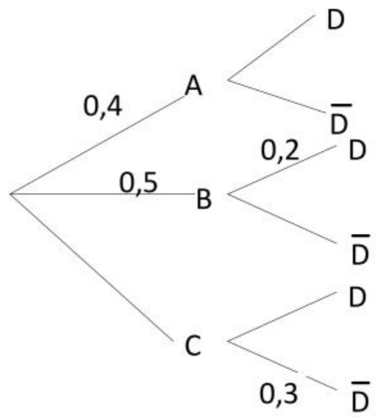
Lycée Pilote Monastir	Devoir de contrôle n° : 3	4 Math$_{1-2}$
	MATHEMATIQUES	
Profs : Azzaz – Zemni	**Durée : 2 h**	**Le 30/04/2012**

Exercice 1 :(3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois propositions est correcte. Laquelle ?
L'élève indiquera sur sa copie le numéro et la lettre de la proposition choisie .
Aucune justification n'est demandée.

A) Soit A , B et C un système complet d'événements d'un univers fini E et soit D un événement.
On donne l'arbre de probabilités suivante :



On donne p(D) = 0,41, alors :

1) p(D/A) =
a) 0,59 b) 0,6 c) 0,61

2) p(C/D) =
a) 0,15 b) 0,16 c) 0,17

B) Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé direct du plan.

1) La parabole de directrice D : y = 3 et de foyer F(2 , –1) à pour équation cartésienne dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$:

a) $y^2 - 4y + 8x - 4 = 0$ b) $x^2 - 4x - 8y - 4 = 0$ c) $x^2 - 4x + 8y - 4 = 0$

2) Soit l'ellipse (E) d'équation : $\frac{x^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{25}=1$. Une équation d'une directrice D de (E) est :

a) $x = \frac{9}{4}$ b) $y = \frac{25}{4}$ c) $y = \frac{21}{4}$

Exercice 2 : (5 points)

On donne un entier naturel n strictement positif, et on considère l'équation différentielle:

$$(E_n):\ y' + y = \frac{x^n}{n!}e^{-x}$$

1) Soient g et h deux fonctions, définies et dérivables sur $\mathbb{R}$, vérifient, pour tout réel x : $g(x)= h(x)e^{-x}$.

a) Montrer que g est solution de (E_n) si et seulement si, pour tout x réel, $h'(x) = \frac{x^n}{n!}$.

b) Déterminer alors la fonction h sachant que h(0) = 0, puis déterminer la fonction g.

2) Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Montrer que f est solution de (E_n) si et seulement si f − g est solution de l'équation: (F) : y' + y = 0.

b) Résoudre (F).

c) Déterminer la solution générale f de l'équation (E_n).

d) Déterminer la solution f de l'équation (E_n) vérifiant f (0) = 0.

3) Soient u et v les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = \frac{x^2}{2}e^{-x}$ et $v(x) = \frac{x^3}{6}e^{-x}$. On désigne par (C_u)et (C_v) les représentations graphiques de u et v dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_u), (C_v) et les droites d'équations x = 0 et x = 1.

Exercice 3 :(6 points)

Dans le plan orienté, on considère un carré OAFB de sens direct et de côté 4 cm.

1) Soit H un point de (OA) . La médiatrice de [HF] coupe (AF) en un point N.

Soit M le symétrique de N par rapport à (FH).

a) Montrer que le quadrilatère HMFN est un losange.

b) En déduire que lorsque H varie sur (OA), le point M varie sur la parabole (P) de foyer F et de directrice (OA).

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé R = $(O,\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{i}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}$ et $\vec{j}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$.

a) Montrer qu'une équation cartésienne de (P) dans le repère R est : $x^2 - 8x - 8y + 32 = 0$.

b) Vérifier que B appartient à (P) et donner une équation cartésienne de la tangente(T) à (P) en B.

c) Tracer (T) et (P).

3) Soit f l'application de transformation complexe : $z \mapsto z' = -iz + 4(1+i)$.

a) Quelle est la nature de f ? Caractériser f.

b) Donner les expressions analytiques de f^{-1}.

c) En déduire une équation cartésienne de (P') image de (P) par f.

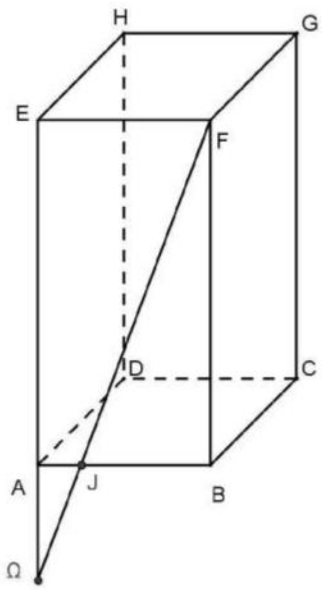
Quelle est la nature de (P') ?

c) Soit B' = f(B). Montrer que (P) et (P') ont la même tangente en B'.

Exercice 4 :(6 points)

L'espace est $(\mathscr{E})$ rapporté à un repère orthonormé direct R = $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne le parallélépipède direct ABCDEFGH tel que B(a , 0 , 0) , D(0, a , 0) et E(0 , 0 , 2a), où a un réel strictement positif.

On désigne par J le point de l'arête [AB] tel que $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et par ‹ le point d'intersection de la droite (AE) et de la droite (JF).



Soit h l'homothétie de centre ‹ qui transforme A en E .

1) a) Montrer que h(J) = F.

b) Donner par ces coordonnées le point ‹ .

c) En déduire que les expressions analytiques de h sont : $\begin{cases} x' = 4x \\ y' = 4y \\ z' = 4z + 2a \end{cases}$

2) Soit M un point à l'intérieur du carré ABCD tel que AJM soit un triangle équilatéral. On désigne par N l'image de M par h.

a) Montrer que le triangle EFN est équilatéral.

b) Calculer en fonction de a, le volume du solide AJMEFN.

3) Soit I le centre du carré EFGH.

Montrer que les droites (‹ I) et (AC) sont sécantes.