, en MeV, la valeur de l'énergie de liaison par nucléon du même noyau.
- 4°) L'énergie de liaison de l'uranium 238 est $E_\ell = 1801,5 \text{ MeV}$.
Montrer que l'uranium 238 est moins stable que le radon 222 bien que son énergie de liaison est plus grande.
On donne :
 $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$.
la masse d'un proton : $m_p = 1,00728 \text{ u}$.
la masse d'un neutron : $m_n = 1,00867 \text{ u}$.

SOLUTION

1°) a) ${}^A_Z\text{X}$ étant le symbole d'un noyau, on peut affirmer que 86 est le nombre de charge Z et 222 est le nombre de masse A du noyau de ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.

b) Le nombre de charge Z est le nombre de protons que renferme le noyau.

Le noyau de radon renferme donc **86 protons**.

Le nombre de masse A représente le nombre de nucléons que renferme le noyau.

Par conséquent, le nombre de neutrons est **$N = A - Z = 136$** .

c) Soit m la masse totale des nucléons : $m = 86 m_p + 136 m_n$.

A.N : **$m = 223,80529 \text{ u}$** .

2°) $\Delta m = m - m({}^{222}_{86}\text{Rn})$.

A.N : $\Delta m = 1,83501 \text{ u}$.

3°) a) Par définition, l'énergie de liaison de ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ est : $E_\ell = \Delta m \cdot \text{c}^2$.

soit numériquement : **$E_\ell = 1709,3 \text{ MeV}$** .

b) L'énergie de liaison par nucléon est $E_\ell / A({}^{222}_{86}\text{Rn}) = \frac{E_\ell(\text{Rn})}{222}$.

A.N : **$E_\ell / A({}^{222}_{86}\text{Rn}) = 7,7 \text{ MeV}$** .

4°) Pour comparer les stabilités des deux noyaux, on compare leurs énergies de liaison par nucléon et non leurs énergies de liaison.

L'énergie de liaison par nucléon de l'uranium est $E_\ell / A = \frac{E_\ell(\text{U})}{238} = 7,57 \text{ MeV}$.

D'où, $E_\ell / A({}^{222}_{86}\text{Rn}) > E_\ell / A({}^{238}_{92}\text{U})$. Donc, **le radon 222 est plus stable que l'uranium 238**.



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Le $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$ est une unité de masse utilisée à l'échelle de l'univers.
- 2- L'argon 40 et le potassium 40 sont des isotopes.
- 3- Les noyaux de deux isotopes ont la même valeur de l'énergie de liaison par nucléon.
- 4- La masse d'un noyau est égale à la somme des masses de ses nucléons libres et au repos.
- 5- La valeur de l'énergie de liaison d'un noyau lourd est plus grande que celle d'un noyau léger.

- 6- Plus son énergie de liaison est élevée, plus le noyau est stable.
- 7- Entre deux noyaux, celui qui a l'énergie de liaison moyenne par nucléon la plus faible est le plus stable.
- 8- La courbe d'Aston permet de comparer la stabilité d'un noyau à celle d'un autre.
- 9- Tous les noyaux légers ayant un nombre de masse $A < 20$ sont instables.
- 10- Tous les noyaux lourds ayant $A > 200$ sont instables.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- L'interaction forte:

- a- ne s'exerce pas entre les neutrons,
- b- est de très courte portée,
- c- est de nature gravitationnelle.

■ II- La masse d'une particule :

- a- n'est une forme d'énergie que lorsqu'elle est en mouvement,
- b- est une forme d'énergie potentielle,
- c- est une forme d'énergie cinétique.

■ III- L'énergie de liaison par nucléon d'un noyau d'uranium 238 ($Z = 92$) a pour valeur 7,57 MeV, celle d'un noyau de bore 10 ($Z = 5$) a pour valeur 6,48 MeV.

Le noyau d'uranium 238 est plus stable que le noyau de bore 10 parce que :

- a- sa masse est supérieure à celle du noyau de bore 10,
- b- son énergie de liaison par nucléon est la plus grande,
- c- il a le plus grand nombre de nucléons,
- d- son énergie de liaison est la plus grande.

■ IV- Deux noyaux correspondent à des isotopes lorsqu'ils possèdent le même nombre de :

- a- protons,
- b- nucléons,
- c- neutrons,
- d- charge.

■ V- Un noyau est d'autant plus stable que :

- a- son énergie de liaison par nucléon est plus élevée,
- b- son énergie de liaison est plus élevée,
- c- le défaut de masse est plus faible.

■ VI- L'énergie de liaison d'un noyau est :

- a- l'énergie libérée par le noyau lorsqu'il se forme à partir de ses nucléons libres et au repos,
- b- l'énergie qu'il faut fournir à ce noyau au repos dans un référentiel donné pour le dissocier en ses constituants au repos dans le même référentiel,
- c- l'énergie équivalente au défaut de masse du noyau.

Exercices d'application

Pour tous les exercices, on donne :

$$1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}.$$

$$\text{la masse d'un proton : } m_p = 1,00728 \text{ u.}$$

$$\text{la masse d'un neutron : } m_n = 1,00867 \text{ u.}$$

$$\text{nombre d'Avogadro : } N_A = 6,022 \cdot 10^{23}.$$

3 Calculer, en u, la masse d'un noyau d'hélium de symbole ${}^4_2\text{He}$ et d'énergie de masse $E_0 = 3727,4 \text{ MeV}$.

4 Calculer, en MeV, l'énergie de masse d'un noyau d'uranium 238 de symbole ${}^{238}_{92}\text{U}$ et de masse $m = 3,952 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$.

5 On considère deux isotopes du rubidium : le rubidium ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ et rubidium ${}^{89}_{37}\text{Rb}$.

1°) Définir l'énergie de liaison d'un noyau.

2°) Calculer les énergies de liaison de ces deux isotopes. En déduire leurs énergies de liaison par nucléon.

3°) Comparer les stabilités relatives de ces deux noyaux.

On donne :

$$m({}^{85}_{37}\text{Rb}) = 84,89144 \text{ u}$$

$$m({}^{89}_{37}\text{Rb}) = 88,89193 \text{ u.}$$

6 L'isotope d'hélium le plus abondant dans la nature est l'atome ${}^4_2\text{He}$.

La masse de son noyau est $m_1 = 4,0015 \text{ u}$.

1°) Donner sa composition.

2°) Calculer son défaut de masse.

3°) Déterminer l'énergie nécessaire qu'il faut fournir à ce noyau pour libérer ses nucléons.

4°) Parmi les isotopes de l'hélium 4, on considère l'hélium 3 de masse $m_2 = 3,0149 \text{ u}$ et l'hélium 6 de masse $m_3 = 6,0178 \text{ u}$.

Classer les trois isotopes de l'hélium suivant leurs stabilité relative croissante.

7 Soit le noyau d'uranium 238 ($Z = 92$) de masse $m = 238,0508 \text{ u}$.

1°) Ecrire le symbole de ce noyau. En déduire sa composition en protons et neutrons.

2°) Calculer son énergie de liaison.

3°) En déduire en MeV, son énergie de liaison par nucléon.

4°) Calculer en joules, l'énergie W qu'il faudra fournir à une mole d'uranium 238 initialement immobile dans un référentiel donné, pour dissocier les noyaux qu'elle renferme en leurs nucléons obtenus isolés et au repos dans le même référentiel.

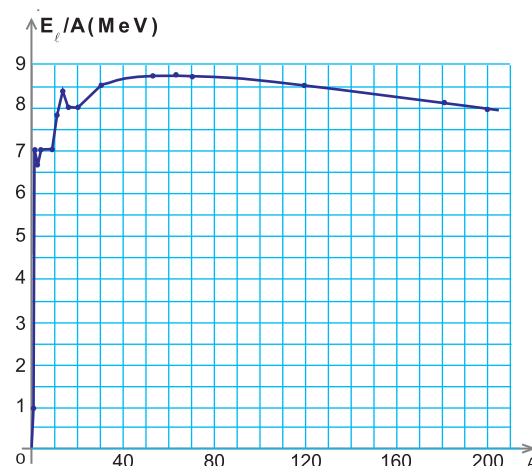
Exercices de synthèse

8 Les masses des noyaux ${}^{16}_8\text{O}$ et ${}^4_2\text{He}$ sont respectivement $m_1 = 15,9950 \text{ u}$ et $m_2 = 4,0026 \text{ u}$.

1°) Calculer l'énergie de liaison par nucléon pour chaque noyau.

2°) Lequel des deux noyaux est le plus stable ?

3°) La courbe ci-dessous est la courbe d'Aston qui illustre la stabilité des noyaux.



Reproduire la courbe et y situer les noyaux d'oxygène et d'hélium. Leur position confirme-t-elle la réponse à la deuxième question ?

9 1°) En exploitant la courbe d'Aston de l'exercice précédent, indiquer la zone où se situent les noyaux les plus stables. En déduire le noyau le plus stable.

2°) On considère les noyaux de carbone ^{12}C et de l'uranium ^{238}U .

- a) Donner leur énergie de liaison par nucléon.
b) Caculer leur énergie de liaison. En déduire que l'énergie de liaison ne permet pas de comparer la stabilité de ces deux noyaux.

10 1°) Définir l'énergie de liaison d'un noyau.

2°) a) Calculer, en joules puis en MeV, l'énergie de liaison du noyau de lanthane $^{139}_{57}\text{La}$.

b) Calculer, en MeV, l'énergie de liaison par nucléon du noyau de lanthane 139.

3°) La courbe d'Aston dont l'allure est donnée dans le cours représente l'évolution de l'énergie par nucléon des noyaux en fonction de leur nombre de masse.

a) On admet que la courbe d'Aston peut être assimilée à une droite D d'équation $y = aA + b$ pour les noyaux dont le nombre de nucléons est supérieur ou égal à 80.

Calculer en MeV, la valeur de y pour les noyaux $^{80}_{34}\text{Se}$ et $^{235}_{92}\text{U}$. En déduire a et b .

b) Vérifier que la valeur de l'énergie de liaison par nucléon calculée pour le lanthane 139 à partir de l'équation de la droite D est compatible avec la valeur calculée à la question 2°) si on se contente d'une évaluation à 0,1 MeV près.

On donne : $m_{\text{La}} = 138,9060 \text{ u}$,

$m_{\text{U}} = 235,0439 \text{ u}$, $m_{\text{Se}} = 79,9165 \text{ u}$

11 Le noyau de magnésium (Mg) renfermant 12 protons et 12 neutrons a une masse $m_{\text{Mg}} = 23,97868 \text{ u}$.

1°) Déterminer le symbole du noyau de magnésium 24.

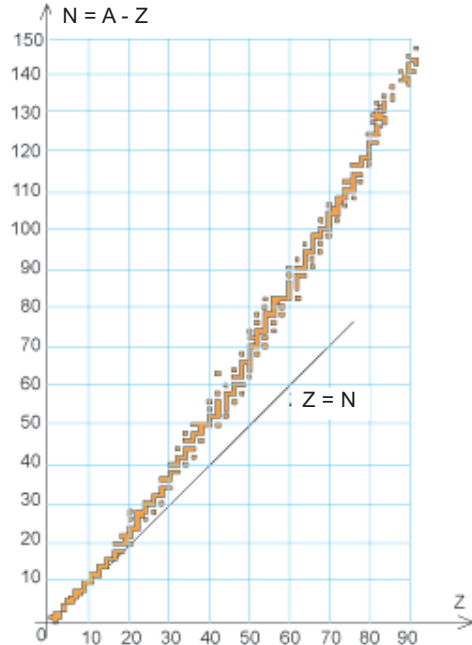
2°) Donner l'expression de l'énergie de masse E_{Mg} de ce noyau en fonction de m_{Mg} et de la célérité c de la lumière dans le vide.

3°) Calculer, en MeV, les énergies de masse E_p du proton et E_n du neutron.

4°) Montrer que l'énergie de liaison E_l du magnésium 24 peut s'écrire sous la forme : $E_l = 12(E_p + E_n) - E_{\text{Mg}}$. La calculer en MeV.

12 Étude de texte Les noyaux naturels stables

Les noyaux stables sont caractérisés par des nucléons qui ne se répartissent pas de façon aléatoire mais selon des combinaisons particulières dont on retient celle reliant le nombre de protons au nombre de neutrons (diagramme ci-dessous).



La cohésion d'un noyau en dépit des interactions électrostatiques est due à des interactions intranucléaires caractérisées par un rayon d'action très faible (de l'ordre du fermi) et une décroissance exponentielle avec la distance entre nucléons. Afin de garder un jeu subtil entre ces deux interactions antagonistes, un noyau stable, au delà de $Z = 20$, doit avoir un excès de neutrons ($N > Z$). Néanmoins, cette condition cesse d'être valable pour les noyaux de nombre charge au delà de 83.

On donne : $1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$.

Questions

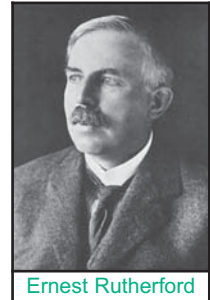
1°) Préciser parmi les deux types d'interactions citées, celles qui sont de courte portée.

2°) Quelles sont parmi les combinaisons des nucléons, celles qui forment un noyau stable.

3°) Pourquoi, tout noyau vérifiant $Z > N$ est qualifié d'instable ?

En savoir plus

De l'histoire du noyau atomique



Ernest Rutherford

L'existence du noyau atomique fut découverte en 1911 par Rutherford. En exposant une feuille d'or aux particules alpha émises par une source radioactive, il constate que la plupart d'entre elles traversent la feuille métallique utilisée : preuve de la structure lacunaire de la matière. Toutefois, certaines de ces particules sont diffusées par la feuille d'or, c'est-à-dire, elles sont déviées dans plusieurs directions, sachant que quelques unes subissent une déviation d'un angle supérieur à 90° . Ces constatations conduisent Rutherford à admettre l'existence d'un corpuscule très dense au centre de l'atome et porteur d'une charge positive opposée à la charge totale de son cortège électronique : c'est le noyau. Il rejette alors le modèle statique de l'atome (modèle des grecs datant de 420 avant J.C.) et propose un modèle dynamique : son modèle planétaire de l'atome, où des électrons gravitent sans cesse autour du noyau sous l'effet de l'interaction électromagnétique, tout comme les planètes qui tournent autour du Soleil sous l'effet de l'interaction gravitationnelle. De plus, Rutherford comprend que le noyau est constitué de nucléons de deux sortes, les protons qui ont une charge positive et les neutrons qui sont électriquement neutres. Effectivement, il démontre en 1919 que l'atome contient des protons. Toutefois, leur coexistence avec les neutrons ne sera mise en évidence qu'en 1932 par son élève James Chadwick.

La stabilité du noyau tient en premier lieu à un équilibre entre les nombres de neutrons et de protons. En effet, les protons chargés électriquement se repoussent du fait de l'interaction électromagnétique, mais cette dernière est contrebalancée par l'interaction forte entre nucléons (protons et neutrons). Il existe quelques 260 noyaux stables dans la nature, pour des nombres de protons allant de 1 (hydrogène) à 83 (bismuth). Lorsque l'équilibre entre protons et neutrons n'est pas respecté, le noyau est instable et se transforme en un autre noyau plus stable au bout d'un temps variable : c'est le phénomène de radioactivité. Plus le déséquilibre est grand, plus le temps moyen que met le noyau à se transformer (sa durée de vie) est court. Cette durée de vie peut aller de plusieurs milliards d'années à quelques millièmes de secondes selon le noyau.

