

<i>L. Regueb</i>	Mathématiques	<i>Classe : 4^{ème} M</i>
<i>Prof : Salhi Noureddine</i>	<i>Devoir de Contrôle №3</i>	<i>Le: 16/04/2016 D: 2h</i>

Exercice 1 (6pts)

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on pose : $A(n) = n^4 + 1$.

- 1) Etudier la parité de l'entier $A(1111111)$.
- 2) Montrer que, quel que soit l'entier n , $A(n)$ n'est pas un multiple de 3.
- 3) Montrer que pour tout entier d diviseur de $A(n)$ on a : d et n sont premiers entre eux.
- 4) Montrer que pour tout entier naturel d diviseur de $A(n)$ on a : $n^8 \equiv 1 [d]$.

Exercice 2 (6pts)

On admettra qu'il existe une fonction f continue sur \mathbb{R} vérifiant : $f(x) = x - 2 \int_1^x f(t) dt$, $x \in \mathbb{R}$.

- 1) Calculer $f(1)$.
- 2) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} puis montrer que f vérifie une équation différentielle du premier ordre que l'on précisera.
- 3) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = \frac{1+e^{2-2x}}{2}$.
- 4) On note (C_f) la courbe de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
(on ne demande pas de tracer (C_f)).

Calculer en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = 1$, $x = 2$ et $y = 0$.

Exercice 3 (8pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points $A(2,0,0)$; $B(1,1,0)$ et $C(3,2,6)$.

- 1) a) Calculer l'aire du triangle ABC.
b) Déterminer une équation du plan P passant par les points A, B et C.
- 2) Soit la droite Δ passant par le point $F(2, 4, 4)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
a) Montrer que Δ est perpendiculaire à P puis donner une représentation paramétrique de Δ .
b) En déduire les coordonnées du point H le projeté orthogonal de F sur le plan P.
c) Calculer le volume du tétraèdre FABC.
d) Donner une équation cartésienne de la sphère S de centre F et tangente au plan P.
- 3) Soit h l'homothétie de centre A et de rapport -3 .

Déterminer le centre et le rayon de la sphère S' image de S par h, puis montrer que P et S' sont tangents.