Lycée	Bechri
A.S:	2010/2011
Prof:	Lahmadi.A
Niveau:	4ème M
Date:Le	11/11/2010
Durée:	2H

Devoir de contrôle N°1

Exercice N°1 **(3 points)**

Donner la bonne réponse

❶ *On considère le nombre complexe* $z=1+e^{i\theta}$ où θ *est un réel de l'intervalle* $]\pi,2\pi[$

Un argument de z est :

a) θ b) $\frac{\theta}{2}$ c) $\frac{\theta}{2}+\pi$

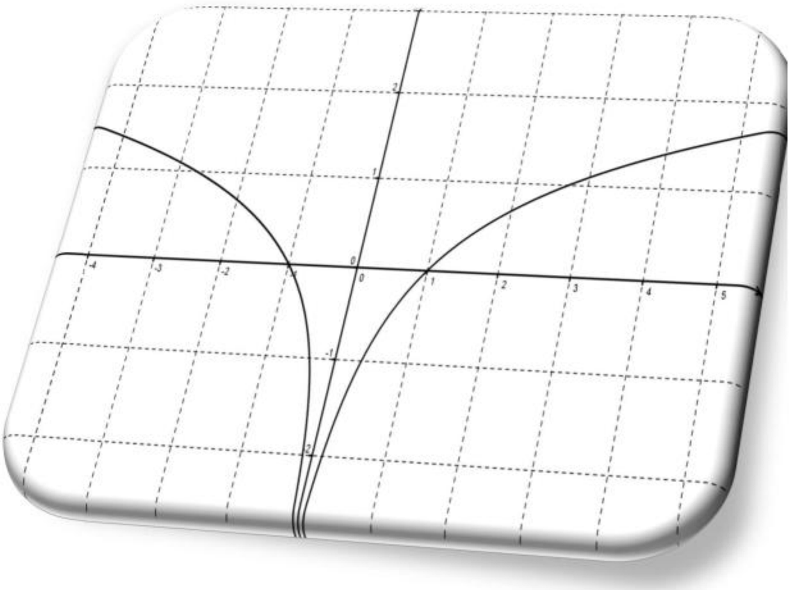
❷ *La figure ci − contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur* $\mathbb{R}^*$ *et telle que la droite d'équation* $x = 0$ *est une asymptote à la courbe Cf.*

L'ensemble de définition de $f\circ f$ *est:*

a) $\mathbb{R}^*$

b) $\mathbb{R}-\{-1,1\}$

c) $\mathbb{R}-\{-1;0,1\}$



❸ *Soit f une fonction dont le tableau de variation est :*

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
f(x)	$0 \nearrow$	$+\infty$ ||	$-\infty \nearrow$	5	$\searrow -2$

L'équation $f(x)=0$

a) *n'admet aucune solution* b) *admet exactement deux solutions*

b) *admet exactement trois solutions*

Exercice N°2 **(6 points)**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, *on donne les points A et B d'affixes respectives* 1 *et* -1 . *Soit* (C) *le cercle de centre O et de rayon* 1. *Soit M un point du plan complexe privé de O d'affixe* $z=1+e^{2i\theta}$ *où* $\theta\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$.

❶ *Calculer le module de* $(z-1)$. *En déduire que M appartient au cercle* (C).

❷ *Montrer que, pour tout réel* θ *de* $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$, $z=2\cos\theta.e^{i\theta}$

❸ *Soit M' le point d'affixe z' telle que* $z'=\frac{1}{2\cos\theta}e^{i(\pi+\theta)}$

a) *Montrer que les points O, M et M' sont alignés.*

b) *Prouver que* $|z'+1|=|z'|$ *puis on déduire que M' décrit une droite (D) que l'on déterminera .*

Exercice N°3 **(7 points)**

On considère la suite réelle U définie sur $\mathbb{N}$ *par :*

$$\begin{cases} U_0=a \quad ; \quad a\in\mathbb{R} \\ U_{n+1}=\dfrac{1}{1+2U_n}; \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

❶ *Déterminer les valeurs de a pour lesquelles U est constante.*

<u>Dans toute la suite de l'exercice, on suppose que a = 1</u>

❷ *Montrer que pour tout* $n\in\mathbb{N}$, $U_n>0$.

❸ *Pour tout* $n\in\mathbb{N}$, on pose $V_n=U_{2n}$ *et* $W_n=U_{2n+1}$

a) *Déterminer le sens de variation de la fonction f définie sur* $\mathbb{R}+$ par $f(x)=\frac{1}{1+2x}$

b) *Montrer par récurrence que la suite V est décroissante.*

c) *Montrer par récurrence que la suite V est minorée par* $\frac{1}{2}$

d) *En déduire que la suite V est convergente . (On admet qu'elle converge vers* $\frac{1}{2}$).

❹ *En remarquant que* $W_n=f(V_n)$, *montrer que W converge vers une limite que l'on déterminera.*

❺ *Que peut − on déduire pour la suite U ?*

Exercice N°4 **(4 points)**

ABCD est un carré direct, $(\widehat{ABC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. Δ *est la médiatrice de* $[BC]$

Soit f une isométrie distincte de la symétrie S_Δ *et telle que* $f(B)=C$ *et* $f(D)=A$

❶ a) *Montrer que le point* $O=B*D$ *est invariant par f et que c'est l'unique point invariant par f.*

b) *En déduire la nature et les caractéristiques de f.*

❷ *Soit* $g=f\circ S_\Delta$ *et* $\varphi=S_\Delta\circ f$

a) *Chercher* $g(A)$ *et* $g(C)$. *En déduire que* $g=S_{(AC)}$

b) *Montrer que* $\varphi=S_{(BD)}$

c) *En déduire la nature de* $g\circ\varphi$