

## ▷ Fonctions Exponentielles ◁

### ⊗ Définition :

- La fonction Exponentielle est la bijection réciproque de la fonction Logarithme Népérien qu'on note :  $x \mapsto \exp(x)$  ou  $x \mapsto e^x$

### Conséquences :

- la fonction exponentielle est **définie** sur **IR**.
- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}^*_+$  on a :  **$[y = e^x] \Leftrightarrow [x = \text{Ln } y]$**

$$\text{d'où : } \begin{cases} e^{\text{Ln } y} = y & \text{pour tout } y \in \mathbb{R}^*_+. \\ \text{Ln } e^x = x & \text{pour tout } x \in \mathbb{R}. \\ \mathbf{e^0 = 1} & \text{et } \mathbf{e^1 = e}. \end{cases}$$

- **$e^x > 0$**  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
- La fonction exponentielle est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .
- Pour tous réels  $a$  et  $b$  on a :

$$\begin{cases} e^a = e^b & \Leftrightarrow a = b \\ e^a \geq e^b & \Leftrightarrow a \geq b \end{cases}$$

- La courbe de la fonction exponentielle est la symétrique de celle de la fonction Logarithme Népérien par rapport à la droite :  $y = x$ .

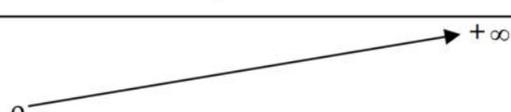
### ⊗ Limites :

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x &= +\infty & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} &= +\infty & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{mx}}{x^n} &= +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x &= 0 & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x &= 0 & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n \cdot e^{mx} &= 0 & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1. \end{aligned}$$

### ⊗ Sens de variation :

La fonction exponentielle est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et sa fonction dérivée est lui-même.

On a donc :  **$(e^x)' = e^x$**  et le tableau de variation suivant :

x	- ∞	+ ∞
$(e^x)'$	+	
$e^x$		

### ⊗ Propriétés :

Pour tout réels  $a$  et  $b$  on a :

$$\begin{aligned} \bullet e^{a+b} &= e^a e^b & \bullet e^{a-b} &= \frac{e^a}{e^b} \\ \bullet e^{-a} &= \frac{1}{e^a} & \bullet (e^x)^r &= e^{rx} \text{ pour tout } r \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

### ⊗ Dérivées et primitives :

- Si la fonction  $u$  est dérivable sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  alors :  
la fonction  $x \mapsto \exp \circ u(x)$  est dérivable sur  $I$  et on a :  **$(e^{u(x)})' = u'(x) \cdot e^{u(x)}$** . ( **$(e^{ax})' = a e^{ax}$** )
- Si  $f(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$  alors les primitives de  $f$  sont les fonctions  $F$  définies sur  $I$  par :  
 $F(x) = e^{u(x)} + k$ . avec  $k \in \mathbb{R}$  ; ( Une primitive de  **$(e^{ax})$**  est  **$\frac{1}{a} e^{ax}$**  )