

Lycée Mahmoud Elmesaadi ELFAHS	DEVOIR DE CONTROLE N°2	Prof :Ben HMIDENE. T	
Le 5-2-2014	MATHEMATIQUES	4math	Durée :2h

Exercice n°1(3points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

- 1) Soit f une fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x^2$ f admet une fonction réciproque dérivable sur $]1, +\infty[$
- 2) Soit g la fonction définie sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ par $g(x) = \sqrt{1 + \tan x}$ alors $(f^{-1})'(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$
- 3) Soit h une homothétie de centre I de rapport -2 et Δ une droite passant par I alors $h_{(I, -2)} \circ S_{\Delta}$ est une similitude indirecte de centre I de rapport 2 et d'axe Δ

Exercice n°2(6points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{-1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$

- 1) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0
- 2) Montrer que pour tout $x > 0$ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$
- 3) Dresser le tableau de variation de f
- 4) Montrer que f réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser
- 5) Construire (ζf) et (ζf^{-1}) dans le même repère
- 6) Montrer que f^{-1} est dérivable en 0 est déterminer $(f^{-1})'(0)$
- 7) Expliciter $f^{-1}(x)$

Exercice n°3(5points)

Soit h la fonction définie sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ par $h(x) = 2 \cos 2x - 1$

- 1) Etudier les variations de h
- 2) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur $[-3, 1]$
- 3) Déterminer $h^{-1}(-1)$ puis $(h^{-1})'(-1)$

4) Montrer que h^{-1} est dérivable sur $] -3, 1 [$ et que $(h^{-1})'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{-x^2-2x+3}}$

5) Soit la fonction $\Psi(x) = h^{-1}(-2-x) + h^{-1}(x)$

Calculer $\Psi'(x)$ et en déduire que $\Psi(x) = \frac{\pi}{2}$

Exercice n°4(6points)

Dans le plan orienté, on considère un rectangle $ABCD$ tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ et $AB=2AD$.

On désigne par I le milieu de $[AB]$, O le milieu de $[BD]$ et \mathcal{C} le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$

1) Soit S la similitude directe telle que $S(B)=I$ et $S(I)=D$

a) Montrer que $\frac{-\pi}{4}$ est une mesure de l'angle de S , calculer le rapport de S

b) Montrer que C est le centre de S

c) On pose $E=S(A)$.montrer que D est le milieu du segment $[EI]$

2)La demi- droite $[CE)$ recoupe \mathcal{C} en F

a)Calculer CE en fonction de CA et montrer que $CF = \frac{1}{\sqrt{2}}CA$

b) En déduire que F est le milieu du segment $[EC]$ et que $F=S(O)$

3) Soit σ la similitude indirecte qui transforme B en I et I en D

a)Déterminer le rapport de σ

b) On note ω le centre de σ , montrer que ω est le barycentre des points pondérés $(D,1)$ et $(B,-2)$

Construire ω

4) Soit Δ l'axe de σ ,

a)Construire l'axe Δ de σ

b) Déterminer $\sigma((BC))$

c)Soit C' l'image de C par σ , montrer alors que C' est la symétrique de C par rapport à I

Bon travail