Lycée Martyr Wallid Méchlaoui Mornag	DEVOIR DE CONTROLE N°2	As :2013/2014
Prof :Oueslati.Mongi		$4^{\text{éme}}$M Duré : 2 H

Exercice n°1

Choisir <u>une seule</u> réponse correcte en **justifian**t la réponse choisit.

Soit $u_n = \int_1^e (\ln x)^n\,dx$; $n \in IN$

1) u_2 est égale à :
   a) e-2 b) 2-e c) e-1
2) A l'aide d'intégration par partie on a u_{n+1} est égale à :

   a) $e-(n+1)u_n$ **b)** $(n+1)u_n - e$ **c)** $\frac{1}{n+1}u_n - e$

3) La suite u_n est :

   a) est décroissante ; b) est croissante ; c) ni croissante ni décroissante

Exercices n°2 (10 points)

Soit f une fonction définie sur [0 ;1[par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\ln x}{\ln^2 x} & si \quad x\in]0;1[\\ 0 & si \quad x=0 \end{cases}$

1) a)Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.Interpréter géométriquement le résultat.
   puis montrer que pour tout x de]0 ;1[on a $f'(x)=\dfrac{\ln x-2}{x\ln^3 x}$
   b)Etudier les variation de f sur [0 ;1[; (C) la courbe représentative de f
   c) Placer le point d'abscisse $\frac{1}{e}$ de (C) ; ((L) la courbe représentative de la fonction ln)
   d) Construire la courbe (C) de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
2) a) Montrer que f est bijective de [0 ;1[sur [0 ;+∞[et construire (C') la courbe de f^{-1}.
   b) Déterminer $f\left(e^{-\left(\frac{1+\sqrt{1+4x}}{2x}\right)}\right)$; en déduire $f^{-1}(x)$ et son domaine de définition
3) Soit F la fonction définie sur [0 ;1[par : F(x)=$\dfrac{-x}{\ln x}$ si $x\in]0;1[$ et F(0)=0
   a) Montrer que F est dérivable sur [0 ;1[et calculer F'(x)
   b) Déterminer alors l'aire A de la partie du plan limitée par (C) et les droites d'équation y=2 ; x=0 et x=$\frac{1}{e}$
4) Soit g la fonction définie sur [0 ;1[par :
   g(x)= $\int_0^{f(x)} f^{-1}(t)dt - xf(x) + \int_0^x f(t)dt$
   a) Calculer g(0) et montrer que g est dérivable sur sur]0 ;1[puis calculer g'(x)
   b) déduire g(x)=0 pour tout x de [0 ;1[
   c) En déduire $\int_0^2 f^{-1}(t)dt$ .Interpréter graphiquement le résultat. Retrouver ce résultat par $2^{\text{éme}}$ méthode

Exercice n°3 (7 points)

