Lycée Thèlèpte	**DEVOIR DE CONTRÔLE N°3**
Niveau ----------- 4 ème Maths	Mathématiques
Prof -------- hafsi Salem	3 heures
	Le 01–04–2012

Exercice1 :(3pts) :

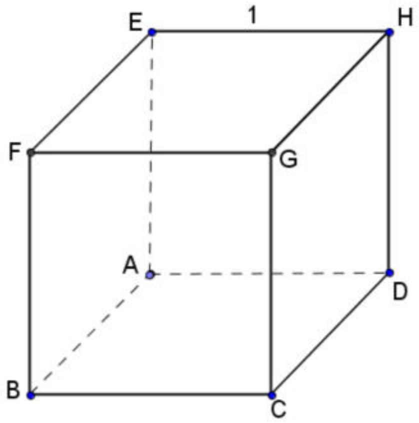
L'évolution des émissions de dioxyde de carbone (CO_2 en millions de tonnes par an) pour les véhicules essences et diesel au cours des huit dernières années est donnée par le tableau ci-dessous.

Année X_i	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang de l'année X_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantité Y_i de CO_2	61	62	63	64	64	65	64	66

1) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série (X, Y). Interpréter le résultat.
2) Déterminer par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression de Y en X.
3) Calculer une estimation de la quantité de CO_2 émis en 2012 (Arrondir à l'unité).

Exercice2 :(5pts) :

On considère un cube ABCDEFGH d'arête 1. L'espace est rapporté au repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1) a) Déterminer les coordonnées des points F, Cet H.

   b) Donner une représentation paramétrique de la droite(BH).

2) a) Calculer $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}$.

   b) Déduire qu'une équation cartésienne du plan (ACF) est $-x + y + z = 0$.

   c) Déterminer les points W de (BH) tel que le volume du tétraèdre ACFH est égale à $\frac{11}{6}$.

3) On désigne par P le centre de gravité du triangle HFF et par Q le centre de gravité du triangle FBG. Soit K le milieu du segment [FG] et h l'homothétie de centre K et de rapport $\frac{1}{3}$.

   a) Donner l'expression analytique de h.

   b) Montrer que h(H) = P et h(B) = Q.

   c) Soit R l'image du plan (ACF). Montrer que (PQ) $\perp$ R.

Exercice3 :(6 pts) :

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$.On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique 2 cm).

1) Soit u la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $u(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$.
   a) Etudier les variations de u sur $]0,+\infty[$.
   b) Calculer $u(1)$ et en déduire le signe de $u(x)$ sur $]0,+\infty[$.

2) a) Déterminer les limites de f à droite en 0 et en $+\infty$.

   b) Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{u(x)}{x^3}$. En déduire le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que la droite $\Delta: y = x$ est une asymptote à C et déterminer la position de C par rapport à Δ.

   b) Tracer C et Δ.

4) Soit α un réel tel que $\alpha > 1$ .On désigne par $\mathcal{A}(\alpha)$ l'aire, en u.a, de la partie du plan Délimitée par C, Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.

   a) A l'aide d'une intégration par partie, montrer que $\mathcal{A}(\alpha)= 1 - \dfrac{\ln\alpha}{\alpha} - \dfrac{1}{\alpha}$.

   b) Déduire $\lim\limits_{\alpha \mapsto +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$.

Exercice4 :(5pts) :

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur $[0,1]$ par $f_n(x) = \sqrt{x^n}\, e^{-\frac{x}{2}}$.
On désigne par Γ_n la courbe représentative de f_n dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, et S_n le solide de révolution obtenue par rotation de Γ_n autour de l'axe $(O,\vec{\imath})$.Pour tout entier $n \geq 1$ on désigne par V_n le volume du solide S_n. On a représenter ci-dessous les courbes Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4, Γ_5 et Γ_6.

1) Que peut-on conjecturer quant à la monotonie et la convergence de la suite (V_n)?
2) a) Calculer V_1.
   b) montrer que la suite (V_n) est croissante et qu'elle est convergente.
   c) Montrer que pour tout entier naturel n,$\dfrac{\pi}{e(n+1)} \leq V_n \leq \dfrac{\pi}{n+1}$. En déduire la limite de V_n.
3) a) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $V_{n+1} = -\dfrac{\pi}{e} + (n+1)V_n$.

   b) Déterminer le volume entre S_2 et S_1.

   b) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $V_n = \pi n!\left(1 - \dfrac{1}{e}\sum_{k=0}^{n} \dfrac{1}{k!}\right)$

   Déterminer alors $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} \sum_{k=0}^{n} \dfrac{1}{k!}$