L'avènement des accélérateurs de particules, dans les années 1930, a révolutionné l'étude du noyau atomique. En effet, en procédant à des collisions violentes entre deux noyaux, ces accélérateurs permettent d'apporter de l'énergie au noyau, de le faire vibrer ou tourner très rapidement, ou encore de produire de nouveaux noyaux instables. Pour mieux comprendre la structure du noyau et les interactions entre ses constituants, on effectue des chocs violents entre noyaux et on observe les particules et le rayonnement émis au cours des réactions produites dans ces collisions. Les physiciens utilisent pour cela des détecteurs qui transforment les caractéristiques des particules (énergie cinétique, charge électrique...) en signaux électriques qui sont mesurés, enregistrés et analysés. C'est ainsi qu'ont pu être étudiés les quelques 3000 noyaux observés à nos jours et dont la plupart sont instables. On s'attend à en découvrir encore autant de nouveaux, mais ce qui n'est pas facile car plus un noyau est instable, plus les chances de réussir à le produire dans une réaction sont faibles. Ces noyaux, situés aux limites de ce qu'on est capable d'atteindre aujourd'hui, sont appelés les noyaux exotiques : noyaux ne comportant pas le nombre normal de protons et de neutrons.

Aujourd'hui les chercheurs utilisent des accélérateurs de particules pour produire de nouveaux atomes à noyaux exotiques. En fait, la détermination de leur durée de vie, de leur masse, de leur aimantation et leur forme entre autres paramètres permet d'affiner les modèles de physique nucléaire, utilisés pour étudier de nouvelles filières énergétiques ou les réactions qui se déroulent dans les étoiles.

Objectifs

- ◆ Justifier l'émission de rayonnements radioactifs.
- ◆ Ecrire les équations des réactions nucléaires spontanées et celles des réactions nucléaires provoquées.
- ◆ Appliquer la loi de désintégration pour des durées multiples de la période du radioélément.
- ◆ Calculer l'activité d'un échantillon radioactif.
- ◆ Distinguer les réactions nucléaires spontanées des réactions nucléaires provoquées.
- ◆ Distinguer la fission de la fusion nucléaire.
- ◆ Justifier la variation d'énergie accompagnant la fission et la fusion nucléaires.
- ◆ Evaluer l'énergie libérée au cours des réactions nucléaires de fission et de fusion.

Prérequis

SAVOIR

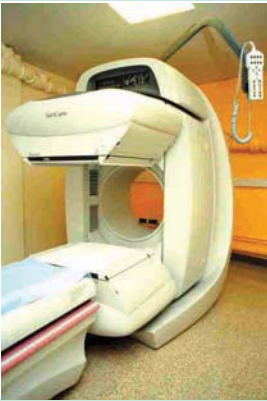
- ◆ Donner la structure d'un atome.
- ◆ Définir les isotopes d'un élément chimique.
- ◆ Donner la composition du noyau atomique.
- ◆ Enumérer les caractéristiques des nucléons.
- ◆ Définir l'énergie de liaison d'un noyau et son énergie de liaison par nucléon.
- ◆ Définir un photon.

SAVOIR FAIRE

- ◆ Reconnaître les isotopes.
- ◆ Ecrire le symbole d'un noyau atomique connaissant sa composition et inversement.
- ◆ Evaluer, en u et en $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$, le défaut de masse résultant de la formation d'un noyau.
- ◆ Calculer l'énergie de liaison d'un noyau et son énergie de liaison par nucléon.
- ◆ Comparer la stabilité de deux ou de plusieurs noyaux, connaissant les valeurs de leur énergie de liaison par nucléon.

REACTIONS NUCLÉAIRES

1 1



En même temps que le "nucléaire" est utilisé à des fins pacifiques, comme pour produire de l'électricité ou pour faire de l'imagerie médicale, il peut avoir des effets catastrophiques pour la nature et l'humanité.

- ♦ Quel est le principe de datation des éruptions volcaniques ainsi que des momies pharaoniques ?
- ♦ En quoi diffère la centrale d'électricité thermonucléaire de la centrale thermique classique ?
- ♦ Qu'est-ce qu'un réacteur nucléaire ?
- ♦ En quoi consistait l'accident survenu le 26 avril 1986 dans la centrale thermonucléaire de la ville de Tchernobyl en Ukraine ? En quoi consiste la gravité de cet accident et quelles sont ses conséquences néfastes pour le considérer jusqu'à maintenant comme étant la plus grande catastrophe du nucléaire civil ?

REACTIONS NUCLÉAIRES

Selon leur énergie de liaison par nucléon, certains noyaux sont stables et gardent indéfiniment la même composition. D'autres sont instables et se transforment spontanément en émettant un rayonnement. Ces noyaux sont dits radioactifs. On parlera alors de réactions nucléaires spontanées du fait que ces transformations nucléaires se produisent sans intervention d'agent extérieur.

Il est possible également de provoquer la transformation d'un ou de plusieurs noyaux, relativement stables en d'autres noyaux. On parlera alors de réaction nucléaire provoquée.

Pour le grand public, le nucléaire est un mot qui symbolise le progrès scientifique et technologique d'un pays. Mais, il est aussi synonyme de danger, source de méfiance et porteur d'inquiétude. Pourtant, l'explication des processus mis en jeu est relativement simple.

REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANÉES RADIOACTIVITÉ

1 LE PHÉNOMÈNE DE RADIOACTIVITÉ

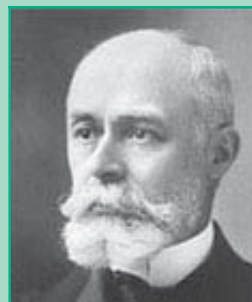
Activité documentaire

En 1896, Henri Becquerel étudie, après la découverte des rayons X en 1895 par Roentgen, l'émission X des substances fluorescentes. Il découvre par hasard l'impression de plaques photographiques rangées dans un tiroir obscur avec un échantillon de sulfate double de potassium et d'uranium. Il recommence l'expérience avec des composés d'uranium non fluorescents. Celle-ci se révèle positive. Becquerel suppose l'existence de rayons pénétrants, émis par les sels d'uranium responsables de l'impression des plaques photographiques. Il appelle ces rayons «rayons uraniques».

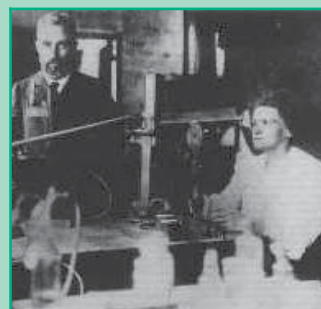
Au début de 1898, Marie Curie, physicienne française d'origine polonaise, découvre que les minerais d'uranium, comme la pechblende, émettent plus de rayonnements que l'uranium lui-même. Elle déduit que ces substances contiennent un élément beaucoup plus actif que l'uranium, le polonium qu'elle réussit à isoler avec l'aide de son mari Pierre Curie en Juillet 1898. Marie Curie détermine les propriétés du polonium et donne au phénomène d'émission de rayonnements le nom de radioactivité.

Pierre et Marie Curie découvrent et isolent en décembre 1898 un autre élément nouveau, le radium.

En 1934, Irène et Frédéric Joliot Curie découvrent la radioactivité artificielle en observant qu'une plaque d'aluminium devient radioactive sous l'effet d'un bombardement de particules α (noyaux d'atomes d'hélium). Cette découverte devrait ouvrir une nouvelle étape extrêmement féconde dans l'étude des phénomènes radioactifs.



Henri Becquerel
(1852-1908)



Pierre et Marie Curie
au laboratoire

Questions

- 1°) Qu'est-ce qui a amené Becquerel à supposer que les sels d'uranium qu'il a utilisés émettent un rayonnement pénétrant ?
- 2°) Qu'est-ce qui montre dans le texte que c'est Marie Curie et non Henry Becquerel qui a découvert la radioactivité ?
- 3°) Qu'est-ce qu'un corps radioactif d'après le texte ?
- 4°) Quand est-ce que la radioactivité est dite artificielle ?

Définition

La radioactivité est la transformation spontanée d'un noyau atomique instable en noyau d'une autre espèce chimique, avec émission de rayonnement. Un tel noyau est dit radioactif ; il est appelé parfois improprement radioélément.



Irène et Frédéric Joliot Curie
au laboratoire

2

LES DIFFERENTS TYPES DE RAYONNEMENTS RADIOACTIFS

2.1- MISE EN ÉVIDENCE EXPÉRIMENTALE

Vers 1899, Becquerel découvre qu'une partie du rayonnement émis par les sels d'uranium porte de l'électricité. Il lui vient l'idée d'étudier l'action d'un champ magnétique sur un faisceau de ces rayons.

Expérience

On place un sel de radium au fond d'une cavité étroite percée dans un cylindre de plomb à parois épaisses. Devant ce dernier et perpendiculairement à son axe, on place un écran E. Dans la zone qui les sépare on fait régner un champ électrique ou magnétique uniforme.

On observe alors sur l'écran E trois points d'impact A, B et C (Fig.1 et Fig.2).

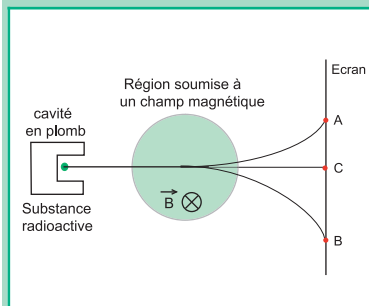


Fig.1 : Action d'un champ magnétique sur le rayonnement

Questions

- 1°) Qu'est-ce qui montre dans l'expérience réalisée que la radioactivité du radium consiste en l'émission de trois rayonnements différents ?
- 2°) En s'appuyant sur la disposition des trois points d'impact, montrer que le radium radioactif émet des particules chargées positivement et d'autres chargées négativement.
- 3°) Identifier le troisième type de rayonnement émis par le radium.

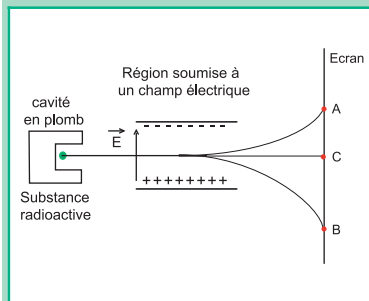


Fig.2 : Action d'un champ électrique sur le rayonnement

Interprétation

Les trois points d'impact obtenus sur l'écran montrent que le sel de radium émet spontanément un rayonnement. On dit alors que le sel de radium est une substance radioactive.

Aussi bien dans le cas de la figure 1 que dans le cas de la figure 2 :

* les rayons qui arrivent au point A sont porteurs de charges positives. Ils correspondent à l'émission d'un rayonnement connu sous le nom de rayonnement α . Il s'agit de noyaux d'hélium (ou hélions) ${}^4_2\text{He}$.

* Les rayons qui arrivent au point B sont porteurs de charges négatives, ils constituent un rayonnement connu sous le nom de rayonnement β^- . Il est constitué d'électrons ${}^0_{-1}e$.

* Les rayons qui arrivent au point C ne sont pas des corpuscules chargés puisqu'ils ne sont pas déviés. Il s'agit d'un rayonnement constitué de photons de très courte longueur d'onde (de l'ordre de 10^{-4} nm) connu sous le nom de rayonnement γ .

Conclusion

- Le rayonnement α est constitué par des particules α (noyaux d'hélium ou hélions) de symbole ${}^4_2\text{He}$.
- Le rayonnement β^- est constitué par des électrons de symbole ${}^0_{-1}e$.
- La rayonnement γ est constitué de photons.

L'étude des particules émises par certains radioéléments artificiels révèle l'existence d'une autre particule déviée en sens inverse à l'électron mais de même masse. Cette particule a été identifiée à un électron positif ou positon (on dit aussi positron) 0_1e . Le rayonnement correspondant est le rayonnement β^+ .

2.2- PROPRIÉTÉS DES RAYONNEMENTS RADIOACTIFS

* Pouvoir d'ionisation et pouvoir de pénétration

- Les particules α , émises avec des vitesses de l'ordre de $20000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, sont très ionisantes et très peu pénétrantes ; elles sont arrêtées par des plaques très minces d'aluminium, une feuille de papier ou quelques centimètres d'air par exemple (Fig.3).

- Les particules β^- sont émises avec des vitesses qui peuvent être extrêmement grandes, atteignant $290000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ et possédant donc une grande énergie. Elles sont beaucoup moins ionisantes mais plus pénétrantes que les particules α : elles sont arrêtées par un écran de plexiglas ou par une plaque d'aluminium d'une épaisseur de l'ordre de 7 mm (Fig.3).

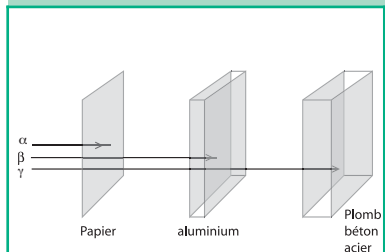


Fig.3 : Pouvoir de pénétration des rayonnements radioactifs

- Les particules β^+ ont des pouvoirs d'ionisation et de pénétration identiques à ceux de β^- .

- Le rayonnement de haute énergie γ est peu ionisant mais très pénétrant : il peut traverser un bloc de plomb, d'acier ou de béton d'une épaisseur de l'ordre de 20 cm (Fig.3).

* **Impression d'une plaque photographique** (fait découvert par Becquerel)

* **Luminescence d'un écran au sulfure de zinc** (apparition de scintillations en différents points de l'écran).

* **Ionisation des gaz**

Un électroscope chargé et placé au voisinage d'une substance radioactive se décharge quel que soit le signe de la charge portée par l'appareil. Cette propriété d'ioniser les gaz est exploitée pour fabriquer des détecteurs de rayonnements radioactifs. Le compteur privilégié pour sa facilité d'emploi est le compteur Geiger-Muller (Fig.4).

* **Indépendance de la pression et de la température**

Les facteurs qui influent habituellement sur les transformations chimiques comme la pression et la température (à condition qu'elle ne soit pas excessivement élevée) n'ont pas d'influence sur la radioactivité.

* **La radioactivité est un phénomène nucléaire**

Tant dans un corps simple que dans un corps composé et quel que soit son état physique (solide, liquide ou gazeux), la radioactivité d'un élément chimique est la même. De plus, les propriétés chimiques d'un isotope radioactif d'un élément donné sont les mêmes que celles d'un isotope non radioactif du même élément. Donc, la radioactivité est une propriété du noyau. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'isoler un élément radioactif pour utiliser son rayonnement.

APPLICATION

Etant un phénomène nucléaire, la radioactivité est utilisée pour étudier certains mécanismes de réactions chimiques ou des phénomènes biologiques au moyen d'isotopes radioactifs appelés «traceurs». Leur radioactivité permet de suivre leur cheminement dans un organisme, des canalisations d'eaux souterraines ou dans une réaction chimique.

* **Les effets biologiques de la radioactivité**

Etant donné que la radioactivité s'accompagne de l'émission de particules (α , β^- , β^+ , γ) très énergiques, celles-ci sont capables d'ioniser les atomes qu'ils rencontrent en leur arrachant des électrons. Les ions obtenus sont particulièrement réactifs avec les molécules qui les entourent. Dans le cas d'une molécule d'ADN, celle-ci est à l'origine d'une cellule cancéreuse lorsqu'elle est modifiée.

Les conséquences d'une exposition anormale de l'organisme à un rayonnement radioactif dépendent de la durée de l'exposition et de l'importance du rayonnement.



Fig.4 : Compteur Geiger Muller

On dit qu'il y a **irradiation** lorsque l'organisme est exposé à un rayonnement inhabituel pendant une durée limitée. C'est le cas, par exemple, d'un patient subissant une radiographie. Les effets sur l'organisme dépendent de l'énergie reçue par ce dernier, elle-même dépendant de la fraîcheur de la source radioactive, de la durée d'exposition et de sa fréquence (exceptionnelle, répétitive).

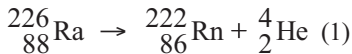
On dit qu'il y a **contamination** lorsqu'un échantillon radioactif est absorbé par l'organisme. La contamination peut être accidentelle (ingestion ou respiration de substance radioactive) ou bien volontaire (en imagerie médicale par exemple). L'organisme sera exposé au rayonnement radioactif pendant toute la durée où l'échantillon se trouve absorbé et actif.

