LYCEE AIN DRAHEM	DEVOIR DE CONTROLE N°2	CL :4M
PROF : B-NEJIB	03-02-2014	DUREE :2h

EXERCICE N°1(3pts)

Répondre par **VRAI** ou **FAUX** en **justifiant la réponse** :

1) Soit x un entier : si $x \equiv 1(mod4)$ alors $x^2 \equiv 1(mod8)$
2) Le reste modulo 17 de 2012^{32} est égale 1
3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$; $7^{3n} - 1$est divisible par 9
4) $2 \times 35^{2006} - 3 \times 84^{2007} \equiv 6(mod17)$

EXERCICE N°2(4pts)

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on pose : $u_n = \int_0^1 (1-\mathrm{t}^2)^{\mathrm{n}}\mathrm{dt}$.

1) Calculer u_0 et u_1
2) Montrer que (u_n) est décroissante puis qu'elle est convergente.
3) Calculer en fonction de n l'intégrale : $\int_0^1 (1+\mathrm{t})^{\mathrm{n}}\mathrm{dt}$
4) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $u_n \leq \frac{2^{\mathrm{n}+1}}{\mathrm{n}+1}$ puis calculer $\lim_{n\to+\infty} \frac{u_n}{2^n}$

EXERCICE 2(7pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$. On désigne par (C_f)sa courbe dans un repère O.N.D $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1) a- Dresser le tableau de variation de f

   b-préciser les branche infinie de (C_f)

   c- tracer (C_f)

2) soit F la fonction définie sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ par : $F(x) = \int_1^{1+tanx} \frac{dt}{t^2-2t+2}$

   a) Montrer que F est dérivable sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ *et* $F'(x) = 1$

   b) En déduire que $F(x) = x$ et que $\int_1^2 \frac{dt}{t^2-2t+2} = \frac{\pi}{4}$

3) *a)* A l'aide d'une intégration par parties montrer que :

   $$\int_1^2 f(x)dx = 2ln(2) - 2\int_1^2 \frac{x^2-x}{x^2-2x+2}dx .$$

   b) Vérifier que *:* $\forall x \in \mathbb{R}$: $\frac{x^2-x}{x^2-2x+2} = 1 + \frac{x-1}{x^2-2x+2} - \frac{1}{x^2-2x+2}$

   c) hachurer puis calculer l'aire du domaine limité par (C_f)

   et les droites d'équations *:* $x = 1$; $x = 2$ *et* $y = 0$

EXERCICE N°3(6pts)

Soit (C) un cercle de centre I et passant par A. on considère le point B tel que $IA = IB$

et $(\widehat{\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$, O le milieu du segment $[AB]$ la demi-droite $[OI)$ coupe le cercle (C) en D.

1) Soit S la similitude directe de centre A tel que $S(I) = O$. Déterminer le rapport et l'angle de S.
2) Soit K le projeté orthogonale de A sur (BD)
   a- Montre que le triangle ADK est isocèle et rectangle en K.
   b- En déduire que $S(D) = K$
   c- Soit J le milieu de$[AD]$, montrer que I, J et K sont alignés.
3) Soit σ la similitude indirecte qui envoie J sur K et K sur A. on note ω son centre et Δ son axe.
   a- Déterminer le rapport de σ
   b- Montrer que : $\sigma o \sigma = h_{\left(\omega;\frac{1}{2}\right)}$.
   c- Déterminer $\sigma o \sigma(J)$ et en déduire que $\omega = D$

d- Déterminer l'axe Δ de σ et montrer que $\sigma(I) = H$ ou H est l'orthocentre deABD.

BON TRAVAIL