Lycée IBN KHALDOUN RADES Mr ABIDI Farid	DEVOIR DE CONTROLE N°3 MATHEMATIQUES	Classe : 4M 1 Durée : 2H 10 Avril 2014

Exercice 1: (5 points)

Répondre par Vrai ou Faux, en justifiant, aux propositions suivantes :

Soit a un réel de l'intervalle de $]0,1[$, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=a^x+x.\ln a$.

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

   b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.
2. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x)=(\ln a).[a^x+1]$.
3. a) $f(-2)>f(1)$.

   b) Une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 0 est $y=2(\ln a)x+1$.
4. Pour tout réel x , $a^x-(\ln a)x-1\geq 0$.

Exercice 2 : (6 points)

On considère l'équation différentielle (E) : $y'-2y=\dfrac{-2}{1+e^{-2x}}$.

1. Déterminer h la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation $y'-2y=0$ qui prend la valeur 1 en 0.
2. On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ et telles que :

   $f(0)=\ln 2$ et pour tout réel x, $f(x)=e^{2x}.g(x)$.

   a) Calculer g(0).

   b) Calculer $f'(x)$ en fonction de $g'(x)$ et de g(x).

   c) Démontrer que : f est solution de (E) si et seulement si pour tout réel x , $g'(x)=\dfrac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

   d) En déduire l'expression de g(x) puis celle de f(x) sachant que f est solution de (E).

Exercice 3 : (9 points)

On dispose d'une boîte B et de deux urnes U_1 et U_2.

B contient : cinq jetons numérotés de 1 à 5 ,

U_1 contient : une boule rouge et deux boules blanches ,

U_2 contient : deux boules rouges et une boule blanche .

1- On tire au hasard un jeton de la boîte B , calculer la probabilité de l'événement

A : « le jeton tiré porte un numéro impair ».

2- Calculer la probabilité de chacun des événements :
C : « tirer une boule blanche de U_1 et simultanément deux boules rouges de U_2 »

D : « tirer simultanément deux boules de couleurs différentes de U_1 et une boule rouge de U_2 »

3- On considère l'épreuve (E) suivante :
On tire un jeton de B,
- Si on obtient un numéro impair, on tire une boule de U_1 et simultanément deux boules de U_2
- Sinon, on tire simultanément deux boules de U_1 et une boule U_2.

Soit S l'événement « obtenir à l'issue de l'épreuve (E) deux boules rouges et deux seulement».

a) On a tiré un jeton portant un numéro impair, calculer la probabilité de S.
b) On a tiré un jeton portant un numéro pair, calculer la probabilité de S.
c) En déduire que $p(S) = \frac{4}{9}$.

4- Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2 , l'épreuve (E) est répétée n fois de suite en remettant à chaque fois le jeton tiré dans la boîte B et le boules tirées dans leurs urnes d'origine.
Soit X la variable aléatoire qui à chaque série de n épreuves associe le nombre de fois à l'évènement S est réalisé.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Quelle est la probabilité p_n pour que S soit réalisé au moins une fois à l'issue des n épreuves ?
c) Déterminer le plus petit entier n_0 pour que $p_n \geq 0,99$.