▹ Fonctions Exponentielles ◃

⊗ Définition :

- La fonction Exponentielle est la bijection réciproque de la fonction Logarithme Népérien qu'on note : $x \mapsto exp(x)$ ou $x \mapsto e^x$

Conséquences :

- la fonction exponentielle est **définie** sur **IR** .
- Pour tout x ∈IR et y ∈IR*₊ on a : $[y = e^x] \Leftrightarrow [x = Ln\, y]$

d'ou : $\begin{cases} e^{Ln\, y} = y & \text{pour tout } y \in IR^*_+. \\ Ln\, e^x = x & \text{pour tout } x \in IR. \\ e^0 = 1 \quad \text{et} \quad e^1 = e. \end{cases}$

- $e^x > 0$ pour tout x ∈IR.
- La fonction exponentielle est strictement croissante sur IR.
- Pour tous réels a et b on a :

$$\boxed{\begin{array}{l} e^a = e^b \Leftrightarrow a = b \\ e^a \geq e^b \Leftrightarrow a \geq b \end{array}}$$

- La courbe de la fonction exponentielle est la symétrique de celle de la fonction Logarithme Népérien par rapport à la droite : $y = x$.

⊗ Limites :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{mx}}{x^n} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x\,e^x = 0$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n.e^{mx} = 0$
- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$.

⊗ Sens de variation :

La fonction exponentielle est dérivable sur IR et sa fonction dérivée est lui-même.

On a donc : $(e^x)' = e^x$ et le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$(e^x)'$	+	
e^x	0 ↗	$+\infty$

⊗ Propriétés :

Pour tout réels a et b on a :

- $e^{a+b} = e^a e^b$
- $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$
- $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$
- $(e^x)^r = e^{rx}$ pour tout r ∈ Q

⊗ Dérivées et primitives :

- Si la fonction u est dérivable sur un intervalle I de IR alors :
  la fonction x ↦ exp o u (x) est dérivable sur I et on a : $(e^{u(x)})' = u'(x).e^{u(x)}$. $((e^{ax})' = ae^{ax})$
- Si f (x) = $u'(x).e^{u(x)}$ alors les primitives de f sont les fonctions F définies sur I par :
  F (x) = $e^{u(x)} + k$. avec k ∈IR ; (Une primitive de (e^{ax}) est $\frac{1}{a}e^{ax}$)