

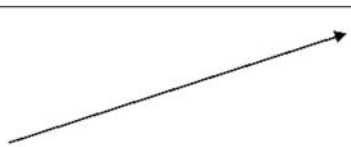
➤ **Exercice 2:**

- 1.) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E) : $91x + 10y = 1$.
 - a. Enoncer un théorème permettant de justifier l'existence d'une solution de l'équation (E)
 - b. Déterminer une solution particulière de (E) et en déduire une solution particulière de l'équation (E') : $91x + 10y = 412$
 - c. Résoudre (E')
- 2.) Montrer que les entiers $A_n = 3^{2n} - 1$, ou n est un entier naturel non nul, sont divisibles par 8
- 3.) On considère l'équation (E'') : $A_3x + A_2y = 3\,296$.
 - a. Déterminer les couples d'entiers relatifs (x,y) solutions de l'équation (E'')
 - b. Montrer que (E'') admet pour solution un couple unique d'entiers naturels. Le déterminer.

➤ **Exercice 2:**

- 1.) On considère les équations différentielles $(E_0) : y' - y = 0$ et $(E) : y' - y = e^x$
 - a. Résoudre l'équation (E_0)
 - b. Vérifier que la fonction $g : x \mapsto xe^x$ est une solution de l'équation (E)
 - c. Montrer que φ est une solution de (E) si et seulement si $(\varphi - g)$ est une solution de (E_0)
 - d. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E).
- 2.) Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} et tel que pour tout réel x , $f(x) = e^x - 2 + \int_0^x f(t)dt$
 - a. Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et qu'elle est une solution de (E).
 - b. En déduire que pour tout réel x , $f(x) = (x - 1)e^x$.
- 3.) a. Dresser le tableau de variation de la fonction f
 - b. Pour tout $x \geq 1$, on pose $h(x) = f(x) - x$

On donne dans le tableau ci-dessous le sens de variation sur $[1, +\infty[$ de la fonction h .

x	1	$+\infty$
h'		+
h		

Recopier et compléter la tableau de variation de h .

En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[1, +\infty[$ une seule solution α et que $\alpha \in]1,3 ; 1,4[$

c. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Tracer (C)

- 4.) Soit ψ la restriction de f à l'intervalle $[0, +\infty[$
 - a. Montrer que ψ est une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[-1, +\infty[$.
 - b. Tracer la courbe (C') de ψ^{-1} dans le même repère
 - c. On désigne par \mathcal{A} l'aire de la partie du plan limitée par les deux courbes (C) et (C') et les axes (OI) et (OJ). Prouver que $\mathcal{A} = \alpha^2 - 2(2 + \alpha - e^\alpha)$ (u.a)

➤ Exercice 3:

L'espace est munie d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points

$$A(1,3,2), \quad B(1,-1,-2), \quad C(2,4,1)$$

- 1.) a. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
b. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est $2x - y + z - 1 = 0$
- 2.) Soit S la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2z - 4 = 0$
 - a. Déterminer le centre I et le rayon R de la sphère S
 - b. Montrer que la sphère S coupe le plan (ABC) suivant le cercle (C) de diamètre [AB].
 - c. Montrer que la droite (AC) est tangente au cercle (C)
- 3.) Soit h l'homothétie de centre C et de rapport 3
 - a. Donner l'expression analytique de h
 - b. Déterminer le rayon de la sphère $S' = h(S)$ et les coordonnées de son centre J
 - c. Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère S' suivant un cercle (C').
 - d. Montrer que la droite (AC) est tangente à (C') en un point E que l'on précisera

➤ Exercice 4:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1.) On considère la courbe (C) d'équation : $x^2 + 4y^2 = 1$
 - a. Déterminer la nature de (C) et ses éléments caractéristiques.
 - b. Tracer (C)
- 2.) On considère les droites D et D' d'équations respectives $x = 1$ et $x = -1$ et le point $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$
Soit M_0 le point de (C) de coordonnées $(\cos\theta; \frac{1}{2}\sin\theta)$ avec $\theta \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 - a. Ecrire l'équation de la tangente T à la courbe (C) en M_0
 - b. La tangente T coupe les droites D et D' respectivement en K et K'. Calculer $\overrightarrow{FK} \cdot \overrightarrow{FK'}$
En déduire que le triangle KFK' est rectangle.

➤ Exercice 4:

Un sondage effectué récemment dans la région de Kairouan à propos de l'exploration du gaz de schiste donne les résultats suivants :

- 65% des personnes interrogées sont contre l'exploration du gaz de schiste.
- Parmi les personnes qui sont contre cette exploration, 70% sont des écologistes.
- 52,5% des personnes interrogées sont des écologistes

- ❖ On note C l'évènement : « la personne interrogée est contre l'exploration »
- ❖ On note E l'évènement : « la personne interrogée est écologiste »

- 1.) Construire un arbre pondéré et donner les probabilités $P(C)$, $P(E/C)$ et $P(E)$
- 2.) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste et soit pour cette exploration.
- 3.) On interroge un écologiste. Quelle est la probabilité qu'il soit contre l'exploration du gaz de schiste ?
- 4.) On choisit au hasard 5 personnes parmi celles qui ont été interrogées lors du sondage.
(On suppose que les choix des 5 personnes sont indépendants les uns des autres).
Quelle est la probabilité qu'il y ait au plus 2 qui soient pour l'exploration et soit écologiste. ?