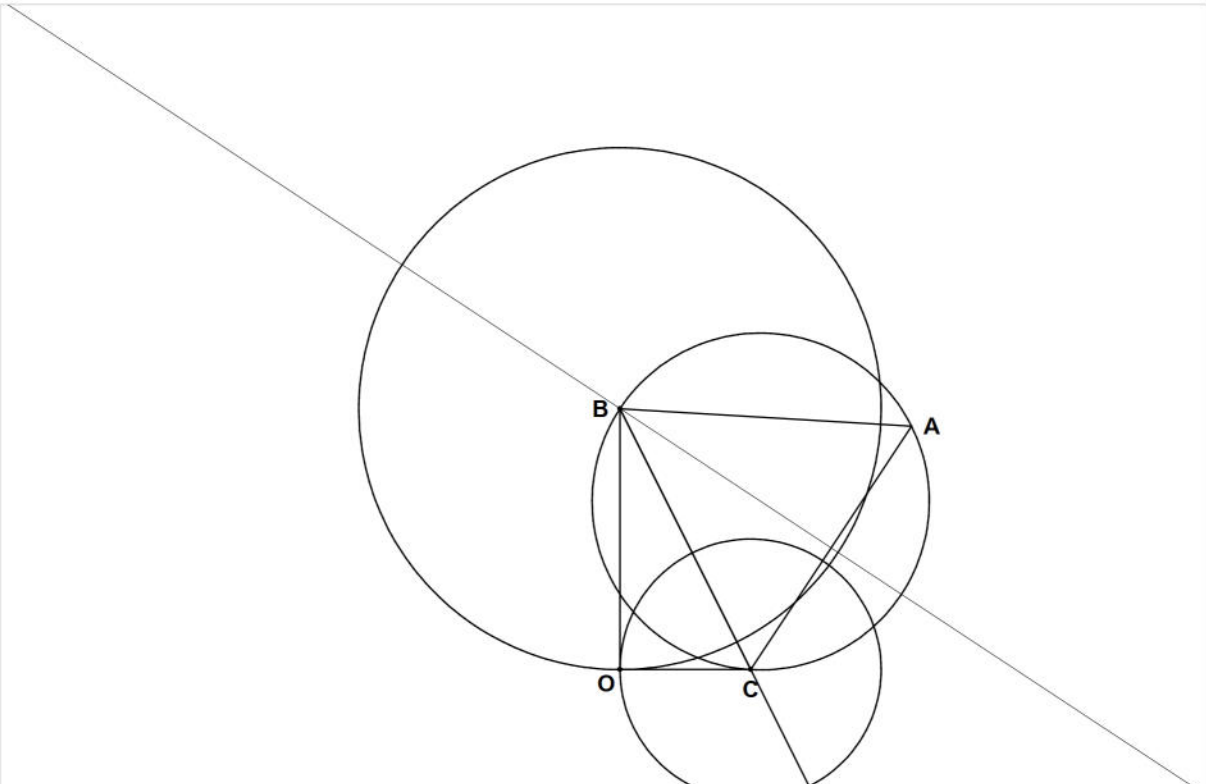
Soit OBC un triangle tél que OB=2OC et $(\widehat{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}}) \equiv \frac{-\pi}{2}[2\pi]$; (C_B) et (C_C) deux cercles passent par O et de centres respectifs B et C . On désigne par H et K les points définies par $\overrightarrow{BH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et $S_C(B)=K$; voir figure (page 3)