3 MECANISMES NUCLEAIRES

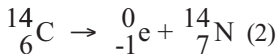
Question

Étant radioactif, le radium 226 (${}^{226}_{88}\text{Ra}$) se désintègre spontanément en noyaux de radon 222 (${}^{222}_{86}\text{Rn}$) avec

émission de particules α selon l'équation :



De même, le carbone 14 se désintègre spontanément en azote 14 avec émission d'un rayonnement β^- selon l'équation :



Comparer dans les équations (1) et (2) les nombres de charge et les nombres de masse avant et après la réaction nucléaire considérée et en déduire que ces équations obéissent à des règles que l'on précisera.

Dans chacune des équations (1) et (2) écrites ci-dessus, on constate qu'il y a conservation du nombre de charge et du nombre de masse. En fait, la radioactivité obéit aux lois de conservation suivantes :

- **Conservation de l'énergie totale**
- **Conservation de la quantité de mouvement** (hors programme)
- **Conservation du nombre de charge** : la charge électrique totale du système se conserve (loi de SODDY).
- **Conservation du nombre de masse** : la somme des nombres de nucléons des noyaux formés est égale à la somme des nombres de nucléons des noyaux initiaux.

3.1- MÉCANISME DE LA RADIOACTIVITÉ α

La radioactivité α correspond à la transformation spontanée d'un noyau ${}^A_Z X$ en un noyau ${}^{A'}_{Z'} Y$ avec émission d'une particule α .

Question

Par application des lois de conservation du nombre de charge et du nombre de masse, écrire l'équation générale traduisant la radioactivité α .

La radioactivité α est traduite par l'équation : ${}^A_Z X \rightarrow {}^4_2 \text{He} + {}^{A'}_{Z'} Y$

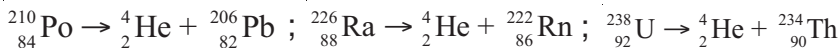
La loi de conservation du nombre de charge donne : $Z = 2 + Z'$, d'où : $Z' = Z - 2$.

La loi de conservation du nombre de masse donne : $A = 4 + A'$, d'où : $A' = A - 4$.

Ainsi, l'équation bilan d'une transformation radioactive α (ou désintégration α) s'écrit : ${}^A_Z X \rightarrow {}^4_2 \text{He} + {}^{A-4}_{Z-2} Y$

Le noyau X désintégré est appelé noyau père ; le noyau Y formé est appelé noyau fils.

Exemples :

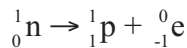


Remarque

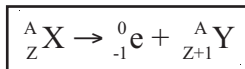
La radioactivité α concerne les noyaux lourds, noyaux instables à cause d'un excès de nucléons ($A > 200$).

3.2- MÉCANISME DE LA RADIOACTIVITÉ β^-

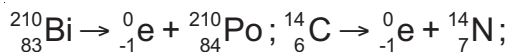
La radioactivité β^- correspond à la désintégration d'un noyau ${}^A_Z X$ en un noyau ${}^{A'}_{Z'} Y$ avec émission d'électron. Comme dans le noyau il n'y a pas d'électrons, un neutron se transforme au sein du noyau en un proton qui y demeure et un électron qui est éjecté selon l'équation bilan :



En procédant de la même manière que pour la radioactivité α , on montre que l'équation bilan d'une réaction nucléaire de type β^- s'écrit :



Exemples :

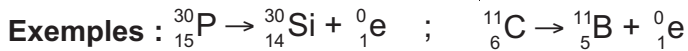
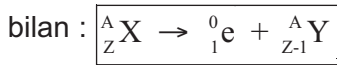


Remarque

La radioactivité β^- est caractéristique des noyaux présentant un excès de neutrons.

3.3- MÉCANISME DE LA RADIOACTIVITÉ β^+

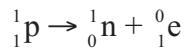
La radioactivité β^+ correspond à la désintégration d'un noyau ${}^A_Z X$ en un noyau ${}^{A'}_{Z'} Y$ avec émission d'un positon ${}^0_1 e$ selon l'équation

**Question**

Expliquer l'origine de la particule ${}^0_1 e$.

Interprétation :

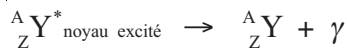
Comme le noyau ne contient pas de positons, un proton se transforme au sein du noyau en un neutron qui y demeure et un positon qui est expulsé selon l'équation bilan :



La radioactivité β^+ est caractéristique des noyaux présentant un excès de protons. Or, de tels noyaux n'existent pas dans la nature ; ils sont produits au laboratoire. On dit qu'il s'agit d'une radioactivité artificielle.

3.4- EMISSION γ

Le rayonnement γ est dû à l'obtention à un état excité du noyau formé par radioactivité α ou β . En fait, il est émis avec le retour de ce noyau à son état fondamental selon le schéma suivant :



Les rayons γ étant très pénétrants, ils sont utiles et dangereux à la fois. En revanche, les rayonnements α et β sont moins dangereux puisqu'ils sont rapidement arrêtés.

Remarque : notion de famille radioactive

La radioactivité entraîne la transformation d'un noyau en un autre. Si ce dernier est lui même radioactif, il se désintégrera à son tour et ainsi de suite jusqu'à ce que le noyau obtenu soit stable. L'ensemble de ces noyaux constitue la famille radioactive du noyau ascendant appelé noyau père.

La famille la plus connue est celle de l'uranium ${}^{238}_{92} U$ qui conduit à l'isotope stable ${}^{206}_{82} Pb$ du plomb.

4 EVOLUTION TEMPORELLE DE LA RADIOACTIVITÉ

4.1- DÉCROISSANCE RADIOACTIVE

Considérons un échantillon de substance radioactive qui contient N_0 noyaux à l'instant $t = 0$.

Soit N le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à un instant $t > 0$.

Questions

1°) Comparer N à N_0 .

2°) Soit dN la variation moyenne de N entre les instants t et $t + dt$, où dt est un intervalle de temps infinitésimal. On admet que dN s'écrit : $dN = -\lambda N dt$, avec λ une constante positive.

a) Justifier le signe (-) figurant dans l'expression de dN .

b) Montrer que N s'écrit : $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

L'échantillon étant radioactif, le nombre de noyaux qu'il renferme diminue au cours du temps. Donc, N est inférieur à N_0 .

Entre les instants t et $t + dt$, le nombre de noyaux non désintégrés diminue en moyenne de dN .

dN représente donc le nombre moyen de noyaux qui se désintègrent pendant l'intervalle de temps dt .

Dans l'expression $dN = -\lambda N dt$, le signe (-) traduit la diminution du nombre de noyaux présents dans l'échantillon à l'instant t .

Etant une caractéristique de l'élément radioactif, λ est appelée constante radioactive. Ayant la dimension de l'inverse d'un temps, elle est exprimée en s^{-1} .

Par intégration de la relation : $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$, on obtient :

$$\ln N = -\lambda t + C$$

La constante d'intégration C est déterminée par les conditions initiales :

A l'instant $t = 0$, $\ln N_0 = C$. Il vient donc : $\ln N = -\lambda t + \ln N_0$
d'où : $\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$, ce qui conduit à : $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Cette rela-

tion exprime la **loi de décroissance radioactive** (Fig 5).

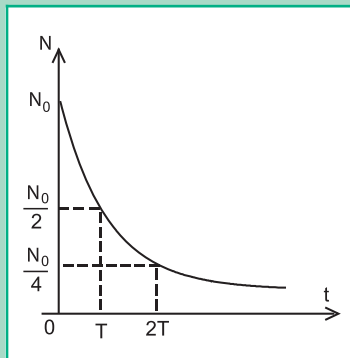


Fig. 5 : Courbe de la loi de décroissance radioactive

4.2- ACTIVITÉ D'UNE SOURCE RADIOACTIVE

Définition

On appelle activité d'une substance radioactive, notée A , le nombre de désintégrations qu'elle subit pendant une seconde.

Loi de décroissance de l'activité

D'après sa définition, l'activité s'écrit : $A = - \frac{dN}{dt}$.

Or, $dN = - \lambda N dt$. Donc, $A = \lambda N$

Sachant que $N = N_0 e^{-\lambda t}$, il vient : $A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$. $\lambda N_0 = A_0$ activité à l'instant $t = 0$, on a finalement : $A = A_0 e^{-\lambda t}$.

L'activité s'exprime en becquerel (Bq).

Un becquerel correspond à une désintégration par seconde.

Comme le nombre N , l'activité A est une fonction exponentielle du temps (Fig.6).

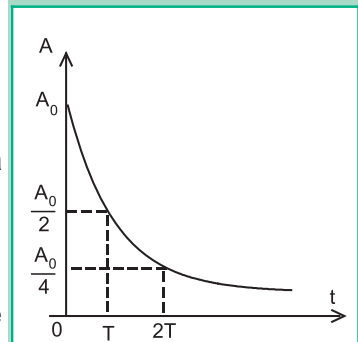


Fig. 6 : Courbe de la loi de décroissance de l'activité.

4.3- PÉRIODE RADIOACTIVE

Définition

On appelle période radioactive ou demi-vie d'une substance radioactive, la durée T au bout de laquelle le nombre de noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon de cette substance diminue de moitié.

A l'instant $t = T$, on a : $N = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$, ce qui entraîne : $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$

D'où : $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$

Comme la constante radioactive λ , la période est une caractéristique du noyau radioactif ; elle peut varier de 10^{-15} s à 10^{23} s.

Exemples :

Noyau radioactif	$^{214}_{84}\text{Po}$	$^{214}_{83}\text{Bi}$	$^{123}_{53}\text{I}$	$^{137}_{55}\text{Cs}$	$^{14}_6\text{C}$	$^{238}_{92}\text{U}$
Période ou demi-vie	$1,5 \cdot 10^{-4}$ s	19,7 min	13,2 heures	30,2 ans	5730 ans	$4,5 \cdot 10^9$ ans

4.4- APPLICATION : DATATION PAR LE CARBONE 14

La méthode de datation au carbone 14, mise au point il y a environ une cinquantaine d'années, permet de dater des objets très anciens, comme des éruptions volcaniques ou des momies pharaoniques par exemple.

Les organismes vivants assimilent indifféremment les deux isotopes $^{12}_6\text{C}$ et $^{14}_6\text{C}$ du carbone qui restent en proportion relative constante dans l'organisme. A la mort des êtres vivants, le $^{14}_6\text{C}$ ne peut se renouveler dans l'organisme dans la mesure où le processus d'assimilation s'arrête.

Etant radioactif, le carbone 14 se désintègre selon une radioactivité β^- avec une période de 5730 ans. Par conséquent, le rapport

port $\frac{^{14}_6\text{C}}{^{12}_6\text{C}}$ diminue.

Questions

Pour connaître l'époque à laquelle vécurent des hommes préhistoriques dans une caverne, on mesure l'activité d'un échantillon de charbon de bois enfui dans le sol de la grotte. Il s'avère alors que le nombre de désintégrations n'est plus que 1,6 par minute, alors qu'il serait 11,5 par minute pour un échantillon de même masse de bois récemment coupé.

1°) Montrer que le temps écoulé depuis le dernier feu dans la grotte s'exprime par :

$$t = - \frac{T}{0,693} \ln \frac{A}{A_0} \quad , \text{ où } T \text{ est la période radioactive de } {}^{14}_6\text{C},$$

A_0 et A désignent respectivement les activités des échantillons considérés aux instants $t_0 = 0$ et $t > 0$.

2°) Sachant que $T = 5730$ ans, calculer t .

Remarque

Pour dater des échantillons plus vieux, on utilise des noyaux de période radioactive plus longue comme l'uranium 238 qui a permis de déterminer par exemple l'âge de la Terre estimé à 4,6 milliards d'années.

RÉACTIONS NUCLÉAIRES PROVOQUÉES

La découverte de la radioactivité en 1896 et son interprétation comme étant une réaction nucléaire spontanée ont poussé les chercheurs à faire des essais de réactions nucléaires provoquées. En 1938, on avait abouti à la mise en évidence de la fission et en 1952, on avait réalisé la première fusion nucléaire (bombe H).

1 LA RÉACTION DE FISSION

1.1- DÉFINITION

La réaction de fission est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd se scinde en deux noyaux plus légers et de masses comparables.

1.2- PRODUCTION D'UNE RÉACTION DE FISSION

La réaction de fission a pu être provoquée à partir de noyaux d'uranium et de plutonium bombardés le plus souvent par des neutrons lents. Étant une particule électriquement neutre, un neutron ne subit pas de répulsion de la part du noyau cible.

Dans toute réaction de fission, le noyau cible capte la particule incidente et se retrouve dans un état d'excitation et de déformation provoquant sa division en deux noyaux de masses moyennes (Fig.7a).

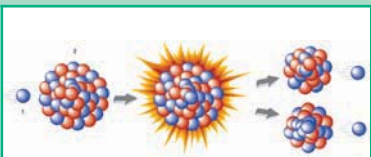


Fig.7a : Schéma d'une réaction de fission

Le noyau le plus utilisé est l'uranium 235, mais on utilise aussi l'uranium 233 et le plutonium 239.

Les noyaux qui subissent la fission sont dits fissiles.

Dans une réaction de fission, il y a émission de deux ou trois neutrons ; ceux-ci peuvent à leur tour provoquer la fission d'autres noyaux et ainsi de suite : c'est une réaction en chaîne (Fig.7b). La fission nucléaire est une réaction très énergétique. Dans le cas où cette réaction en chaîne n'est pas contrôlée, l'énergie libérée augmente très rapidement et il y a explosion, c'est la bombe atomique ou bombe A. Par contre, si le flux de neutrons émis est contrôlé, l'énergie libérée par unité de temps est constante, on dit que la réaction en chaîne est contrôlée. C'est le cas d'un réacteur de centrale nucléaire par exemple.

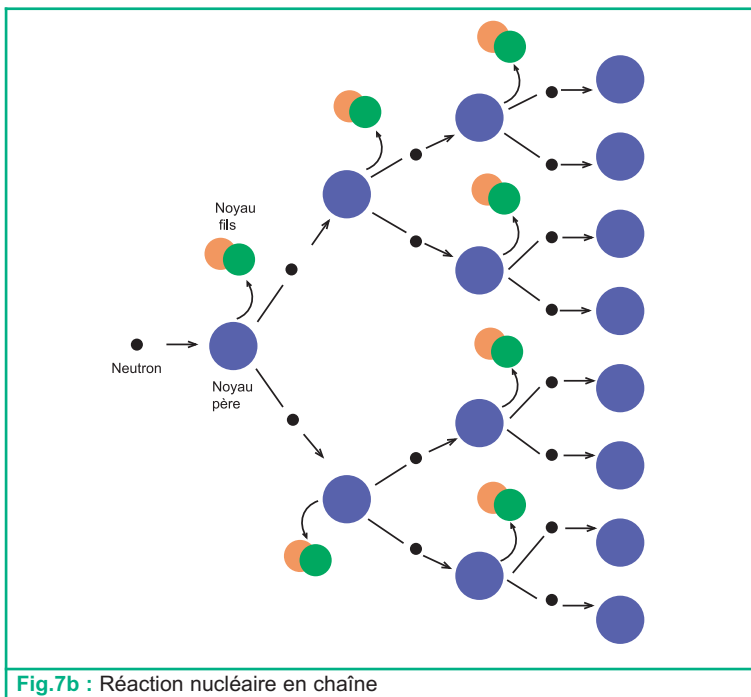


Fig.7b : Réaction nucléaire en chaîne

1.3- ÉQUATION GÉNÉRALE D'UNE RÉACTION DE FISSION

Questions

Soit ${}^A_Z X$ un noyau lourd qui subit la fission : sous l'impact d'un neutron ${}_0^1 n$, il se scinde en deux noyaux ${}^{A_1}_{Z_1} X_1$ et ${}^{A_2}_{Z_2} X_2$ avec libération de k neutrons.

