REPUBLIQUE TUSIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION DE LA FORMATION **LYCEE .TATAOUINE**		**KHEBIR RIDHA** **10/05/2018**	
SECTION :	**MATHEMATIQUES**		
EPREUVE :	**MATHEMATIQUES**	DUREE : 4H	COEFFICIENT : 4

Exercice n° : 1 (4 points)

le plan est muni d'un repére orthonormé (o , i , j)

On donne l'ensemble des points ζ des points M(x,y) tels que : $x^2 + 4y^2 - 2x - 3 = 0$

1/a) Montrer que ζ est une ellipse dont on précisera le centre W et l'excentricité **e**

b) Déterminer les sommets et les foyers de ζ tracer ζ

2/ soit $\alpha \in]0,\pi[\cup]\pi,2\pi[$ et M_α le point de coordonnées $(1+ 2\cos \alpha, \sin \alpha)$

a) Vérifier que le point M_α apparient à ζ

b)Montrer qu'une équation de la tangente (T) à ζ en M_α est :

$x \cos \alpha + 2y \sin \alpha - 2 - \cos \alpha = 0$

3/On désigne par N et P points d'intersection de (T) respectivement avec les droites

$x = -1$ et $x = 3$

a) Déterminer les coordonnés de N et P

b) F étant un foyer de ζ montrer que le tringle NPF est rectangle en F

Exercice n° : 2 (4 points)

On considère la suite (u_n) d'entiers naturels définie par $u_0 = 14$, $u_{n+1} = 5u_n - 6$ pour tout entier naturel *n.*

1/ a) Vérifier que pout entier naturel n , $24u_n - 36 \equiv 0 (mod\ 4)$

b) Montrer que, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+2} \equiv u_n (mod\ 4)$

c) En déduire que pour tout entier naturel **m**

$u_{2m} \equiv 2 (mod\ 4)$ et $u_{2m+1} \equiv 0 (mod\ 4)$

2/ a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel *n*, $2u_n = 5^{n+2} + 3$.

b) En déduire que, pour tout entier naturel *n*, $2u_n \equiv 28 (mod\ 100)$

c) Déterminer les deux derniers chiffres de l'écriture décimale de u_{2018}

.

<u>Exercice n° : 3</u> **(5 points)**

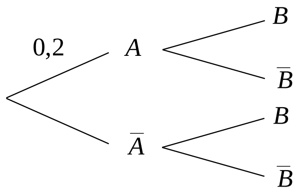
Une revue professionnelle est proposée en deux versions :
une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s’abonner à une seule des deux éditions ou de s’abonner à l’édition papier et à l’édition électronique. L’éditeur de la revue a chargé un centre d’appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.
On admet que

- lorsqu’un lecteur potentiel est contacté par un employé du centre d’appel, la probabilité qu’il s’abonne à l’édition papier est égale à 0,2 ;
- s’il s’abonne à l’édition papier, la probabilité qu’il s’abonne aussi à l’édition électronique est égale à 0,4 ;
- s’il ne s’abonne pas à l’édition papier, la probabilité qu’il s’abonne à l’édition électronique est égale à 0,1.

Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d’appel. On note :les évènements

A « la personne s’abonne à l’édition papier

B « la personne s’abonne à l’édition électronique



1/ a) Déterminer p(B/A) et p(B/$\bar{A}$)

b) Reproduire et compléter l’arbre suivant :

2/ a) Calculer la probabilité que la personne contactée s’abonne à l’édition papier et à l’édition électronique.

b)Justifier que la probabilité de la personne s’abonne à l’édition électronique est égale à 0,16. les évènements A et B sont-ils indépendants ?

3/ Pour chacune des personnes contactée, le centre d’appel reçoit de l’éditeur de la revue

- 2 dinars si la personne ne s’abonne à aucune des deux éditions ;
- 10 dinars si la personne s’abonne uniquement à l’édition électronique ;
- 15 dinars si la personne s’abonne uniquement à l’édition papier ;
- 20 dinars si la personne s’abonne aux deux éditions.

a) Reproduire et compléter, sans donner de justification, le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la Somme reçue par le centre d’appel pour une personne contactée.

somme reçue en dinars	2	10	15	20
probabilité				

b)Proposer, en expliquant votre démarche, une estimation de la somme que le centre d’appel recevra de l’éditeur s’il parvient à contacter 5000 lecteurs potentiels.

<u>Exercice n° : 4</u> (7 points)

Soit pour $n \in IN^*$, la fonction f_n définie sur $]-1,+\infty[$ par $f_n(x) = \dfrac{e^x}{(1+x)^n}$.

Soit (C_n) la courbe de f_n dans le plan rapporté à un repère orthonormé

1/ a)Montrer que f_n est dérivable sur $]-1,+\infty[$ et que $f'_n(x) = \dfrac{e^x(x+1-n)}{(x+1)^{n+1}}$

b)Soit U_n la valeur minimale de f_n sur l'intervalle $]-1,+\infty[$.

Montrer que $U_n = f_n(n-1)$

c) Pour $x \geq 0$ comparer $f_{n+1}(x)$ et $f_n(x)$.

d) En déduire que la suite $(U_n)_{n\in IN^*}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2/ a)Etudier les variations de f_1 et de f_2.

b) Etudier la position relative de (C_1) et (C_2) . Construire (C_1) et (C_2).

c) En intégrant par partie calculer $I = \int_0^1 \dfrac{x\,e^x}{(1+x)^2}\,dx$.

d) En déduire, l'aire de la partie du plan limitée par (C_1) , (C_2) et les droite d'équations : $x = 0$ et $x = 1$

3/Pour tout $x \in]\frac{1}{e},+\infty[$ on pose $F(x) = \int_0^{\ln x} f_2(t)\,dt$.

a) Justifier l'existence de $F(x)$ pour tout $x \in]\frac{1}{e},+\infty[$.

b) Montrer que F est dérivable sur $]\frac{1}{e},+\infty[$ et calculer $F'(x)$

c) On admet que pour tout $x \in]\frac{1}{e},1]$, on a $F(x) \leq x\left(1 - \dfrac{1}{1+\ln x}\right)$

Calculer limite de F à droite en $\frac{1}{e}$.

4/ a) A l'aide d'une intégration par parties , montrer que :

Pour tout $x > \frac{1}{e}$; $F(x) = \dfrac{x}{(1+\ln x)^2} - 1 + 2\int_0^{\ln x} f_3(t)\,dt$

b) En déduire que pour tout $x \geq 1$; $F(x) \geq \dfrac{x}{(1+\ln x)^2} - 1$.

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$.

5/ Montrer que F est une bijection de $]\frac{1}{e},+\infty[$ sur IR .