Mathématiques	Devoir de contrôle N°3
Lycée Ali Bourguiba Bembla	

4 ème M_1 Date : le 11/04/2011	Durée : 2 heures Coefficient : 4	Prof : Yacoubi Hamda

Exercice1 (4 points)

1)Si $f(x) = xe^{-x+1}$ alors

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2)Si $f(x) = xe^{x^2}$ alors la valeur moyenne de f sur $[0; 2]$ est égale à :

a) $\dfrac{e^4-1}{2}$ b) $\dfrac{e^4-1}{4}$ c) $e^4 - 1$

3)Si f est une similitude indirecte de rapport 2 et de centre A et g une similitude directe de rapport 2 de centre A alors fog^{-1} est

a)un déplacement b) une symétrie glissante c) une symétrie axiale

4) L'application f qui à tout point M d'affixe z associe le pont M' d'affixe $z' = 2i\bar{z} - 3$ est une similitude indirecte de rapport 2 de centre A d'affixe $(1+2i)$ et d'axe

a)$\Delta: x + y + 1 = 0$ b)$\Delta: x - y + 1 = 0$ c)$\Delta: x + y - 1 = 0$

Exercice2 (5,5points)

Soit la fonction f définie sur$]-\infty; 0]$ par : $f(x) = \sqrt{1 - e^x}$

On désigne par φ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$(unité 2 cm)

1)a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0 puis interpréter graphiquement ce résultat.

b) Etudier les variations de f sur $]-\infty; 0]$

2) a)Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty; 0]$ sur $[0; 1[$.

b) Tracer φ_f *et* $\varphi_{f^{-1}}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

3)a) Montrer que pour $x \in [0; 1[, f^{-1}(x) = \ln(1 - x^2)$.

b) Soit $F(x) = (x-1)\,ln(1-x) + (x+1)\,ln(x+1) - 2x$ pour $x \in [0; 1[$

Montrer que F est une primitive de f^{-1}sur $[0; 1[$

c)Soit A l'aire en cm^2 de la partie limitée par la courbe $\varphi_{f^{-1}}$ et les droites d'équations respectives $y = -ln2$, $x = 0$ et $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Montrer que A= $\left(8\ln\left(1+\sqrt{2}\right) - 4\sqrt{2}\right)cm^2$

d)Déduire alors la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{-ln2}^{0} \sqrt{1 - e^x}\,dx$

Exercice3 (5 points)

Soit la fonction f définie sur$]0;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{(lnx)^2}{x}$

On désigne par φ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé R $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Etudier les variations de f et construire sa courbe

2) Calculer l'aire de la partie du plan limité par la courbe φ_f ,l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e^2$

3)On considère la suite $I_n=\int_1^{e^2}\frac{(lnx)^n}{x^2}\,dx$; $n\in\mathbb{N}^*$

a)A l'aide d'une intégration par partie montrer que $I_1=\frac{e^2-3}{e^2}$

b)Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $I_{n+1}=\frac{-2^{n+1}}{e^2}+(n+1)I_{n.}$

c)En déduire I_2 et I_3.

4)La courbe d'équation $y=\frac{(lnx)^2}{x}$ $avec\ x\in[1;e^2]$dans le repère R tournant autour de l'axe $(O;\vec{i})$engendré par un solide de revolution .Calculer le volume de ce solide

Exercice4 (5,5 points)

ABC, un triangle équilatéral direct du plan orienté. Soit O le centre du cercle φ circonscrit à ce triangle et H le milieu de [BC] et I= $S_B(A)$

1)Soit S la similitude directe qui envoie A en B et C en H.

a)Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de S

b) Soit ω le centre de S .Montrer que ω∈ φ et que les points ω, A et H sont alignés

Construire alors ω et le placer sur la figure

2)Soit r la rotation de centre A qui transforme C en B et h=Sor

a) Déterminer l'image de A par h

b)En déduire que h est une homothétie de centre I et de rapport $\frac{1}{2}$

3) Soit g l'antidéplacement vérifiant g(B)=A et g(I)=B.

Prouver que g est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et L'axe

4) On pose ψ =hog

a)Montrer que ψ est une similitude indirecte dont on précisera le rapport

b) Déterminer ψ (B) et ψ (D) où D =B*I .En déduire les éléments caractéristiques de ψ