1°) a) Par application des lois de conservation du nombre de charge et du nombre de masse, trouver la relation entre Z , Z_1 et Z_2 ainsi que la relation entre A , A_1 , A_2 et k .

b) En déduire l'équation générale d'une réaction de fission.

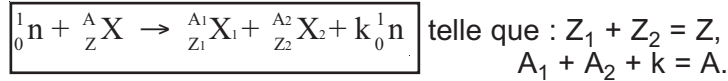
2°) Par fission d'un noyau d'uranium 235, il se forme un noyau de césium ${}_{55}^{140}\text{Cs}$ et un noyau ${}_{Z_2}^{93}\text{X}_2$, avec éjection de k neutrons.

a) Calculer Z_2 et identifier X_2 en se référant au tableau suivant :

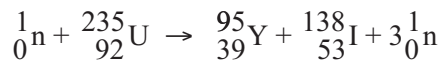
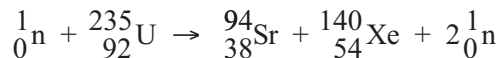
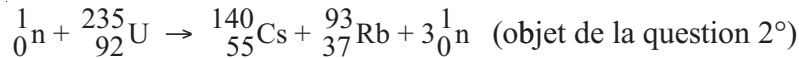
Élément chimique	Brome	Krypton	Rubidium	Strontium
Symbole	Br	Kr	Rb	Sr
Nombre de charge	35	36	37	38

b) Déterminer le nombre k de neutrons libérés.

Par application des lois de conservation du nombre de charge et du nombre de masse, l'équation générale d'une réaction de fission s'écrit :



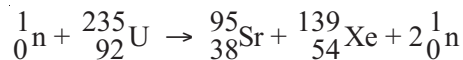
Exemples :



1.4- ENERGIE LIBÉRÉE PAR LA FISSION

Question

Montrer à l'aide de l'exemple suivant, qu'une réaction de fission libère, suite au défaut de masse Δm qui l'accompagne, une importante quantité d'énergie E :



D'après la loi de conservation de l'énergie totale du système de particules mises en jeu, on a :

$$E = \Delta m \cdot c^2.$$

$$\Delta m = \{m({}^{235}_{92}\text{U}) + m({}^1_0\text{n})\} - \{m({}^{95}_{38}\text{Sr}) + m({}^{139}_{54}\text{Xe}) + 2 m({}^1_0\text{n})\}$$

Avec les masses des particules concernées par la réaction :

$$m({}^{235}_{92}\text{U}) = 234,9934 \text{ u}, \text{ avec : } 1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2},$$

$$m({}^{139}_{54}\text{Xe}) = 138,8888 \text{ u},$$

$$m({}^{95}_{38}\text{Sr}) = 94,8064 \text{ u},$$

$$m({}^1_0\text{n}) = 1,0087 \text{ u},$$

la perte de masse qui accompagne la réaction est $0,2115 \text{ u}$, soit $197 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$.

Rapportée à une mole d'atomes, l'énergie libérée est d'environ $2 \cdot 10^{13} \text{ J}$ ou encore $5,5 \cdot 10^6 \text{ kWh}$. C'est cette énergie que l'on exploite dans les réacteurs nucléaires (Fig.8).



Fig. 8 : Centrale thermonucléaire

2 LA RÉACTION DE FUSION

2.1- DÉFINITION

La fusion est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux légers s'unissent pour former un noyau plus lourd.

Exemple :

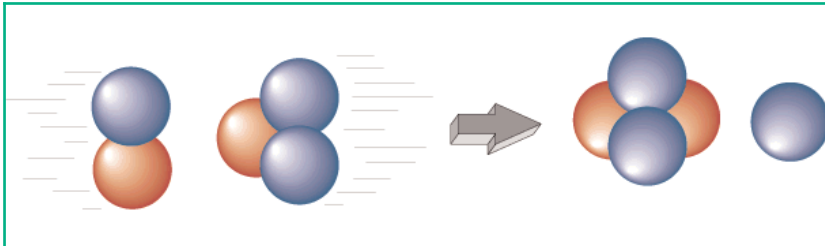
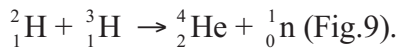


Fig.9 : Schéma de la fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium

2.2- PRODUCTION D'UNE RÉACTION DE FUSION

Pour réaliser une réaction de fusion, la plus grande difficulté réside dans la répulsion électrostatique. Les noyaux doivent pouvoir s'approcher extrêmement les uns des autres. Ceci ne peut être réalisé qu'à une température de l'ordre de 10^8 K. Donc, la fusion ne peut être réalisée qu'à des températures excessivement élevées (une centaine de millions de degrés). Le premier essai de production d'une réaction de fusion fut réalisé par les américains en 1952 et ce en faisant exploser la première bombe H dans l'océan pacifique (Fig.10).



Fig.10 : Explosion de la première bombe H testée, le 31 octobre 1952

2.3- ENERGIE LIBÉRÉE PAR LA FUSION

Pour déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par une réaction de fusion, on peut s'appuyer sur l'exemple cité précédemment :



Questions

- 1°) Calculer la quantité d'énergie E libérée au cours de la formation d'un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ par la fusion d'un noyau de deutérium ${}^2_1\text{H}$ et d'un noyau de tritium ${}^3_1\text{H}$.
- 2°) La comparer à la quantité d'énergie libérée par la fission du noyau ${}^{235}_{92}\text{U}$ (calculée dans le paragraphe 1).
- 3°) Peut-on s'appuyer sur cette comparaison pour affirmer si la fusion est plus exoénergétique ou bien moins exoénergétique que la fission et pourquoi ?

$$E = Dm \cdot c^2.$$

$$Dm = \{m({}_1^2\text{H}) + m({}_1^3\text{H})\} - \{m({}_2^4\text{He}) + m({}_0^1\text{n})\}.$$

$$\text{Avec } m({}_1^2\text{H}) = 2,01355 \text{ u}, m({}_1^3\text{H}) = 3,01550 \text{ u};$$

$$m({}_2^4\text{He}) = 4,00150 \text{ u} \text{ et } m({}_0^1\text{n}) = 1,00867 \text{ u};$$

on aura : $Dm = 1,888 \cdot 10^{-2} \text{ u}$, soit une libération d'énergie de 17,6 MeV, alors qu'une fission libère environ 200 MeV. Cependant, ramenée au nombre de nucléons (5 pour cette fusion et 236 pour la fission), cette énergie libérée par fusion est environ cinq fois plus importante que celle d'une fission.

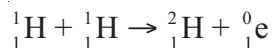
Contrairement aux cas des réactions de fission, on ne sait actuellement contrôler la fusion nucléaire que sur une durée de l'ordre de la microseconde seulement, bien que de nombreuses recherches soient en cours. Il n'y a donc pas, à présent, de possibilités d'utilisation constructive de l'énergie libérée par la fusion.

3 APPLICATIONS DES RÉACTIONS DE FISSION ET DE FUSION

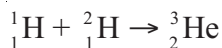
3.1- ENERGIE DU SOLEIL

L'énergie solaire est une énergie libérée par des réactions de fusion qui se produisent dans le soleil selon les principales étapes suivantes :

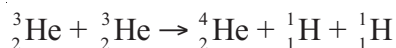
Première étape : synthèse du deutérium à partir de l'hydrogène



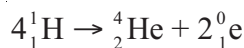
Deuxième étape : synthèse de l'hélium 3



Troisième étape : synthèse de l'hélium 4



La réaction bilan est la suivante :



Ces réactions ont lieu à 20 millions de degrés environ et sont très exoénergétiques, ce qui fait une libération de 24,7 MeV par noyau d'hélium formé.

De cette énergie solaire, la Terre reçoit, en moyenne 1 kW par m² au niveau du sol.

Comme utilisations directes de cette énergie solaire, on cite l'échauffement de l'eau par recours à l'effet de serre, la production d'énergie électrique par des turboalternateurs et par les photopiles.

3.2- ENERGIE NUCLÉAIRE

L'énergie libérée par les réactions nucléaires provoquées est utilisée, soit pour des fins utiles (réacteurs nucléaires), soit pour des fins destructives (bombe A et bombe H).

• Les réacteurs nucléaires

Un réacteur nucléaire est un appareil servant à réaliser des réactions de fission contrôlées. Les combustibles les plus utilisés sont l'uranium 235 et le plutonium 239. Certains réacteurs sont conçus pour produire de l'énergie électrique destinée à propulser un véhicule (navire, sous-marin,...) où à alimenter un réseau d'électricité (Fig.11). D'autres servent à produire des noyaux radioactifs pour usages scientifique, industriel ou médical.

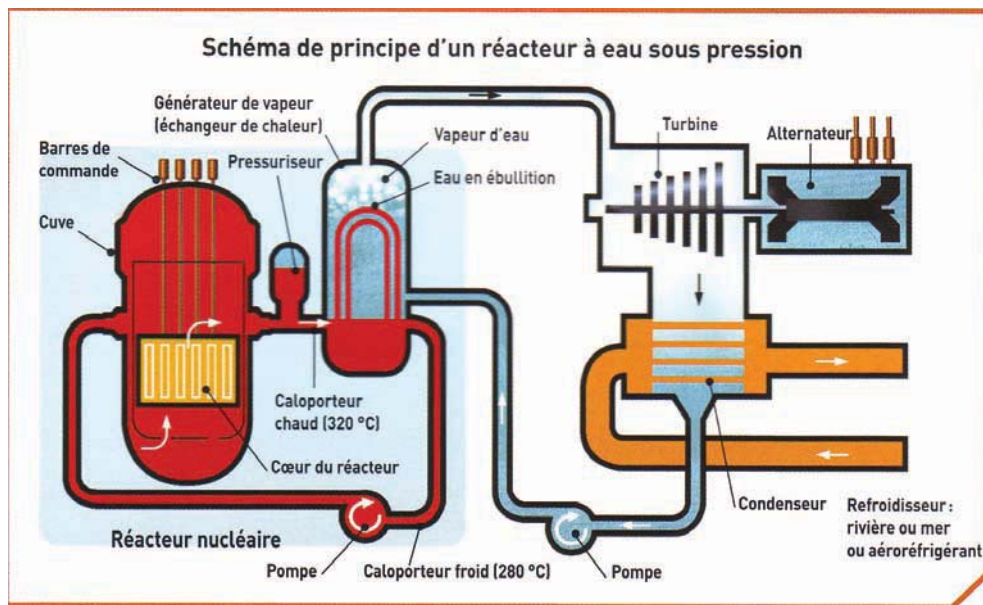


Fig.11 : Schéma d'un exemple de réacteur nucléaire

• La bombe atomique

Dans une bombe atomique (ou bombe A), on réalise une réaction de fission non contrôlée qui dégage une énergie énorme en un laps de temps très court, ce qui explique l'effet dévastateur de l'explosion qu'elle génère. La première bombe atomique réalisée avec l'uranium 235 fut lancée, le 6 août 1945 sur Hiroshima, puis celle réalisée avec du plutonium 239 fut lancée le 9 août 1945 sur Nagasaki au Japon (Fig.12).

• La bombe à hydrogène

Dans une bombe à hydrogène (ou bombe H), on réalise une réaction de fusion non contrôlée. Celle-ci est amorcée par une bombe atomique pour atteindre la température nécessaire à la fusion.



Fig.12 : Explosion d'une bombe au plutonium 239 à Nagasaki au Japon (9 août 1945)

L'essentiel

- Une réaction nucléaire est une transformation au cours de laquelle un ou plusieurs noyau(x) se désintègre(nt) en donnant un ou plusieurs noyau(x) nouveau(x) et éventuellement une ou plusieurs particules.
- Une réaction nucléaire peut être spontanée ou provoquée. Dans les deux cas, elle peut être symbolisée par une équation qui obéit aux lois de conservation du nombre de masse et du nombre de charge.
- La radioactivité est la transformation spontanée d'un noyau en un autre plus stable avec émission d'un rayonnement.
- On distingue trois types de radioactivités :
 - la radioactivité α (émission d'une particule α : noyau d'atome d'hélium ${}^4_2\text{He}$),
 - la radioactivité β^- (émission d'un électron ${}^0_{-1}e$),
 - la radioactivité β^+ (émission d'un positon 0_1e)
- L'émission γ est un phénomène corrélatif qui se produit chaque fois qu'un noyau fils est obtenu à l'état excité.
- La loi de décroissance radioactive est : $N = N_0 e^{-\lambda t}$, avec N_0 , le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à l'instant $t = 0$ et λ la constante radioactive.
- La demi vie (ou période radioactive) T d'une substance radioactive est la durée au bout de laquelle le nombre de noyaux initialement présents diminue de moitié.

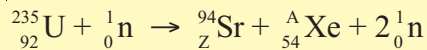
$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
- L'activité A d'une substance radioactive est donnée par le nombre moyen de désintégrations par unité de temps, $A = A_0 e^{-\lambda t}$ où A_0 désigne l'activité à l'instant $t = 0$.
- A cause du défaut de masse qui en résulte, une réaction nucléaire libère de l'énergie.
- Un noyau lourd subit une réaction de fission lorsque, sous l'action d'un neutron lent, il se scinde en deux noyaux de masses comparables.
- La fusion est une réaction nucléaire au cours de laquelle des noyaux très légers fusionnent en un noyau moins léger.
- Les énergies libérées par les réactions nucléaires sont énormes ; toutefois, l'énergie libérée par la fusion est plus grande que celle libérée par la fission.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

I – 1°) Dans un réacteur nucléaire, un noyau d'uranium 235 capte un neutron lent et subit une fission symbolisée par l'équation suivante :



Déterminer les nombres A et Z en précisant les lois utilisées.

2°) Dans le même réacteur, l'isotope ${}_{92}^{238}\text{U}$ de l'uranium peut capter un neutron rapide et se transformer en isotope 239 de l'uranium. Le noyau obtenu est radioactif. Par deux désintégrations successives spontanées de type β^- , il se transforme en plutonium.

Ecrire l'équation de chacune des désintégrations β^- et préciser les nombres de masse et de charge du noyau de plutonium formé.

3°) a) L'isotope ${}_{92}^{234}\text{U}$ de l'uranium est radioactif α . Ecrire l'équation de sa désintégration radioactive et identifier le noyau X formé en se référant au tableau suivant :

Élément	Hélium	Neptunium	Uranium	Protactinium	Thorium
Symbole du noyau	${}_2^4\text{He}$	${}_{93}^{236}\text{Np}$	${}_{92}^{234}\text{U}$	${}_{91}^{231}\text{Pa}$	${}_{90}^{230}\text{Th}$
Masse du noyau (en u)	4,0015	235,9956	233,9904	230,9860	229,9737

b) Calculer en MeV et en joule l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau d'uranium 234, puis celle libérée par un échantillon d'un gramme de cette substance radioactive.

c) En admettant que l'énergie libérée par la désintégration est répartie entre le noyau X et la particule α sous forme d'énergie cinétique et que le rapport des énergies cinétiques du noyau X et de la particule α est égal à l'inverse du rapport de leurs masses :

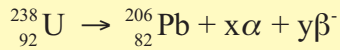
- déduire l'énergie cinétique de la particule α ainsi que celle du noyau X.
- calculer la vitesse de la particule α .

d) Certaines particules α émises ont en réalité une énergie cinétique égale à 13 MeV. L'écart entre cette valeur et la valeur calculée est expliqué par l'émission de radiations γ .

En déduire l'énergie de chacun des photons γ émis en même temps que ces particules α et calculer la longueur d'onde λ de l'onde associée.

