

<i>L. Regueb</i>	<b>Mathématiques</b>	<i>Classe : 4<sup>ème</sup> M</i>
<i>Prof : Salhi Noureddine</i>	<i>Devoir de Contrôle N°2</i>	<i>Le:06/02/2015 D:2h</i>

### Exercice1(10pts)

*N.B : Dans cet exercice toute construction demandée se fait dans l'annexe ci-joint.*

On donne un rectangle ABCD tel que :  $AD = 1$ ,  $AB = \sqrt{3}$  et  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ .

**A)** Soit  $f$  la similitude directe qui transforme A en C et D en A .

1)a) Montrer que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$  .

b) Déterminer le rapport et l'angle de  $f$  .

c) Justifier et construire le centre  $\Omega$  de  $f$  .

2) On muni le plan du repère orthonormé direct  $\mathcal{R} = (A, \frac{1}{\sqrt{3}}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  .

a) Déterminer l'écriture complexe de  $f$  .

b) En déduire les coordonnées du point  $\Omega$  .

**B)** Soit  $g$  la similitude indirecte qui transforme A en C et D en A .On désigne par  $\Delta$  , son axe et  $\omega$  son centre .

1)a) Préciser le rapport de  $g$  et déterminer  $(g \circ g)(D)$ .

b) Montrer que  $\overrightarrow{\omega C} = 4\overrightarrow{\omega D}$  . En déduire les coordonnées du point  $\omega$  dans le repère  $\mathcal{R}$  .

2)a) Montrer que  $(\overrightarrow{\omega A}, \overrightarrow{\omega D}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$  .

b) Justifier et construire le point  $\omega$  et l'axe  $\Delta$  .

3)a) Prouver que l'écriture complexe de  $g$  est :  $z' = (1 - i\sqrt{3})\bar{z} + \sqrt{3} + i$  .

b) En déduire l'équation cartésienne de  $\Delta$  .

### Exercice2(10pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0, 1[$  par :  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$ .

1)a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  et interpréter géométriquement le résultat .

b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  et interpréter ça géométriquement .

c) Etudier la continuité et la dérivabilité de  $f$  et dresser le tableau de variation de  $f$  .

2)a) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $[0, 1[$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera .

b) Tracer dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les courbes  $(C_f)$  et  $(C_{f^{-1}})$  respectivement de  $f$  et  $f^{-1}$  .

3) Expliciter  $f^{-1}(x)$  , pour tout  $x \in J$  .

4) Soit  $F$  la primitive de  $f$  sur  $[0, 1[$  qui s'annule en 0 .

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  par :  $g(x) = F(\sin^2(x))$  .

a) Montrer que  $g$  est dérivable sur  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  et calculer  $g'(x)$ , pour tout  $x$  de  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  .

b) En déduire que pour tout ,  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  ,  $g(x) = x - \frac{1}{2} \sin(2x)$  .

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $(C_f)$  , l'axe  $(Ox)$  , l'axe  $(Oy)$  et la droite  $x = \frac{1}{2}$  .

Annexe de l'Exercice 1 (à rendre avec la copie)

Nom et prénom : .....

N° : .....

