

▷ Fonctions Exponentielles ◁

⊗ Définition :

- La fonction Exponentielle est la bijection réciproque de la fonction Logarithme Népérien qu'on note : $x \mapsto \exp(x)$ ou $x \mapsto e^x$

Conséquences :

- la fonction exponentielle est **définie** sur **IR**.
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}^*_+$ on a : **$[y = e^x] \Leftrightarrow [x = \text{Ln } y]$**

$$\text{d'ou : } \begin{cases} e^{\text{Ln } y} = y & \text{pour tout } y \in \mathbb{R}^*_+. \\ \text{Ln } e^x = x & \text{pour tout } x \in \mathbb{R}. \\ \mathbf{e^0 = 1} & \text{et } \mathbf{e^1 = e}. \end{cases}$$

- **$e^x > 0$** pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- La fonction exponentielle est strictement croissante sur \mathbb{R} .
- Pour tous réels a et b on a :

$$\begin{cases} e^a = e^b & \Leftrightarrow a = b \\ e^a \geq e^b & \Leftrightarrow a \geq b \end{cases}$$

- La courbe de la fonction exponentielle est la symétrique de celle de la fonction Logarithme Népérien par rapport à la droite : $y = x$.

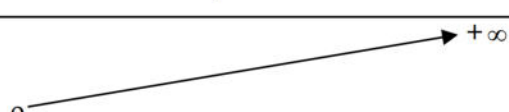
⊗ Limites :

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x &= +\infty & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} &= +\infty & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{mx}}{x^n} &= +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x &= 0 & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x &= 0 & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n \cdot e^{mx} &= 0 & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1. \end{aligned}$$

⊗ Sens de variation :

La fonction exponentielle est dérivable sur \mathbb{R} et sa fonction dérivée est lui-même.

On a donc : **$(e^x)' = e^x$** et le tableau de variation suivant :

x	- ∞	+ ∞
$(e^x)'$	+	
e^x		

⊗ Propriétés :

Pour tout réels a et b on a :

$$\begin{aligned} \bullet e^{a+b} &= e^a e^b & \bullet e^{a-b} &= \frac{e^a}{e^b} \\ \bullet e^{-a} &= \frac{1}{e^a} & \bullet (e^x)^r &= e^{r \cdot x} \text{ pour tout } r \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

⊗ Dérivées et primitives :

- Si la fonction u est dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} alors :
la fonction $x \mapsto \exp \circ u(x)$ est dérivable sur I et on a : **$(e^{u(x)})' = u'(x) \cdot e^{u(x)}$** . (**$(e^{ax})' = a e^{ax}$**)
- Si $f(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$ alors les primitives de f sont les fonctions F définies sur I par :
 $F(x) = e^{u(x)} + k$. avec $k \in \mathbb{R}$; (Une primitive de **(e^{ax})** est **$\frac{1}{a} e^{ax}$**)