II – L'uranium 238 est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à l'isotope stable du plomb ${}_{82}^{206}\text{Pb}$. Les désintégrations successives s'accompagnent d'une émission de particules α .

ou de particules β^- . Les noyaux intermédiaires étant d'une durée de vie suffisamment courte, on peut négliger leur présence dans les produits de la transformation. On assimile donc l'ensemble à une réaction unique :



1°) Déterminer les coefficients x et y .

2°) On suppose qu'à l'instant $t = 0$ de formation de minerai contenant de l'uranium 238, celui-ci ne contient aucun noyau de plomb 206.

On désignera par :

N_0 le nombre initial de noyaux d'uranium 238.

N le nombre moyen de noyaux d'uranium 238 qui subsistent à l'instant t .

N' le nombre moyen de noyaux de plomb présents à l'instant t .

a) Exprimer le nombre moyen N' de noyaux de plomb présents à l'instant t dans le minerai considéré en fonction de t , λ et N .

b) Exprimer l'âge du minerai en fonction de la période T de l'uranium ${}_{92}^{238}\text{U}$ et du rapport $\frac{N'}{N}$.

On pourra supposer $t \ll T$ et pour ε petit, on prendra $e^\varepsilon \approx 1 + \varepsilon$.

c) Application numérique : sachant qu'à l'instant t , l'échantillon du minerai contient 1g d'uranium 238 et 10 mg de plomb, calculer l'âge du minerai.

On donne : $T({}_{92}^{238}\text{U}) = 4,5 \cdot 10^9$ ans,

$$M(\text{U}) = 238 \text{ g.mol}^{-1},$$

$$M(\text{Pb}) = 206 \text{ g.mol}^{-1},$$

$$\ln 2 = 0,693,$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2},$$

$$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

$$\text{nombre d'Avogadro } N_A = 6,02 \cdot 10^{23},$$

$$\text{constante de Planck } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s},$$

$$\text{célérité de la lumière } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

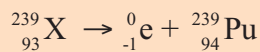
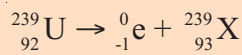
SOLUTION

1- 1°) D'après la loi de conservation du nombre de masse, on peut écrire :

$$235 + 1 = 94 + A + 2, \text{ ce qui donne : } \underline{A = 140}$$

D'après la loi de conservation du nombre de charge, on peut écrire : $92 = Z + 54$, ce qui donne : $\underline{Z = 38}$

2°) En respectant les lois de conservation précédentes, les équations des désintégrations β^- s'écrivent :



Remarque : On peut identifier, à l'aide du tableau périodique, la particule X intermédiaire à un noyau de neptunium Np.



La loi de conservation du nombre de masse donne : $A = 234 - 4 = 230$

Celle de conservation du nombre de charge donne : $Z = 92 - 2 = 90$.

Le noyau formé est donc l'isotope 230 du thorium : ${}_{90}^{230}\text{Th}$

b) Soit Δm , le défaut de masse qui accompagne la réaction nucléaire :

$$\Delta m = 233,9904 - [4,0015 + 229,9737] = 1,52 \cdot 10^{-2} \text{ u},$$

comme $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$, on aura : $\Delta m \approx 14,16 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$, d'où une libération d'énergie

$$\underline{W_1 = 14,16 \text{ MeV}}, \text{ soit } \underline{2,26 \cdot 10^{-12} \text{ J}}.$$

Soit W , l'énergie libérée par un échantillon de masse $m = 1 \text{ g}$ d'uranium 234.

$W = nW_1$ avec n , nombre de noyaux contenus dans $m = 1 \text{ g}$ d'uranium 234 et W_1 , l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau d'uranium 234.

$$W = \frac{m \mathcal{N}}{M} W_1 \quad \text{où } \mathcal{N} \text{ désigne le nombre d'Avogadro et } M \text{ la masse molaire atomique de l'uranium 234.}$$

$$\text{A.N : } \underline{W = 3,64 \cdot 10^{22} \text{ MeV}} ; \underline{\text{soit } 5,8 \cdot 10^9 \text{ J}}.$$

c) L'énergie libérée par la réaction nucléaire se répartit, sous forme d'énergie cinétique, entre la particule α et le noyau de thorium ; on peut écrire :

$$W = E_c(\alpha) + E_c(\text{Th}) \quad (1)$$

$$\text{On a aussi : } \frac{E_c(\alpha)}{E_c(\text{Th})} = \frac{m_{\text{Th}}}{m_\alpha}$$

En exprimant $E_c(\alpha)$ en fonction de $E_c(\text{Th})$ on aura : $E_c(\alpha) = \frac{m_{\text{Th}} E_c(\text{Th})}{m_a}$ (2)

En combinant (1) et (2), il vient : $E_c(\text{Th}) \left[1 + \frac{m_{\text{Th}}}{m_a} \right] = W$. D'où :

$$E_c(\text{Th}) = \frac{m_a}{m_a + m_{\text{Th}}} W \quad \text{et} \quad E_c(\alpha) = \frac{m_{\text{Th}}}{m_a + m_{\text{Th}}} W$$

Soit numériquement : $E_c(\text{Th}) = 0.242 \text{ MeV}$; $E_c(\alpha) = 13.918 \text{ MeV}$

La particule α emporte la majeure partie de l'énergie libérée, soit $\frac{E_c(\alpha)}{W} \cdot 100 = 98,2\%$.

Vitesse de la particule α : $E_c(\alpha) = \frac{1}{2} m v_\alpha^2$ d'où : $\| \vec{v}_\alpha \| = \sqrt{\frac{2E_c(\alpha)}{m_\alpha}}$, soit numériquement :

$$\| \vec{v}_\alpha \| = 2,59 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

d – L'énergie du photon γ est : $E_\gamma = 13,918 - 13,000 = 0,918 \text{ MeV}$.

On sait que $E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}$, d'où : $\lambda = \frac{hc}{E_\lambda}$. A.N : $\lambda = 1,35 \cdot 10^{-12} \text{ m}$.

II – 1°) L'écriture des lois de conservation du nombre total de nucléons et du nombre total de charges permet de déterminer x et y. On a les deux équations suivantes:

$$238 = 206 + 4x \quad \text{et} \quad 92 = 82 + 2x - y$$

D'où : $x = 8$ et $y = 6$.

2°) a) Le nombre moyen de noyaux N' de plomb présents à l'instant t est égal au nombre moyen de noyaux d'uranium 238 désintégrés entre l'instant t = 0 et l'instant t, soit :

$$N' = N(e^{\lambda t} - 1)$$

b) Le résultat précédent permet d'écrire : $\frac{N'}{N} = e^{\lambda t} - 1 = e^{\frac{\ln 2}{T} t} - 1$. Or t « T fait que le terme

$$\frac{\ln 2}{T} t = \varepsilon \quad \text{est très petit ; on peut donc utiliser l'approximation : } e^{\frac{\ln 2}{T} t} \approx 1 + \frac{\ln 2}{T} t$$

On a donc $\frac{N'}{N} = \frac{\ln 2}{T} t$, ce qui donne l'âge du minerai : $t = \frac{N'}{N} \frac{T}{\ln 2}$

c) Le nombre moyen de noyaux d'uranium 238 présents dans un échantillon de masse $m_U = 1 \text{ g}$ est : $N_U = N = \frac{m_U \mathcal{N}}{M_U}$; celui de noyaux de plomb 206 présents dans un échantillon de $m_{\text{Pb}} = 10 \text{ mg}$ est : $N_{\text{Pb}} = N' = \frac{m_{\text{Pb}} \mathcal{N}}{M_{\text{Pb}}}$; \mathcal{N} désigne le nombre d'Avogadro.

$$t = \frac{N'}{N} \frac{T}{\ln 2} = \frac{m_{\text{Pb}}}{m_U} \frac{M_U}{M_{\text{Pb}}} \frac{T}{\ln 2} ; \text{ soit numériquement : } t = 75 \cdot 10^6 \text{ ans.}$$

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La radioactivité est une transformation nucléaire spontanée.
- 2- La radioactivité est toujours une transformation lente.
- 3- Le nombre de noyaux désintégrés d'une substance radioactive ne dépend que du temps.
- 4- L'activité d'une substance radioactive est proportionnelle au temps.
- 5- La demi vie d'un élément radioactif est aussi la durée au bout de laquelle la masse d'un échantillon de cet élément diminue de moitié.
- 6- Au cours de toute réaction nucléaire, les lois de conservation de la charge totale et du nombre total de nucléons sont toujours respectées.
- 7- Les réactions de fission et de fusion sont des réactions nucléaires spontanées.
- 8- Dans une bombe à hydrogène, la réaction de fusion qui se produit est amorcée par une réaction de fission.
- 9- L'énergie du soleil est due à une réaction de fusion transformant l'isotope ${}^1_1\text{H}$ de l'hydrogène en hélium ${}^4_2\text{He}$.
- 10- Le rayonnement γ est beaucoup plus pénétrant que les rayonnements α et β . Il provoque de nombreuses ionisations dans l'organisme et est de ce fait très dangereux.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

I – Une réaction nucléaire :

- a- est accélérée par l'utilisation d'un catalyseur,
- b- est ralentie par une augmentation de pression,
- c- ne dépend pas des facteurs habituels des transformations chimiques tels que la pression, la température et le catalyseur.

II – La radioactivité d'une substance radioactive :

- a- est un phénomène nucléaire,
- b- dépend de la combinaison chimique dans laquelle est engagé le noyau radioactif,
- c- est la même pour tous les isotopes d'un même élément.

III – Une réaction nucléaire est :

- a- toujours spontanée,
- b- toujours provoquée,
- c- selon le cas, spontanée ou provoquée.

IV – La loi de décroissance radioactive s'exprime par la relation :

- a- $N = N_0 e^{-\lambda t}$,
- b- $N = N_0 e^{\lambda t}$,
- c- $N = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$.

V – La période radioactive ou demi vie d'un élément radioactif est la durée nécessaire pour que le nombre des noyaux initialement présents dans l'échantillon:

- a- diminue de moitié,
- b- diminue du quart,

c- augmente de la moitié.

VI – Au cours d'une réaction nucléaire, il y a :

a- seulement conservation du nombre total de nucléons,

b- seulement conservation de la charge électrique totale,

c- à la fois conservation du nombre total de nucléons et conservation de la charge électrique totale.

VII– Deux échantillons contiennent le même nombre de noyaux. Ceux du premier échantillon ont une demi vie plus courte que ceux du deuxième. L'activité initiale du premier échantillon est :

a- supérieure à celle du deuxième,

b- inférieure à celle du deuxième,

c- égale à celle du deuxième.

VIII– Du fait que le rayonnement γ est plus pénétrant que β et α :

a- il est utilisé en médecine sans aucune pré-

caution car il ne présente aucun danger,

b- il est très dangereux mais tout de même il est utilisé en médecine avec beaucoup de précautions (gammathérapie) pour traiter certains cancers,

c- il est très dangereux pour les cellules vivantes et il n'est jamais utilisé en médecine.

IX – Une réaction de fission :

a- Consiste en la capture d'un neutron par un noyau lourd qui se scinde alors en noyaux plus légers,

b- donne toujours un noyau de masse plus importante,

c- libère une faible quantité d'énergie.

X – Une réaction de fusion de deux noyaux légers:

a- donne toujours un noyau plus stable que les noyaux initiaux,

b- donne toujours un noyau de masse plus faible et libère de l'énergie.

c- donne toujours un noyau unique.



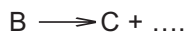
Exercices d'application

3

Compléter le tableau suivant :

	A	B	C	D	E
Noyau	${}^{214}_{84}\text{Po}$	${}^{210}_{82}\text{Pb}$	${}^{\dots}_{83}\text{Bi}$	${}^{\dots}_{84}\text{Po}$	${}^{\dots}_{82}\text{Pb}$
Nombre de masse			210	210	
Nombre de charge		82	83		
Nombre de neutrons	130			126	124

Compléter les réactions nucléaires suivantes et identifier la particule formée:



4

L'uranium 238 donne plusieurs désintégrations successives : x désintégrations de type α et y désintégrations de type β^- et se transforme en ${}^{226}_{88}\text{Ra}$. Le radium 226, lui même radioactif,

conduit par plusieurs désintégrations

successives à un isotope stable ${}^{206}_{82}\text{Pb}$, après avoir subi x' désintégrations de type α et y' désintégrations de type β^- . Déterminer x , y , x' et y' .

5

Etant radioactif, le polonium ${}^{218}_{84}\text{Po}$ se désintègre en un noyau de plomb ${}^A_Z\text{Pb}$

avec émission d'une particule α .

1°) Ecrire l'équation de la réaction de désintégration en précisant les lois de conservation qui la régissent.

2°) Le noyau ${}^A_Z\text{Pb}$ est radioactif de période T . Un échantillon de ${}^A_Z\text{Pb}$ a une masse $m_0 = 40$ mg à un instant de date $t = 0,54$ minutes plus tard, il n'en reste que $m = 10$ mg. Déterminer la valeur de la période T ainsi que celle de la constante radioactive λ de ${}^A_Z\text{Pb}$.

D'après Bacc. Juin 2004. Session principale. Section sport

6 L'isotope ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ du radium est radioactif ; il émet un rayonnement α et se transforme en un isotope du radon ${}^A_Z\text{Rn}$.

1°) Ecrire l'équation de cette désintégration en précisant les valeurs de Z et A.

2°) Les masses des noyaux intervenant dans la désintégration précédente sont respectivement :

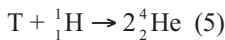
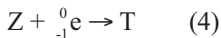
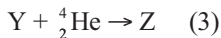
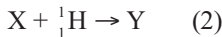
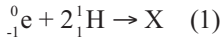
$$M(\alpha) = 4,0015 \text{ u} ; M({}^A_Z\text{Rn}) = 221,9703 \text{ u} ;$$

$$M({}^{226}_{88}\text{Ra}) = 225,9771 \text{ u}.$$

Calculer l'énergie totale libérée par la désintégration d'un noyau de radium ${}^{226}_{88}\text{Ra}$.

On donne : $1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

7 Selon Bethe et Critchfield (1938), l'une des hypothèses possibles pour expliquer l'énergie fournie par le soleil est d'envisager la succession suivante des réactions nucléaires :



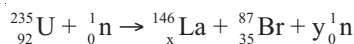
X, Y, Z et T représentent les noyaux.

1°) Equilibrer les cinq équations nucléaires précédentes et identifier les noyaux X, Y, Z et T en se référant au tableau suivant :

H							He
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne

2°) Faire le bilan des cinq équations précédentes. Quel est le type de la réaction obtenue ?

8 1°) Sous l'impact d'un neutron lent ${}^1_0\text{n}$, un noyau d'uranium ${}^{235}_{92}\text{U}$ peut subir avec libération d'énergie la fission suivante :

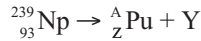
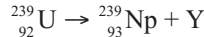
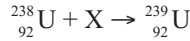


a) Déterminer x et y en précisant les lois utilisées.

b) Expliquer l'origine de l'énergie libérée au cours de cette réaction nucléaire.

2°) Le bombardement d'un noyau ${}^{238}_{92}\text{U}$ par une

particule X déclenche une série de réactions nucléaires dont les trois premières sont :

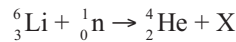


a) Identifier les particules X et Y.

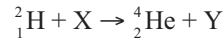
b) Déterminer A et Z du noyau de plutonium.

9 Pour réaliser une réaction de fusion, on procède comme suit :

Première étape : bombardement du lithium par des neutrons



Deuxième étape : réaction de fusion



1°) Identifier X et Y.

2°) Ecrire l'équation bilan correspondant à ces deux étapes.

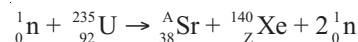
10 1°) Le noyau d'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$ peut capturer un neutron sans émission d'aucun rayonnement.

a) Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire.

b) Le noyau obtenu est radioactif, sa désintégration conduit à l'isotope du plutonium ${}^{239}_{94}\text{Pu}$.

