Lycée secondaire :Bannene-Bodheur Prof : Slimani Akram
Date :09/02/2013

Devoir de contrôle N°2

(Mathématiques)

Année scolaire:2012-2013
Niveau :4ème Maths
Durée :2 heures

Exercice N°1 : (5 points):

Ci-contre , on a représenté dans un repère orthogonal $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ la fonction f définie et continue sur [1,3] tel que sa valeur moyenne $\overline{f}=1$.

On considère $F(x)=\int_1^x f(t)dt$.

On donne $\int_1^2 F(t)dt=\frac{3}{4}$ et $\int_1^3 F(t)dt=2$.

1)a)Déterminer $\boldsymbol{A}$ l'aire de la partie hachurée.

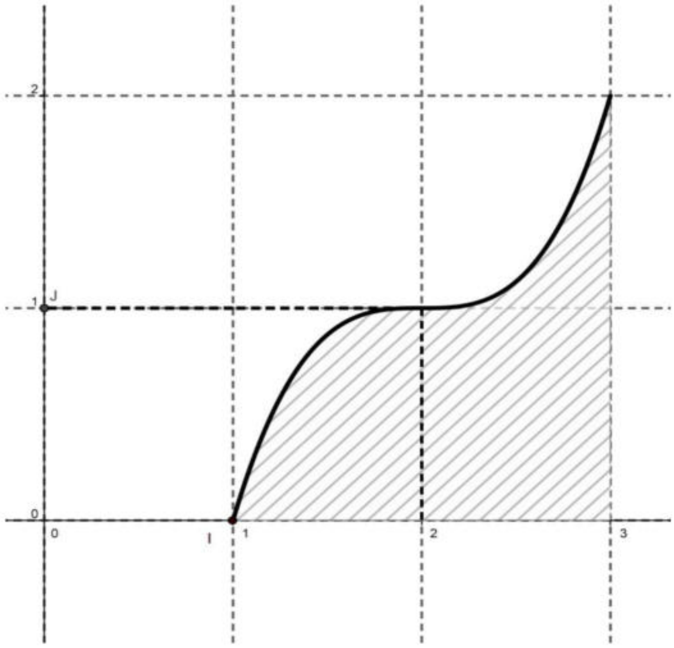
b) Que représente F(3).

2)Soit $H(x)=\int_1^x h(t)dt$ avec $h(t)=(t-2)f(t)$. pour tout $t \in [1,3]$.

a)Montrer que H est dérivable sur [1,3] et déterminer H'(x).

b)Par une intégration par partie : Montrer que $H(2)=-\frac{3}{4}$ et $H(3)=0$.

c)En déduire le signe de H sur [1,3].



Exercice N°2 :(7 points) :

Soit la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $f(x)=\sqrt{\tan x}$.

1)a)Justifier que $\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.

b) Calculer $\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} f(x)$ et donner une interprétation graphique.

2)a)Vérifier que $f'(x)=\frac{1+\tan^2 x}{2\sqrt{\tan x}}$.

b)Dresser le tableau de variation de f.

c)Tracer la courbe C_f de f dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. **Voir annexe : figure n°1.**

(On peut remarquer que $f(\frac{\pi}{4})=1$).

3)a)Montrer que la fonction f définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ admet une fonction réciproque g définie sur u intervalle I que l'on déterminera.

b)Montrer que g est dérivable à droite en 0 et déterminer g'(0).Interpréter graphiquement ce résultat.

c)Justifier la dérivabilité de g sur $]0,+\infty[$.

d)Montrer que pour tout $x \in [0,+\infty[$, on a $g'(x)=\frac{2x}{1+x^4}$.

4)En déduire la courbe de la fonction g , à partir de C_f dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

5)Pour tout x $\in]0,+\infty[$, on pose $\varphi(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x)= (g_0 \varphi)'(x)+g'(x)$.

a) Vérifier que $(g_0 \varphi)'(x)= -g'(x)$.

b)En déduire que h admet une unique primitive H sur $]0,+\infty[$ tel que $H(1)= \frac{\pi}{2}$

Exercice N°3 :(5.25points):

On considère dans la figure, **voir annexe :figure n°2** ,et dans le plan orienté quatre points A,B ,C et D tels que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AP}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BQ}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

Les points I et J désignent les points d'intersections de la droite (AB) avec le cercle de diamètre [PQ].

1)Soit f la similitude directe qui transforme P en I et I en Q.

a)Déterminer l'angle de f.

b)Déterminer les images des droites (AP) et (AI) par f.

c)En déduire que f(A)=B.

2)On désigne par Ω le centre de f.

a)Montrer que $\Omega \in (PQ)$.

b)Construire le point Ω (expliquer la construction).

3)Soit M un point de la demi-droite opposé à la demi-droite [IJ).

La droite (MP) recoupe le cercle au point C.

La droite (QC) coupe (AB) en N.

- On considère la similitude indirecte g qui transforme B en C et Q en M.

a)Montrer que g((AB))=(CQ).

b)Soit Δ=g((CQ)).

Montrer que Δ est parallèle à (AB) et en déduire que g((CQ)) =(AB).

c)Montrer alors que N est le centre de g.

d)Déterminer et construire l'axe D de g.

••Feuille à rendre••

Nom et prénom :……………………

Exercice N°4 : (2.75 points) :

Choisir la seule réponse exacte en justifiant :

Une réponse sans justification ne sera pas notée.

1)l'image d'un triangle d'aire $\boldsymbol{A}$ par une similitude de rapport $\sqrt[8]{5}$ est un triangle dont l'aire est :

a) $\boldsymbol{A}$ b) $\sqrt[4]{5} \times \boldsymbol{A}$ c) $\sqrt[8]{5} \times \boldsymbol{A}$

❖ **Réponse et justification :……………………………………………………………….**

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………..

2)Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit f est une similitude indirecte d'axe $(O,\vec{v})$ et de centre Ω alors son affixe peut être :

a) $z_{\Omega} = -2$ b) $z_{\Omega} = -2+i$ c) $z_{\Omega} = i$

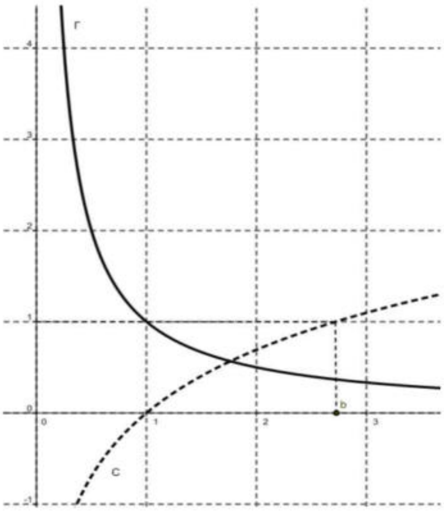
❖ **Réponse et justification :……………………………………………………………….**

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………..

3) La courbe représente une fonction f sur $]0,+\infty[$ et celle de (C) représente sa primitive F sur $]0,+\infty[$.
L'aire en u.a de la partie du plan limitée par la courbe et les droites d'équations x=1 ; x=b et y=0 (voir graphique) est égale à :

a) zéro
b) 1
c) 2



❖ **Réponse et justification :……………………………………………………………….**

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………..

annexe : figure n°1.

annexe : figure n°2.