

DURÉE 2 H

QUATRIÈME MATHS 2

PR : BEN FREDJ S.

MATHÉMATIQUES

DEVOIR DE CONTRÔLE # 3

Année sc : 2011 -2012

EXERCICE 1 (4 points). Répondre par Vrai ou Faux. En justifiant la réponse.

1– $ABCD$ un carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$, alors :

- (a) La transformation $S_{(AB)} \circ t_{\overrightarrow{CB}} \circ S_{(CD)}$ est une translation.
- (b) La transformation $R_{(B, \frac{\pi}{2})} \circ S_{(BD)}$ est une symétrie orthogonale.

2– Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

- (a) Soit E' l'image d'un point E d'affixe i par la rotation de centre F d'affixe $(2+i)$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ alors l'affixe de E' est : $2+3i$
- (b) L'application σ du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = i\bar{z} + 1$. est une symétrie orthogonale.

EXERCICE 2 (6 points). Dans le plan orienté, on donne un triangle ABC tel que :

$$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \text{ avec } CB > AC$$

Soit D le symétrique de C par rapport la droite (AB) et soit E l'image de D par la rotation de centre C et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$

1– Construire E . (Utiliser la figure donnée au feuille annex.)

2– Soit $f = S_{(AB)} \circ S_{(BC)} \circ S_{(AC)}$.

- (a) Montrer que $f(E) = C$ et $f(C) = D$
- (b) I, J désignent les milieux respectifs des segments $[EC]$ et $[CD]$. Montrer que f est une symétrie glissante que l'on précisera l'axe et le vecteur.

3– (a) Montrer qu'il existe un unique déplacement g tel que $g(D) = C$ et $g(C) = E$.

- (b) Montrer que g est une rotation que l'on précisera l'angle. Construire son centre Ω .
- (c) Montrer que I, C, J et Ω appartiennent au même cercle.

4– Pour tout point M du plan, on note $N = f(M)$ et $P = g(N)$. Déterminer l'ensemble des milieux des segments $[MP]$ lorsque M varie.

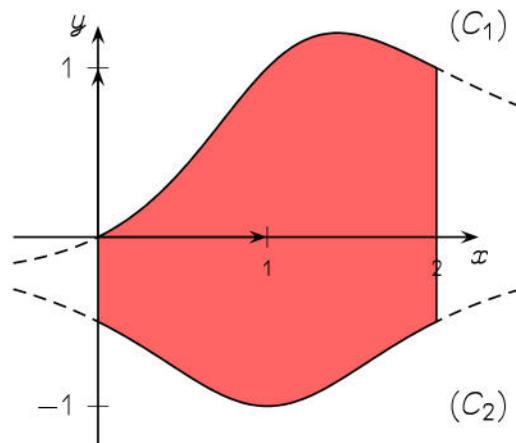
EXERCICE 3 (4 points). Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $U_n = \int_0^1 (1-t^2)^n dt$

- 1- Calculer U_0 et U_1 .
- 2- Montrer que (U_n) est décroissante puis qu'elle est convergente.
- 3- Calculer à l'aide de n , l'intégrale $\int_0^1 (1+t)^n dt$.
- 4- Montrer que, pour tout $n \geq 0$, $U_n \leq \frac{2^{n+1}}{n+1}$
- 5- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_n}{2^n}$.

EXERCICE 4 (6 points). Soit φ la fonction définie sur l'intervalle $I =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ par :

$$\varphi(x) = \int_0^{1+\tan x} g(t) dt \text{ où } g(t) = \frac{1}{t^2 - 2t + 2}$$

- 1- a- Montrer que φ est dérivable sur I puis calculer $\varphi'(x)$ pour $x \in I$.
 b- Préciser $\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ puis déduire l'expression $\varphi(x)$ à l'aide de x où $x \in I$.
 c- Déduire la valeur de l'intégrale : $J = \int_0^2 \frac{dt}{t^2 - 2t + 2}$.
- 2- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = \frac{t}{1+(t-1)^2}$.
 a- Montrer que f possède une unique primitive F sur \mathbb{R} qui s'annule en 0.
 b- Vérifier que pour tout réel t , $\frac{2-t}{1+(t-1)^2} = f(2-t)$.
 c- Déduire que $\int_0^2 \frac{2-t}{1+(t-1)^2} dt = F(2)$ puis déduire que $\int_0^2 \frac{t}{1+(t-1)^2} dt = \frac{\pi}{2}$.
- 3- On donne dans la figure ci-dessous les courbes (C_1) et (C_2) respectives des fonctions f et $-g$. Calculer en unité d'aire, l'aire de la partie du plan colorée.



Nom :.....
Prénom :.....