Ecrire l'équation en précisant le nombre et la nature des particules émises au cours de cette réaction nucléaire.

2°) On bombarde un noyau d'uranium 235 par un neutron, il se produit la réaction nucléaire suivante :



a) Déterminer A et Z.

b) Quel est le type de cette réaction nucléaire ?

11 Le brome ${}^{77}_{35}\text{Br}$ est un émetteur β^+ , il donne comme noyau fils un isotope de l'élément sélénium Se, avec émission éventuelle d'un rayonnement γ . Sa période radioactive est de 57 h. Il est utilisé en imagerie médicale.

1°) Ecrire l'équation traduisant la désintégration d'un noyau de brome 77.

2°) Calculer la constante radioactive λ .

3°) Un échantillon a une activité initiale de $5,7 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$. Calculer le nombre moyen N_0 de noyaux au moment de la mesure.

Exercices de synthèse

12 A - 1°) Le polonium 210 ($^{210}_{84}\text{Po}$) est radioactif α . Ecrire l'équation de la réaction de sa désintégration sachant que le noyau fils est un isotope du plomb.

2°) En admettant que toute l'énergie libérée par la réaction est communiquée aux particules formées sous forme d'énergie cinétique et que le rapport des énergies cinétiques du noyau de plomb et de la particule α est égal à l'inverse du rapport de leur masse, calculer l'énergie $E_c(\alpha)$ de la particule α émise et celle $E_c(\text{Pb})$ du noyau fils, immédiatement après la désintégration. On exprimera ces énergies en MeV. Calculer la vitesse de la particule α et celle du noyau fils.

On donne : $M(\alpha) = 4,0015 \text{ u}$;

$M(^{210}_{84}\text{Po}) = 209,9368 \text{ u}$; $M(^{206}_{82}\text{Pb}) = 205,9295 \text{ u}$

$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}\cdot\text{c}^{-2}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

B – L'isotope 137 du césium $^{137}_{55}\text{Cs}$ est radioactif β^- . Le noyau ^A_ZBa obtenu à la suite de cette désintégration peut être soit dans l'état fondamental, soit dans un état excité à la suite duquel il reviendra à son état fondamental.

I - On ne considèrera que le cas où le noyau obtenu est dans son état fondamental.

1°) Déterminer A et Z et écrire l'équation de la réaction nucléaire qui a lieu.

2°) En utilisant les données consignées dans le tableau suivant, calculer en MeV et en joules l'énergie libérée au cours de cette désintégration.

Particule ou noyau	$^0_{-1}\text{e}$	$^{137}_{55}\text{Cs}$	^A_ZBa
Masse en u	$5,5 \cdot 10^{-4}$	136,8768	136,8743

On rappelle que $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Dire, sans calcul, sous quelles formes se retrouve cette énergie ?

II – On considère maintenant toutes les désintégrations possibles du césium 137. On rappelle que le nombre N des noyaux restants à l'instant t s'exprime en fonction du nombre N_0 des noyaux présents à l'instant $t = 0$ par la relation $N = N_0 e^{-\lambda t}$, où λ est une constante égale dans ce cas à $8,4 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$. Calculer en secondes et en années la période T.

13 L'élément carbone est composé principalement de deux isotopes stables, le

$^{12}_6\text{C}$ (98,9%) et le $^{13}_6\text{C}$ (1,1%). D'autre part, le carbone contient encore une très petite partie de l'isotope radioactif $^{14}_6\text{C}$ de période $T = 5730$ années, qui est formé continuellement sous forme de dioxyde de carbone dans l'atmosphère terrestre, par effet des radiations cosmiques et qui se mélange par l'intermédiaire du cycle CO_2 de la nature, aux isotopes $^{12}_6\text{C}$ et $^{13}_6\text{C}$.

1°) Donner la relation entre la constante radioactive λ et la période T.

2°) Pour le taux de désintégration du carbone participant au cycle CO_2 de la nature, on trouve la valeur de 13,6 désintégrations par minute et par gramme de carbone. Quand une matière végétale, par exemple un arbre, meurt elle ne participe plus au cycle CO_2 de la nature. Par conséquent, le taux de décomposition de carbone diminue.

Pour un morceau de bois ayant fait partie d'un navire Viking, on mesure en 1983, 12 désintégrations par minute et par gramme de carbone. En quelle année l'arbre ayant fourni ce bois a-t-il été abattu ?

3°) Quelle est la valeur du rapport isotopique $\frac{^{12}_6\text{C}}{^{14}_6\text{C}}$ du carbone participant au cycle CO_2 de la nature ?

On donne : Une année = 365 jours. Nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

14 Le radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ se désintègre en émettant une particule α et en produisant un noyau ^A_ZX dans son état fondamental.

1°) Sachant que ^A_ZX est un isotope du radon, écrire l'équation bilan de la désintégration en explicitant les règles utilisées.

2°) Le noyau ^A_ZX est également radioactif. On désire déterminer la période radioactive de ce noyau. A l'instant $t = 0$, on dispose d'un

échantillon contenant N_0 noyaux ; à l'instant t , ce nombre devient N . On obtient le tableau de mesures suivant :

t (heures)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
$\ln N$	6,90	6,75	6,60	6,45	6,30	6,15	6,00	5,85	5,70	5,55	5,40

- a) Tracer la courbe : $\ln N = f(t)$.
 b) Déduire de la courbe obtenue l'expression de la loi de décroissance radioactive.
 c) Déterminer la période radioactive T en jours du noyau ${}^A_Z X$.
 3°) Sachant que le rapport de l'énergie cinétique du noyau formé et de l'énergie cinétique de la particule α émise est égal à l'inverse du rapport de leurs masses, déterminer la valeur de ce rapport. Quelle remarque vous suggère-t-il ?
 4°) En supposant que l'énergie libérée par la désintégration se trouve en totalité sous forme d'énergie cinétique, calculer la vitesse de la particule α sachant que l'énergie libérée vaut 4,5 MeV.
 5°) En réalité, le phénomène de désintégration est accompagné de l'émission d'une radiation électromagnétique de longueur d'onde $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-11}$ m.

- a) Interpréter ce phénomène.
 b) Calculer la valeur de l'énergie cinétique de la particule α compte tenu de l'émission du photon.

On donne :

- Masse du noyau d'hélium = 4,0015 u.
- Masse du noyau de radon = 221,9771 u.
- $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

D'après Bacc. Juin 1997

15

L'image scintigraphique utilise des traceurs et des marqueurs. Un traceur est une substance qui peut se localiser de façon sélective au niveau d'une structure particulière de l'organisme. Un marqueur est un noyau qui se prête aisément à une détection externe. Il émet des rayonnements γ qui sont détectés à l'extérieur de l'organisme à l'aide d'une caméra à scintillation (gammacamera).

L'association d'un traceur et d'un marqueur per-

met, grâce au marqueur, de suivre l'évolution du traceur dans l'organisme.

Pour réaliser des scintigraphies thyroïdiennes, l'iode radioactif est le traceur physiologique de référence, il sert à la fois de traceur et de marqueur. On utilise pour cela soit l'iode 131 (${}^{131}_{53} \text{I}$) soit l'iode 123 (${}^{123}_{53} \text{I}$). Il est possible, après administration de faibles doses d'iode 131, par exemple, d'obtenir une scintigraphie de la thyroïde reflétant la distribution de la radioactivité au sein de l'organe.

I – 1°) L'iode 123 est produit par réaction nucléaire entre des deutons ${}^2_1 \text{H}$ de haute énergie et du tellure ${}^{122}_{52} \text{Te}$. Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire.

2°) L'iode 131 de demi vie $T = 8$ jours est émetteur β^- et γ . Ecrire l'équation de sa désintégration sachant qu'il se forme un noyau de xénon. Calculer en MeV l'énergie libérée par cette réaction nucléaire.

On donne : $m({}^{131}_{53} \text{I}) = 130,87705 \text{ u}$;
 $m({}^A_Z \text{Xe}) = 130,87545 \text{ u}$; $m({}^0_{-1} \text{e}) = 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ u}$.
 $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$.

3°) Pour une scintigraphie thyroïdienne, un patient adulte doit ingérer par voie orale une quantité d'iode 131 d'activité A_0 . Le délai entre l'administration du traceur et la réalisation des images est de 24 h. Quelle est en fonction de A_0 , l'activité A de l'iode 131 dans le corps au moment où les images sont réalisées ?

II – 1°) L'iode 123 est émetteur γ pur de demi vie $T' = 13,2$ h.

Pour une scintigraphie thyroïdienne, il faut injecter à un patient adulte une quantité d'iode 123 d'activité égale à $6,4 \cdot 10^6 \text{ Bq}$. Tracer la courbe représentant A en fonction du temps. On représentera simplement les activités correspondant à T , $2T$, $3T$, $4T$...

2°) La réalisation des images se fait entre 2 et 4 h après administration de l'iode. Déterminer graphiquement l'activité de l'iode 123 au bout de 4 h. Que vaudrait-elle si on réalisait, comme dans le cas de l'iode 131, une image 24 h après l'injection ?

16 Le cobalt ${}_{27}^{60}\text{Co}$ est radioactif β^- , avec

une demi vie $T = 5,27$ ans.

Le noyau fils est émis dans un état excité. Il revient à l'état fondamental en émettant

un rayonnement γ . En médecine, ce rayonnement est utilisé pour traiter certains cancers en irradiant de l'extérieur, les tumeurs afin de les détruire. On utilise ainsi des bombes à cobalt.

Le noyau fils du cobalt 60 se désexcite par deux rayonnements de longueurs d'onde $1,6 \cdot 10^{-12}$ m et $1,8 \cdot 10^{-12}$ m.

1°) Ecrire l'équation de la désintégration du cobalt 60 et celles de la désexcitation de son noyau fils.

2°) Au bout de quelle durée la bombe à cobalt aura-t-elle perdu 90% de son activité ?

3°) Chaque électron émis possède une énergie cinétique de $4,5 \cdot 10^{-14}$ J qu'il transmet intégralement au tissu humain qui l'absorbe.

Quelle est l'énergie transmise par unité de temps au tissu humain par une bombe d'activité $1,7 \cdot 10^{18}$ Bq ? On suppose que seuls 10% des électrons émis sont dirigés vers la cible.

4°) Quelle est l'énergie transmise aux tissus humains pendant une exposition de 0,8 seconde ?

5°) Si l'on considère qu'une exposition de 10 secondes à proximité immédiate d'une source dont l'activité est voisine de 10^{14} Bq est dangereuse, que peut-on dire de celle nécessaire à l'utilisation de la bombe à cobalt ?

17 Etude de texte

Le 26 février 1896, Henri Becquerel tente d'exciter la fluorescence de certains composés chimiques en les exposant au soleil dans l'espoir qu'ils impressionnent ensuite des plaques photographiques. Le sulfure de calcium semble donner des résultats, mais ceux-ci ne sont pas reproductibles. En revanche, le sulfate



double d'uranium paraît, après avoir été exposé au soleil, voiler les émulsions photographiques...

Le soleil a du mal à percer en cette journée d'hiver. Dépité, il enferme dans un tiroir les sels d'uranium qu'il voulait exposer et les plaques photographiques. Il ne les développe que quatre jours plus tard. Surprise, elles sont impressionnées. Un nouveau phénomène vient d'être découvert : il y a émission d'un rayonnement invisible dont les effets sont similaires à ceux des rayons X...

En 1898, Pierre Curie propose le mot radioactivité pour désigner ce phénomène qui ébranla le monde scientifique.

Henri Becquerel (1852–1908) est considéré comme le père de la radioactivité. Son fils Jean écrit à propos des travaux de son père :

«Les caractères fondamentaux de ce phénomène sont :

1°) L'émission est spontanée et d'une constance remarquable : de larges variations de température ne la modifient pas.

2°) Le dégagement d'énergie (émission de rayonnement) appartient en propre à l'atome, c'est-à-dire qu'il ne dépend aucunement de l'état de combinaison de l'uranium, alors que les autres propriétés physiques ou chimiques changent d'un composé à l'autre. »

Questions

1°) Quelle est la part du hasard et celle de la perspicacité scientifique dans le déroulement de cette découverte ?

2°) Quelle est la nature du rayonnement invisible qui impressionne les plaques photographiques dans les expériences de Becquerel ?

3°) Comment Becquerel appelle-t-il les rayons émis par le sulfate double d'uranium ?

4) Expliquer pourquoi le phénomène découvert par Becquerel est une propriété de l'élément uranium.

En savoir plus

Usages médicaux de la radioactivité

Malgré les dangers que présentent les rayonnements radioactifs, il y a entre eux ceux qui sont utilisés en médecine.

En imagerie médicale (radiographie, scintigraphie...), on utilise certaines substances comme sources de rayonnement. Pour un examen scintigraphique (Fig.1a) de la thyroïde par exemple (Fig.1b), on administre au patient une faible dose d'iode 123 . Cet isotope particulier est choisi pour sa faible période radioactive et son aptitude à migrer vers les différentes parties du corps.

L'enregistrement du rayonnement émis par la source permet de donner une image de la partie du corps dont l'exploitation permet de diagnostiquer son état.

La faible dose ingérée est bien supportée par l'organisme tant que l'opération n'est pas renouvelée trop souvent.

Cependant, pour les personnes souvent exposées aux rayonnements radioactifs, la radioprotection est indispensable par l'usage d'écrans (contre l'irradiation), voire même par l'usage de combinaisons qui protègent à la fois contre l'irradiation et la contamination. Il faut également diminuer la durée d'exposition et s'éloigner autant que possible de la source radioactive.



Fig.1a : Appareil permettant de faire une scintigraphie

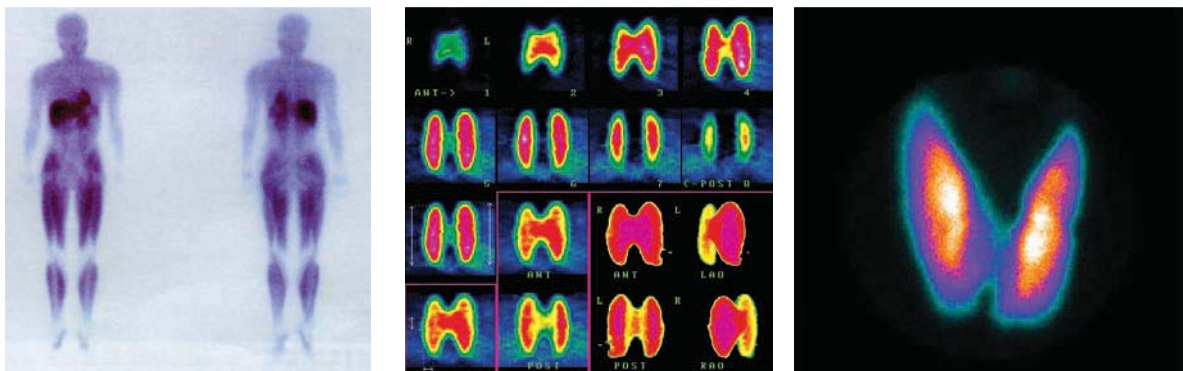


Fig.1b : Exemples de scintigraphies (corps humain et thyroïde)

Rayonnements et santé

Les particules émises par une source radioactive transportent de l'énergie. Quand elles traversent un milieu matériel, elles perdent peu à peu cette énergie en provoquant une ionisation sur leur passage et finissent par s'arrêter : elles sont alors absorbées par le milieu.

Les effets des rayonnements sur les cellules vivantes

Les particules α , ayant un pouvoir ionisant très important, ont un pouvoir de pénétration très faible, de l'ordre de quelques micromètres. De ce fait, les rayons α ne sont pas dangereux

pour la santé. Toutefois, il faut exclure une absorption interne qui peut provoquer une inhalation, une ingestion...

- Les particules β , ayant un pouvoir ionisant moins important que celui des particules α , ont un pouvoir de pénétration de quelques millimètres et, de ce fait, le rayonnement β est dangereux pour la peau.

