Beni Hassen ®®®®®®®®® **2013/2014**	**Devoir de synthèse n°2**	
	4 M	
	Prof : M.Mohamed Krir	**04/03/2014**

EXERCICE N°1 :(4 points)

Soit la fonction f définie sur]0,+∞[par : f(x) = $2-x+\frac{\ln x}{x}$

1) Calculer $\lim_{x\to+\infty}$ f(x) et $\lim_{x\to0^+}$ f(x).

2) Soit la fonction f définie sur]0,+∞[par : g(x) = 1 – x^2 – lnx

a) Etudier le sens de variation de g

b) Calculer g(1). En déduire le signe de g.

3) Etablir que : $\forall$ x $\in$]0,+∞[, f '(x) = $\frac{g(x)}{x^2}$.

4)a) Montrer que la droite D : y = 2 – x est une asymptote oblique à C_f .

b) Etudier la position relative de D et C_f .

c) Tracer C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

5) Soit $\alpha \in]0,1]$. On désigne par A(α) l'aire en unité d'aires du domaine limité par :

C_f , D et les droites x = α et x = 1.

a) Calculer A(α) en fonction de α

b) Calculer $\lim_{x\to0^+}$ A(α).

EXERCICE N°2 :(6 points)

Soit f la fonction définie sur [-3 , 3] par f(x) = $\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$.

1)a) Etudier la parité de f

b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 3 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variation de f et tracer sa courbe C_f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2) Soit Γ le cercle d'équation : $x^2 + y^2 = 9$.

a) Etablir que [$M(x, y) \in \Gamma$ et $y \geq 0$] $\Leftrightarrow$ $y = \sqrt{9-x^2}$.

b) En déduire la valeur de l'intégrale : $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$.

3) Soit la fonction g définie sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ par : $g(x) = \int_0^{3\sin x} \sqrt{9-t^2}\,dt$

a) Montrer que g est dérivable sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ et que $g'(x) = 9\cos^2(x)$

b) Déduire l'expression de g(x) et retrouver la valeur de l'intégrale : $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$.

4) On pose l'ensemble (E') d'équation : $13X^2 + 13Y^2 - 10X.Y - 144 = 0$ et l'application

f du plan qui à tout $M(z = x + iy)$ associe le point $M'(Z' = X + iY)$ avec : $Z' = (1+i)z$

a) Donner la nature de f et la caractériser.

b) Exprimer X et Y en fonction de x et y.

5) Soit l'ensemble (E) tel que f ((E)) = (E')

a) Etablir que (E) est d'équation : $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) Caractériser alors (E).

b) Montrer que l'aire ∂ en unité d'aires du domaine limité par (E) est $\partial = 6\pi$

c) Déterminer la nature de (E') et le caractériser.

EXERCICE N° 3 :(5 points)

Le plan est orienté dans le sens direct. ABCD est un carré direct de centre O . Les points I et J sont les milieux respectifs des segments [CB] et [CD] .Soient $E = S_{(CD)}(O)$ et F l'image de O par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

1) Soit S la similitude directe qui transforme D en C et C en E.

a) Déterminer le rapport k et l'angle α de S.

b) Soit W le centre de S .Montrer que les droites (WD) et (WE) sont perpendiculaires.

c) Etablir que S o S (B) = D. En déduire que les points W , B et E sont alignés.

d) Donner alors une construction de W.

2) Soit g la similitude indirecte de centre C et qui envoie B sur E.

a) Déterminer goS(C) et goS(D).

b) Montrer que l'axe de g est la médiatrice de [EF]

3) On pose $h = g^{-1} o S$.

a) Déterminer les images de D et J par h .

b) Montrer que h est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

EXERCICE N°4 :(4 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O , $\vec{u},\vec{v}$) , on associe à tout point

M d'affixe z , le point M' d'affixe z' tel que $z' = f(z) = z^2 - (2 + 6i)z$.

On pose $z = x + i y$ et $z' = x' + i y'$.

1) Déterminer les points M tels que f(z) = 0

2) Calculer x' et y' en fonction de x et y.

3)a) Montrer que lorsque M' décrit l'axe des ordonnées, le point M décrit la courbe (H)

d'équation : $x^2 - y^2 - 2 x + 6 y = 0$.

b) Déterminer la nature de (H) et préciser son centre I.

c) Déterminer les sommets , un foyer et sa directrice associée et les asymptotes de (H).

4)a) Vérifier que que le point O appartient à (H)

b) Ecrire une équation de la tangente (T) et une équation de la normale (N) à (H) en O.

BON TRAVAIL