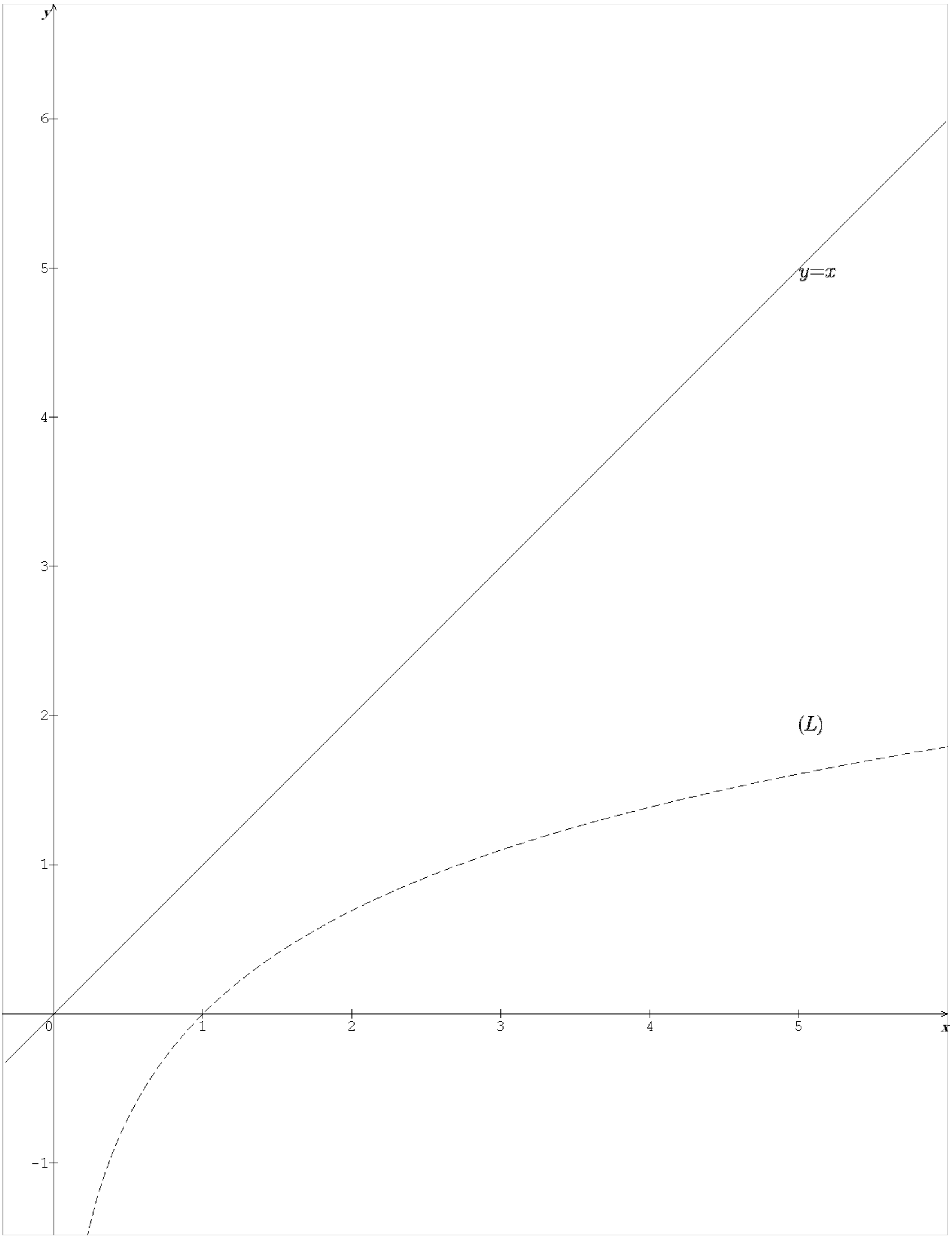
(3 points)

1) Soit s une similitude directe de centre O et S(B)=C
   Caractériser s et montrer que $s((C_B))=(C_C)$
2) Soit f une similitude qui transforme (C_B) en (C_C)
   a) Quel est le rapport de f ?
   b) Montrer que l'ensemble Γ des centres I des similitudes f est le cercle de diamètre [HK] construire Γ
3) Soit A le point du plan P tel que le triangle ABC soit équilatéral de sens direct.
   On désigne par Γ' le cercle circonscrit au triangle ABC et par Ω le centre de Γ'
   On pose $s' = R_{(A;\frac{\pi}{3})} o h_{(B;\frac{1}{2})}$
   a) Déterminer s'(B) et montrer que s' est une similitude directe .Préciser son rapport et son angle .
   b) On désigne par ω le centre de s' .Montrer que $\omega \in \Gamma \cap \Gamma'$ et que $\omega = S_\Omega(B)$
4) On pose $\sigma = s' o S_{(\omega B)}$
   a) Montrer que σ est une similitude indirecte .Préciser son rapport et son centre.
   b) On pose Δ l'axe de σ .Montrer que $S_\Delta(\Omega)=C$; en déduire que $\Delta=(\omega H)$
   c) Construire ω puis Δ et montrer que $\sigma((\omega K))=(\omega K)$

Feuille à rendre avec la copie du devoir

Nom et Prenom




y
6
5
4
3
2
1
0
-1
1
2
3
4
5
x
$y=x$
(L)