- Les rayons γ ne sont pas directement ionisants. L'interaction entre ces rayons et les atomes du milieu qu'ils traversent peut donner naissance à des électrons qui, eux, sont ionisants. L'ionisation peut donc avoir lieu après une profonde pénétration.

Les effets ionisants du rayonnement sont dangereux pour les êtres vivants étant donné que l'ionisation agit sur les tissus. Les ions qui en résultent sont nocifs pour les ADN et les enzymes.

L'ionisation peut provoquer, par exemple, la rupture des liaisons hydrogène, la séparation des sucres et des phosphates, rendant ainsi la duplication et la transcription de l'information génétique de l'ADN à l'ARN des cellules impossibles. L'effet principal des rayonnements est donc la perte de la capacité de reproduction ; les structures moléculaires nécessaires à la vie sont endommagées.

Une cellule endommagée peut, dans certains cas, redevenir normale d'elle-même par des processus biochimiques.

Généralement, les cellules sont très sensibles aux rayonnements au stade de la mitose ; celles qui sont les moins différenciées sont les plus sensibles, ce qui est le cas des cellules cancéreuses. C'est pourquoi certains rayonnements sont utilisés dans le traitement des cancers.

Un organisme peut être exposé de deux façons différentes aux rayonnements ionisants :

- Par **irradiation**, lorsque la source se trouve en dehors de l'organisme.
- Par **contamination**, lorsque la source est absorbée par l'organisme (ingestion, respiration...). Ce dernier se trouve exposé tant que la source n'est pas évacuée ou « morte ».

Les effets pathologiques des rayonnements sur l'homme dépendent de la dose énergétique reçue. Pour concrétiser « la quantité de rayonnement » reçue, on définit deux grandeurs et deux unités correspondantes.

- la **dose énergétique reçue** est la quantité d'énergie reçue par unité de masse. Son unité dans le système international est le Gray noté Gy et telle que $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J.kg}^{-1}$.

- L'**équivalent de dose** tient compte du fait que, à énergies égales, toutes les particules ne sont pas également ionisantes. A chaque type de particule est associé un facteur de qualité Q (voir tableau ci-après).

L'équivalent de dose est le produit de ce facteur par la dose énergétique reçue, on l'exprime en sievert noté Sv.

Particule	α	β	γ	x
Q (Sv.Gy ⁻¹)	20	1	1	1

Selon la dose énergétique reçue par l'homme, on distingue :

* **Les effets somatiques** résultent d'une exposition de l'individu aux rayonnements entraînant une irradiation aiguë à fort débit de dose (0.5 Sv en quelques minutes), ces effets peuvent être :

- **précoces**: on peut avoir une irradiation de la peau provoquant des brûlures, des infections, des cancers voire la mort quand la dose est importante ; une irradiation des intestins (risque de perforation) ; une irradiation des yeux (cataracte), des gonades (stérilité)...

- **tardifs**: cancers et leucémies, peuvent se manifester plus de dix ans après l'irradiation.

La gravité de ces effets ne dépend pas de la dose reçue. Par contre, leur probabilité d'apparition augmente avec cette dose.

Signalons, à cet effet, que Irène et Frédéric Joliot Curie sont morts d'une leucémie.

* **Les effets foeto-embryonnaires** sont à l'origine de malformations ou de la mort des embryons. L'irradiation de la femme enceinte est donc contre-indiquée car les tissus des embryons sont particulièrement radiosensibles. La fréquence, mais non la gravité, des effets génétiques (action sur la descendance du sujet irradié), augmente avec la dose reçue. Ces effets résultent d'une dose supérieure à 0.05 Sv.

Effet d'une dose sur l'homme (très simplifié)

Dose reçue (Sv)	Symptômes précoces	Symptômes tardifs	Diagnostic
< 1	Aucun	Aucun	
1 – 2	Vomissements (24h) Lymphocytes : < 1500/mm ³	Possibilité d'induction de cancers à long terme	Survie 100%
2 – 5	Vomissements (3 à 4 jours) Lymphocytes : < 1000/mm ³	Infection La moelle est atteinte	Mortalité possible sans traitement, rare après soins
5 – 9	Vomissements ininter- rompus Lymphocytes : < 500/mm ³	Hémorragies Système gastro - intesti- nal détruit	Mort très probable même avec des soins
> 9	Troubles du système nerveux Lymphocytes : ≈ 0	Le système nerveux central est partiellement détruit	Mortalité 100% quel que soit le traitement

D'après : Electricité de France.

Energie nucléaire et électricité

Dans une centrale thermonucléaire, comme dans une centrale thermique au charbon ou au fuel, on transforme l'énergie thermique libérée par un combustible en énergie mécanique, puis électrique.

L'énergie thermique produite transforme l'eau en vapeur. Celle-ci actionne ensuite une turbine qui entraîne un alternateur produisant de l'énergie électrique. La vapeur qui alimente la turbine peut être produite soit directement dans le réacteur, soit par l'intermédiaire d'un échangeur.

Dans une centrale thermique classique, l'énergie thermique provient de la combustion dans la chaudière d'un combustible fossile (charbon, fuel-oil, gaz...) alors que dans une centrale nucléaire, l'énergie thermique provient de la fission des noyaux d'uranium dans le réacteur nucléaire.

Principe de fonctionnement

Si le principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire est simple, la technologie mise en œuvre est, en revanche, très complexe en raison des puissances mises en jeu, des rendements recherchés et des problèmes variés que pose la domestication de l'atome et des précautions qu'elle impose.

Une centrale nucléaire est constituée essentiellement :

- **d'un réacteur** (Fig.2) qui comporte :

* une partie active ou cœur composé du combustible, du modérateur et d'un fluide dit caloporteur. Il assure la production d'énergie thermique.

Le combustible le plus couramment utilisé est l'uranium 235.

Le modérateur ralentit les neutrons pour entretenir la réaction en chaîne.

Le fluide caloporteur qui transforme l'énergie thermique, gazeux ou liquide, évacue hors du réacteur l'énergie thermique libérée par la fission nucléaire.

* un dispositif de réglage et de sécurité servant à maintenir la réaction en chaîne à un niveau déterminé et à l'arrêter immédiatement en cas de situation anormale

- des échangeurs d'énergie thermique

L'énergie thermique extraite du cœur du réacteur par le fluide de refroidissement est transmise par des échangeurs d'énergie thermique au circuit eau-vapeur. La vapeur produite dans les échangeurs alimente la turbine qui entraîne l'alternateur produisant l'électricité.

Sécurité dans les centrales nucléaires

Un contrôle rigoureux de l'installation nucléaire est indispensable car le réacteur concentre une énorme quantité d'énergie et dégage une intense radioactivité. De coûteux mais indispensables dispositifs de sécurité sont mis en place.

D'une façon générale, les réacteurs nucléaires sont conçus de telle sorte que la réaction en chaîne a tendance à se ralentir quand la température augmente.

Dans tous les cas, la sécurité de fonctionnement est obtenue par :

- les barres de réglage qui permettent de maintenir la puissance du réacteur à un niveau donné,
- les barres de sécurité dont la chute automatique arrête la réaction en cas de détection d'anomalie de fonctionnement.

Dans le but de bien protéger l'environnement contre les rayonnements radioactifs, on dispose une gaine autour du combustible pour retenir les produits de fission. De plus, le réacteur est placé dans une cuve étanche entourée par une protection biologique dont le rôle est d'arrêter les radiations, et enfin une enceinte de sécurité dite aussi enceinte de confinement entoure l'ensemble de la partie nucléaire de la centrale. L'ensemble constitue le bâtiment réacteur conçu pour résister par exemple, à la chute d'un avion.

Malgré les mesures draconiennes de sécurité, l'accident de la centrale de Tchernobyl en Ukraine (Russie), survenu le 26 Avril 1986, a fait immédiatement une trentaine de morts et plusieurs centaines de milliers de personnes contaminés par le césium 137. L'accident est survenu suite à l'explosion du quatrième réacteur, encore en essai, et dans lequel la réaction en chaîne échappe au contrôle. Un énorme incendie détruit le site (Fig.3) et une haute radiation contamine rapidement la zone dans un rayon d'une trentaine de kilomètres, obligeant les autorités à évacuer d'urgence 130000 habitants.

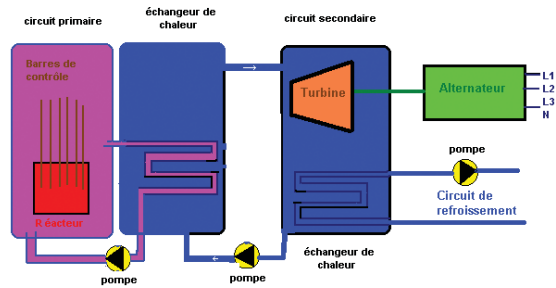


Fig.2 : Schéma simplifié d'une centrale nucléaire

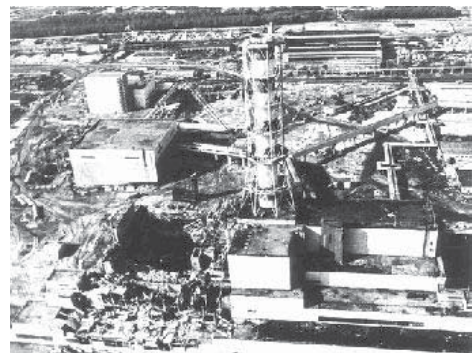


Fig.3 : Site dévasté de Tchernobyl

Réponses aux exercices

Chapitre 1

3. 1°) $0.7 \mu\text{F}$, 2°) $8.8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
 4. 1°) $18 \mu\text{C}$, 2°) a) 0.9 V , b) $8.1 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
 5. 1°) 0.24 s , 2°) a) 12 V , b) $3.6 \cdot 10^{-8} \text{ A}$
 6. 1°) $6 \cdot 10^{-4} \text{ A}$, 2°) 20 ms , 3°) 92 ms
 7. 3°) $1 \mu\text{s}$, 4°) 10^{-8} F
 8. 1°) 0.12 s , 2°) $12 \text{ k}\Omega$, 3°) $10 \mu\text{F}$
 9. 3°) 12 V , 150 ms , 4°) $15 \text{ k}\Omega$

Chapitre 2

3. a- Nord, b- Sud, c- Sud; d- Nord.
 4. 1°) a) Bp et Ba sont opposés., b) La règle du bonhomme d'Ampère.
 2°) a) Bp et Ba ont le même sens, b) La règle du bonhomme d'Ampère.
 5. 1°) $\frac{di}{dt} = -\frac{c}{L}$. 2°) $t \in [0, 5 \text{ ms}]$, $\frac{di}{dt} = -6 \text{ A.s}^{-1}$
 $t \in [5, 8 \text{ ms}] \Rightarrow \frac{di}{dt} = 10 \text{ A.s}^{-1}$, 3°) $t \in [0, 5 \text{ ms}]$,
 $i = f(t)$ décroissante.
 $t \in [5, 8 \text{ ms}]$, $i = f(t)$ croissante.
 6. 1°) $u_{AB} = (12.Lt + 6.r.t^2) \cdot 10^{-3} \text{ V}$. 2°) $u_{AB} \simeq 6,06 \text{ V}$.
 7. 1°) $t \in [0, 40 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = 3L$, $-t \in [40, 50 \text{ ms}] \Rightarrow$
 $u_{AB} = -12.L$, 2°) $t \in [0, 40 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = 0,3.V$
 $-t \in [40, 50 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = -1,2 V$
 8. 1°) $i(t)$ tend vers une limite I_0 . 2°) $I_0 = \frac{E}{r+R_0}$.
 3°) $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}.i = \frac{E}{L}$. 4°) On remplace i par son expression. 5°) $A = \frac{E}{R}$; $\alpha = \frac{R}{L}$. 6°) $\tau = \frac{L}{R}$; pour $t = 5.\tau$ le régime permanent s'établit.
 9. a) $I_0 = \frac{E}{R} = 0,1 \text{ A}$. b) $\tau = \frac{L}{R} = 0,83 \text{ ms}$.
 10. 1°) $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r.i$. 2°) $u_{BC} = R.i$. 3°) courbe 1: u_{BC} , courbe 2: u_{AB} . 4°) $I_0 = \frac{E}{r+R} = 28,6 \text{ mA}$.
 5°) $I_0 = \frac{u_{BC}}{R} \simeq 28,5 \text{ mA}$. 6°) Méthode de tangente
 7°) $\tau = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. 8°) $\tau = \frac{L}{r+R}$.
 Donc, $L = \tau.(r+R) = 0,53 \text{ H}$.
 11. 2°) $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r.i$. 3°) a) $I_0 = \frac{u_r}{r} = 0,1 \text{ A}$. b) $r' = 10 ?$. 4°) $\tau \simeq 10^{-3} \text{ s}$. 5°) $L = (r+r').\tau = 60 \text{ mH}$.
 6°) $W = 0,3 \text{ mJ}$.

12. 1°) $I_0 = 50 \text{ mA}$. 2°) a) la méthode de la tangente donne $\tau = 22 \text{ ms}$. b) $i(t_{1/2}) = \frac{I_0}{2} \rightarrow \tau = 22 \text{ ms}$.
 3°) $L = R.\tau = 1,1 \text{ H}$. 4°) $e \simeq 3,3 \text{ V}$.

13. 1°) Le courant i circule de A vers B à travers la bobine. $I = \frac{E}{R+r} = 0,6 \text{ A}$. 2°) Le courant i circule de A vers B à travers la bobine, la diode est passante. 3°) $W = m \cdot \|g\| \cdot h = 36,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = 324 \cdot 10^{-3} \text{ J}. \text{ Le rendement } \tau = 11,2 \%$$

Chapitre 3

3. 1°) Oscillations libres amorties;
 2°) $E = 1,52 \cdot 10^{-4} \text{ J}$; 4°) $L = 2,67 \text{ H}$
 4. 1°) L'amplitude décroît au cours du temps
 2°) $T = 6,5 \text{ ms}$; 3°) $T_0 = 6,28 \text{ ms}$. 4°) $T_E = 3,3 \text{ ms}$;
 5°) $T = 2T_E$.
 7. 1°) $T_0 = 4,0 \text{ ms}$ et $T = 4,4 \text{ ms}$, donc $T > T_0$.
 2°) $E_1 = 1,485 \mu\text{J}$ et $E_7 = 0,145 \mu\text{J}$.
 3°) L'énergie totale diminue au cours du temps.
 9. 1°) $Q_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 2°) Voir cours page 2°
 d) $U_m = 3 \text{ V}$, $\phi = \pi/2 \text{ rad}$; 2°) $t_k = 0,75 T_0 + kT_0$.
 3°) $T > T_0$; 3°) $W_J = 32,2 \mu\text{J}$.
 10. 1°) L'amplitude des oscillations diminue.
 2°) $L = 0,255 \text{ H}$; 25%
 11. 1°) a) $A = 0$, $u_C = E$, donc (2) correspond à u_C .
 1°) c) $\tau = 0,7 \text{ s}$; 1°) d) $i \simeq 158 \mu\text{A}$.

Chapitre 4

3. $C = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{ F}$
 5. 2°) $I = U/Z$; 3°) $N = 48 \text{ Hz}$;
 3°) $Z_0 = 32,5 \Omega$; $I_0 = 3,077 \text{ A}$.
 6. 2°) Résonance d'intensité. 2°) ω_0 ne dépend que de L et de C. 2°) $Z = R$ et $\Delta\varphi = 0$.
 7. 1°) $r = 15,4 \Omega$; 2°) $Q = 10,445$; $P = 0,26 \text{ W}$.
 9. 2°) a) $L_0 = 1 \text{ H}$; 2°) $Q = 6,28 > 1$; 3°) $L < 1,6 \text{ H}$.
 10. 1°) $E_0 = 2\pi U^2 / \omega_0 R$; 2°) $E_t = LU^2 / R^2$.
 3°) $E_t / E_0 = Q / 2\pi$.
 11. 2°) $L = 0,135 \text{ H}$; $r = 60 \Omega$.

