Lycée Ibn Khaldoun RADES Mr ABIDI Farid	**Devoir de contrôle n°1** Mathématiques 27 Oct 2008	Classes : 4M-1&2 Durée : 2h

Exercice 1 : (4 points)

Dans le tableau suivant, à chaque question, une seule des réponses proposées est correcte.

Ecrire le numéro de la question et donner, **sans justification**, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses			
		a	b	c	d
1	Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de z, alors un argument de $\frac{i}{\bar{z}^2}$ est:	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	Si $z=-\sqrt{3}+e^{i\frac{\pi}{6}}$, alors la forme exponentielle de z est:	$e^{\frac{5\pi}{6}i}$	$e^{\frac{7\pi}{6}i}$	$\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{6}i}$	$e^{-\frac{5\pi}{6}i}$
3	Si z et z' sont deux nombres complexes tels que $\lvert z\rvert=2$ et $z'=z-\frac{1}{\bar{z}}$, alors $\lvert z'\rvert=$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
4	Si z est un nombre complexe tel que $\lvert z\rvert=\sqrt{2}$, alors $\lvert \bar{z}+i\bar{z}\rvert=$	$2\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice2 : (6 points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on donne le point A d'affixe i . A tout point M du plan, distinct de A et d'affixe z, on associe le point M' d'affixe $z'=\frac{i\bar{z}+1}{\bar{z}+i}$.

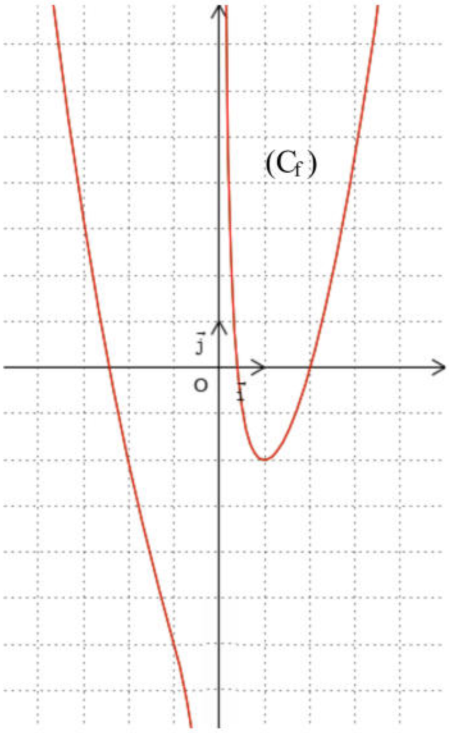
1. Montrer que, lorsque M décrit l'axe réel, le point M' décrit le cercle trigonométrique $(\mathscr{C})$ de centre O.
2. On pose $z=1+i+e^{i\theta}$ avec $\theta\in]-\pi,\pi[$ et on considère le point B d'affixe 1 + i.
   a) Quelle est la courbe (Γ) décrite par le point M, d'affixe z, lorsque θ décrit $]-\pi,\pi[$?
   b) Montrer que pour tout θ de $]-\pi,\pi[$, $z'-i=1+i\tan\frac{\theta}{2}$.
   c) En déduire que $\overrightarrow{BM'}=\tan\frac{\theta}{2}\vec{v}$. A quelle courbe appartient le point M' ?

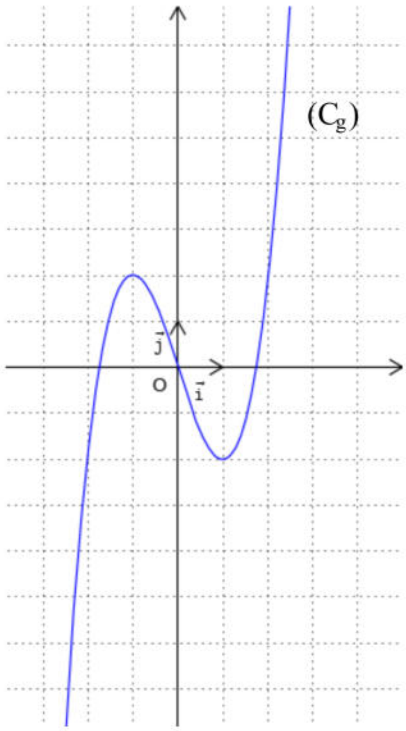
Exercice 3 : (5 points)

Dans le plan muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ sont tracées chacune à part les courbes (C_f) et (C_g) représentatives des fonctions f et g . L'axe des abscisses est une asymptote à (C_f).

Déterminer à l'aide des graphiques et en justifiant :

1. $g\circ f([1,2])$ et $f\circ g(]-\infty,-2])$.
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} g\circ f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} g\circ f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f\circ g(x)$





Exercice 4: (5 points)

Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, on pose $f_n(x)=x^3-2nx+1$.

1. Montrer que la fonction f_n est strictement décroissante sur [0, 1].
2. Prouver que l'équation $f_n(x)=0$ admet une unique solution a_n dans]0, 1[.
3. a) Vérifier que, pour tout entier $n\geq 2$, $f_{n+1}(a_n)=-2a_n$.

   b) Montrer alors que la suite (a_n) est décroissante.

   c) En déduire que la suite (a_n) est convergente.
4. a) Montrer que, pour tout entier n supérieur ou égal à 2, $a_n\leq\dfrac{1}{n}$.

   b) Préciser la limite de la suite (a_n).