Chapitre 5

3. 3.46 cm , 5.77 rad.s^{-1} , 0 rad
 4. 2°) 0.628 s
 5. 1°) 0.89 s , 2°) 0.14 m.s^{-1} , 3°) X_m diminue.
 6. 1°) a) 0.628 s , b) 1.59 Hz , 2°) a) 0.8 s ;
 $T > T_0$, b) $E_0 = 0.1 \text{ J}$; $E_1 = 0.036 \text{ J}$

Chapitre 6

3. 2°) $T_0 = 0,28 \text{ s}$; 3) Risque de rupture
 5. 1°) $T = d/v$; $N = v/d$ 2°) b) $v_0 = 3 \text{ m.s}^{-1}$

6. 2°) a) 68,2 tr.min⁻¹ ; 5 cm ; 2,27 Hz ; $\pi/2$ rad
 b) $T_o = T$, résonance de vitesse ;
 d) $F_m = 1,29$ N ; $\varphi_F = 0$ rad ; $P = 0,46$ W
 7. 3) a) 0,8 s, b) 3,14 N.m⁻¹.

Chapitre 7

3. 1°) $N = 50$ Hz, $\lambda = 0,2$ m. 2°) b- M_1 et S vibrent en opposition de phase, M_2 et S vibrent en phase.
 3°) $N_e = 25$ Hz : immobilité ; $N_e = 49$ Hz : mouvement ralenti dans le sens réel ; $N_e = 51$ Hz : mouvement ralenti dans le sens inverse.
 4. 1°) $y_S(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100\pi t)$.
 2°) a) $y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100\pi t - 2\pi d/\lambda)$,
 b) $y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100\pi t - \pi)$.
 5. 1°) a) $v = 5$ m.s⁻¹. b) $\lambda = 5 \cdot 10^{-2}$ m. 2°)
 a) $y_M(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200\pi t - \pi)$. c) $t = 6,75 \cdot T + k \cdot T$.
 6. 1°) $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ m, 2°) $v = 0,25$ m.s⁻¹. 3°) $t_1 = 6 \cdot 10^{-2}$ s.
 4°) $y_S(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100\pi t + \pi)$, 5) Points sur les cercles de rayons : $x_1 = \lambda/2$; $x_2 = 3\lambda/2$; $x_3 = 5\lambda/2$.
 7. 1°) $b - \lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ m. 2°) a) $y_M(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100\pi t)$
 b) $v = 0,4$ m.s⁻¹. c) $y_O(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100\pi t + \pi)$.
 4°) Deux cercles de rayons $x_1 = \lambda$ et $x_2 = 2\lambda$.
 8. 2°) a) $\lambda = 0,3$ m ; $v = 30$ m.s⁻¹ ; $N = 100$ Hz.
 b) $y_S(t) = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200\pi t)$.
 c) $y_A(t) = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200\pi t - \pi)$.
 9. 1. 1°) $T = 0,01$ s ; $\lambda = 0,2$ m. 2°) $v = 20$ m.s⁻¹ ;
 $x_A = 0,40$ m ; $t_1 = 0,02$ s.
 3°) $y_S(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200\pi t)$; $y_A(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200\pi t)$
 4°) c) 3 points situés à $x = 5\lambda/12 + k\lambda$ ($k = 0, 1$, ou 2).
 II-1°) $y_M(t) = 10^{-3} \sin(628t - 2\pi \cdot x/\lambda)$, 2°) $v = 0,4$ m.s⁻¹.
 4°) immobilité : $N_e = N/k$, pour $k=1$: $N_e = N = 100$ Hz.
 10. 1°) a) $N = 50$ Hz ; $\lambda = 0,2$ m. b) $v = 10$ m.s⁻¹.
 c) $x_1 = 0,55$ m ; $t_0 = 0,055$ s.
 2°) S et M_1 en quadrature de phase.
 3°) $t = (6,75 \cdot 10^{-2} + 0,02k)$ s ; $t_1 = 6,75 \cdot 10^{-2}$ s.
 4°) 3 points situés à $x = \lambda/8 + k\lambda$, avec $k = 0, 1$, ou 2.
 11. 1°) a) 10^{-4} s/div, b) dilution de l'énergie.
 2°) b) $d = 34$ cm ; base de temps : $2 \cdot 10^{-4}$ s / div.
 12. 1°) $N = 500$ Hz. 2°) $\lambda = 0,68$ m, 3°) $v = 340$ m.s⁻¹.
 13. b) $N = 1000$ Hz, c) $\lambda = 0,34$ m. d) $v = 340$ m.s⁻¹.
 14. 1°) a) $T \simeq 68$ ms, $s \simeq 0,1$ ms/div.
 b) $\theta \simeq 0,15$ ms ; $\Delta t = n \cdot T + \theta = n/f + \theta$.
 2°) $U_R = 300$ mV ; $U_B = 250$ mV.
 3°) $\lambda = d_2 - d_1 = 23$ cm. $v = \lambda \cdot f = 338$ m.s⁻¹.
 4°) $d = v \cdot \Delta t = v(n/f + \theta) = \lambda \cdot n + \lambda \cdot f \cdot \theta$,
 $d = 23 \cdot n + 5,1$ (cm) ; $d = 51,1$ cm.
 5°) Célérité constante, l'air est un milieu non dispersif.

Chapitre 8

3. 1°) 60°, 2°) 0,5 m.s⁻¹, 3°) $r = 60^\circ$.
 4. 1°) $\lambda \gg l$, 2°) rides circulaires, 3°) diffraction,
 4°) $l \ll \lambda$, pas de diffraction.
 5. 1°) oui, 2°) $\lambda_2 = v_2 / N_2 = v_1 / N_2 = 7,25 \cdot 10^{-3}$ m.
 6. 1°) a) Oui, b) transmission avec changement de célérité, 2°) a) $\lambda_1 = v_2 / N = 2 \cdot 10^{-2}$ m, $\lambda_2 = v_2 / N = 1,5 \cdot 10^{-2}$ m,
 b) $\lambda_2 < \lambda_1$, 4°) non, car $v_2 \neq v_1$, pour $N = Cte$.
 7. 1°) $\lambda_1 = v_1 / N = 2 \cdot 10^{-2}$ m, 2°) $\lambda_2 = v_2 / N = 1,33 \cdot 10^{-2}$ m,
 3°) $\sin(i_2) = v_2 \sin(i_1) / v_1$ ce qui donne $i_2 = 19,47^\circ$.

8. 1°) $n = c/v$, 2°) $\sin(i_1) = n \cdot \sin(i_2)$, 4°) une tache,
 5°) oui, on obtient le spectre de la lumière blanche.
 9. 1°) Une seule radiation, 2°) a) Tache centrale de largeur L , b) $\lambda/a = 6,3 \cdot 10^{-6} < 0,174$, 3°) $L' = 9,2 \cdot 10^{-3}$ m,
 4°) $L' < L$, 5°) $L = 0,63 \cdot 10^{-3}$ m, on mesure difficilement L .
 10. 1°) $\theta = \lambda/a$, 4°) $\theta = L/2D$, 5°) $L = 2\lambda \cdot D/a$,
 6°) $\lambda = L \cdot a / 2D$, $\lambda = 0,63$ μ m.
 11. 1°) Une droite, 2°) $r = k/a = 36,7 \cdot 10^{-7}/a$,
 4°) $\theta = 1,22 \cdot \lambda/a$, $\theta = r/a$, $r = 1,22 \cdot \lambda \cdot D/a$, 5°) $\lambda = 0,67$ μ m.
 12. 2°) $\theta_1 = X_1/2D$, $3 \cdot \theta_1 = \lambda/a$, 4°) $\lambda = a \cdot X_1/2D = 0,675$ μ m,
 5°) $L_1 = 2,7 \cdot 10^{-2}$ m, $L_2 = 1,4 \cdot 10^{-2}$ m, $L_1 = 2L_2$,
 6°) $X_1 = 2\lambda \cdot D/a = 1,8 \cdot 10^{-2}$ m.
 13. 1°) $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, 2°) $\sin(r_j) = \sin(i)/n_j$,
 $r_i = 19,67^\circ$, 3°) $i_j > r_j$ par la suite $D = i_j - r_j = 10,3^\circ$.
 4°) $r_b = 19,2^\circ$ et $D' = 10,8^\circ$, ainsi la radiation bleue est la plus déviée, la dispersion de la lumière.

Chapitre 9

3. 1°) (non) ; 2°) (non) .
 4. 1°) $E_{4,2} = 2,27$ eV = $3,63 \cdot 10^{-19}$ J, $E_{3,1} = 7,05$ eV = $11,28 \cdot 10^{-19}$ J. 2°) $\lambda_{4,2} = 547$ nm, $\lambda_{3,1} = 176$ nm.
 3°) spectroscopie à réseau.
 5. 1°) $E_1 = -13,6$ eV ; $E_2 = -3,4$ eV ; $E_3 = -1,5$ eV ;
 $E_4 = -0,85$ eV. $E_\infty = 0$; 2°) c) ionisé .
 3°) $\lambda_{4,1} = 97,3$ nm . 4°) $\nu_i = 3,29 \cdot 10^{15}$ Hz .
 6. a) $n=1$, c) $E_i = 13,6$ eV. d) $\lambda_{4,1} = 97,3$ nm .
 e) $\lambda_{2,1} = 121,7$ nm
 7. a) $E_i = 13,6$ eV. b) $E_{2,1} = 10,2$ eV. c) $\lambda_{2,1} = 121,7$ nm
 d) $\nu_{n,2} = (E_n - E_2) / h$, série de Balmer, $\lambda_{3,2} = 656,7$ nm.
 8. 1°) a) ($E=0$: ionisation). b) ($E_1 = -13,6$ eV).
 c) ($E_i = 13,6$ eV). 3°) $\lambda_{6,2} = 411$ nm .
 9. 2°) $\nu_{2,1} = 3/4 \cdot E_0/h$. 3°) $\nu_{3,2} = \nu_{3,1} - \nu_{2,1}$

Chapitre 10

3. $m = 4,0015$ u
 4. $E_o = 22,23 \cdot 10^4$ MeV
 5. 2°) $E_{85} = 739,685$ MeV ; $E_{89} = 771,53$ MeV
 $E_{85}/A = 8,7$ MeV ; $E_{89}/A = 8,67$ MeV
 3°) Rb(85) plus stable que Rb(89).
 6. 1°) 2p et 2n 2°) $\Delta m = 0,0304$ u, 3°) $E = 28,3176$ MeV.
 4°) $H_e(4) > H_e(6) > H_e(3)$
 7. 2°) $E = 1755,67$ MeV. 3°) $E/A = 7,377$ MeV ; 4°)
 $E = 1,7 \cdot 10^{14}$ J.
 8. 2°) a) $E = 1136,337$ MeV = $1818,14 \cdot 10^{-13}$ J 2°) b)
 $E/A = 8,175$ MeV ; 3°) a) $y_{Se} = 8,5$ MeV ;
 $y_U = 7,395$ MeV. $y = -7,13 \cdot 10^{-3}$ A + 9,07.
 9. 2°) $E_{Mg} = m_{Mg} c^2$. 3°) $E_p = 938,28$ MeV ; $E_n = 939,576$ MeV.

Chapitre 11

4. $x = 3$, $y = 2$, $x' = 5$, $y' = 4$
 5. 1°) ${}^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{214}_{82}\text{Pb}$; 2°) $T = 27$ min ; $\lambda = 4,27 \cdot 10^{-4}$ s⁻¹
 6. 1°) ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{222}_{86}\text{Rn}$; 2°) $W = 7,9 \cdot 10^{-13}$ J.
 8. 1°) a) $x = 57$, $y = 3$; b) défaut de masse ; 2°) a) X un neutron ${}^1_0\text{n}$, Y un électron ${}^0_{-1}\text{e}$; b) $A = 239$ $Z = 94$.
 10. 1°) a) ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{239}_{92}\text{U}$; b) ${}^{239}_{92}\text{U} \rightarrow 2\cdot{}^0_{-1}\text{e} + {}^{239}_{94}\text{Pu}$;
 2°) a) $A = 94$, $Z = 54$; b) fission
 11. 1°) ${}^{77}_{35}\text{Br} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^{77}_{34}\text{Se}$; 2°) $3,38 \cdot 10^{-6}$ s⁻¹ ;
 3°) $1,68 \cdot 10^{21}$.

Sites Web intéressants

Pour l'ensemble du programme

<http://www.web-sciences.com>
<http://www.phys.free.fr/sommaire.htm>
<http://fr.wikipedia.org/wiki/Portail:Physique>
<http://www.ac-orleans-tours.fr/physique/default.htm>
<http://www.perso-orange.fr/physique.chimie/>
<http://perso.orange.fr/jf.noblet/index.htm>
<http://www.futura-sciences.com>
<http://formation.etud.u-psud.fr>
<http://freephysique.free.fr>
<http://www.walter-fendt.de/ph14f/>
<http://www.ac-versailles.fr/etabliss/lyt/soutien/DPhysChimieT.htm>
<http://www.discip.ac-caen.fr/physapp/lycee/1ie.htm>
<http://www.ac-creteil.fr/mathsciences-lp/VECTEURS/InventCrocodileClips>
<http://www.chimix.com>

Evolution de systèmes

<http://www.physique-appliquee.net/>
<http://www.lectronique.com>
<http://www.discip.ac-caen.fr/physapp/lycee>
<http://www.ac-grenoble.fr/phychim/term/tp/dipolerl.htm>
http://www.maxicours.com/soutien-scolaire/electricite/bac-pro/index_1.html
http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/COURS/4DIPOLE_RL/
http://www.ac-poitiers.fr/sc_phys/formatio/staglabo/elect1_2/inductif/inductif.htm
<http://www4.ac-lille.fr/~physiquechimie/lycee/termS/proaca/schauing/circuirrl.xls>
<http://www.physique.edunet.tn/gabes.html>
<http://wwwphysique.edunet.tn/nabeul.html>
<http://wwwphysique.edunet.tn/kébili.html>

Ondes

<http://www.chimix.com/ifrance/pages/diffraction.htm>
<http://www.sciences.univ-ntes.fr/physique/perso/blanquet/synophys/36opfer/36opfe>
http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/doschim/decouv/couleurs/loupe_spect_lum.html
<http://www.md.ucl.ac.be/didac/physique/didacphys/animations/animations.html>
<http://www.montblancsciences.free.fr/terms/physique/cours/p3.htm>
<http://www.chimix.com/T-fiches/ondes2.htm>
<http://www.cours.cegep-st-jerome.qc.ca/203-301-r.f/partie1/chap2/section5.htm>
http://www.perso.orange.fr/physique.chimie/TS_Physique/Physique-ondes progressives.htm
<http://www.ncf.ca/ch865/frenchdescr/movingwaves.html>
<http://www.edunet.tn/ressources/sitetable/sites/siliana/boarada/cours/Physique.html>

Physique atomique et nucléaire

<http://www.thelin.net/laurent/nucleaire/index.html>
<http://www.cea.fr/fr/jeunes/livret/Radioactivite/definition.html>
http://tpe.radioactivite.free.fr/grand_1.htm#emissions_part
<http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/carrefour/atomix/>
http://www.cea.fr/fr/magazine/dossier_noyau/
<http://www.infoscience.fr/histoire/portrait/einstein.html>
<http://www.ac-grenoble.fr/webcurie/pedagogie/physique/saulaie/physfra/famille.htm>
<http://ma.prehistoire.free.fr/datation.htm>
<http://www.eduscol.education.fr/D0056/datation>
<http://www.sfen.org/fr/intro/atomes.htm>
<http://molaire1.club.fr/radioactiv.html>