Exercice n°1 :(4 points)

I)La durée de vie d'un robot, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, avec $\lambda > 0$.

1) Déterminer λ, arrondi à 10^{-1} près sachant que la probabilité : $P(T \leq 6) = 0,7$.

Pour la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0,2$.

2) Déterminer la valeur T_0 à un mois près vérifiant $p(T \geq T_0) = 0,5$

3) Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années, quelle est, à 10^{-2} près, la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans ?

II) 1) Un revendeur commande un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante.

a)Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins un robot ayantune durée de vie inférieure à 6 ans.

b)Déterminer la probabilité qu'il y ait au plusdeux robotsayantune durée de vie inférieure à 6 ans.

2) Le lot de 10 robots est réparti comme suit :8 robots de marque A et 2 de marque B mais ils sont emballés dans despaquets identiques donc on ne peut connaitre la marque que si on ouvre cet emballage.

Un client veut acheter un robot demarque A donc le revendeur va ouvrir les emballages un par un jusqu'à ce qu'il trouvelepremier robot demarque A.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre des packets ouverts jusqu'à ce qu'il apparait un robot demarque A pour la première fois .

On note P_n la probailité que le revendeur ouvre n packets pour qu'un robot demarque A apparaisse pour la première fois.

a) Vérifier que $1 \leq n \leq 3$

b) Montrer que$P_1 = \frac{8}{10}$et que$P_2 = \frac{16}{90}$

c)Déterminer la loi de probabilité de X puis calculer son espérence.

Exercice n°2 : (4 points)

L'ampicilline est un antibiotique utilisé pour traiter les infections bactériennes.

Lorsqu'on l'injecte à un patient, la substance va s'infiltrer dans le réseau sanguin puis sera filtrée par les reins et le foie puis éliminée à une vitesse qui dépend de l'infection.

On injecte à un adulte malade une quantité de 500 mg et on note f(t) la quantité d'ampicilline restante dans le corps à l'instant t exprimé en heure.

On sait que f(t) est une solution de l'équation différentielle (E) : y' = ay où a est un réel.

1) a) Résoudre dans $[0, +\infty[$ l'équation différentielle (E) en fonction de a.

b) Déduire que $f(t) = 500e^{at}$

c) Sachant que chez un adulte, 40% de l'antibiotique sera éliminé aprés une heure ,déterminer la valeur de a à 10^{-1} prés.

2) Dans la suite on prend **a = - 0,5.**

a) Calculer la quantité restante après 3 heures.

b) Au cours de quelle heure la quatité restante est égale à 40mg ?

c) Sachant que l'antibiotique perd son efficacité si la quantité est inférieure à 9 mg , après combien d'heures le malade doit prendre la deuxième dose .(temps arrondi à l'unité)

Exercice n°3 : (5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit les points A(1,2,-1) ,B(1,0,1) , C(2,1,-1).

1)a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que A, B et C ne sont pas alignés.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan P=(ABC).

2) Soit S l'ensemble des points d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 = 10$.

a) Monter que S est une sphère dont on précisera le rayon et le centre.

b) Montrer que S et P sont sécants suivant un cercle (C) dont on précisera le rayon et le centre H.

3)Soit Q le plan médiateur du segment [AB] et soit la droiteΔ: $\begin{cases} x = 1-2\propto \\ y = 1+\propto \\ z = \propto \end{cases}$ $\propto \in IR$

a) Montrer qu'une équation du plan Q est : y - z - 1 = 0

b) Vérifier que $\Delta = P \cap Q$.

c) Déduire que pour tout point M de Δ ona AM =BM.

d) Montrer qu'il existe deux points du cercle (C) tel que AM =BM dont on déterminera leurs coordonnées.

e) Déduire qu'il existe un unique point D du cercle (C) telque ABD soit équilatéral.

4) Soit le point $N(cos\theta + sin\theta\,, -\sqrt{8}\,, cos\theta - sin\theta)$ où $\theta \,\epsilon [0,\pi]$

a) Vérifier que N ∈ S.

b) Montrer que le volume du tétraédre ABCN égale V = $\frac{1}{3}[\sqrt{8} + 2(1 - cos\theta)]$

c)Déterminer la valeur de θ pour que le volume V soit maximal.

Exercice n°4 : (7 points)

1) Soit la fonction f définie sur l'ensemble$]0,+\infty[$ par$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+xlnx} & si\ x \in\ ]0,+\infty[\\ f(0) = 1 \end{cases}$

a) Monter que f est continue à droite de 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$puis interpréter graphiquement le résultat.

2)a) Montrer que pour tout x∈ $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{-1-lnx}{(1+xlnx\,)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) Dans l'annexe ci-joint on atracé les courbes (C_1) et (C_2) des fonctions définies sur$]0,+\infty[$ respectivement par$x \to lnx\ \ et\ \ x \to \frac{1}{x}$

a) Construire le point A de (C_1) d'abscissee^{-1}et le point B de (C_2) d'abscisse$1 - e^{-1}$.

b) Déduire une construction du point C de la courbe (C_f) d'abscissee^{-1}.

4)Soit la fonction g définie sur l'ensemble $]0,+\infty[$ par$g(x) = 1 - x + xlnx$.

a) Etudier le sens de variations de g.

b) Déduire que g(x) ≥ 0 et que pour tout x $\epsilon]0,+\infty[$ ona : $1 + xlnx \geq x$

c) Déduirequepour tout x $\epsilon]0,+\infty[$:$f(x) \leq \frac{1}{x}$ puis donner la position de $(C_f)\ et\ (C_2)$.

d) Tracer dans l'annexe la courbe (C_f).

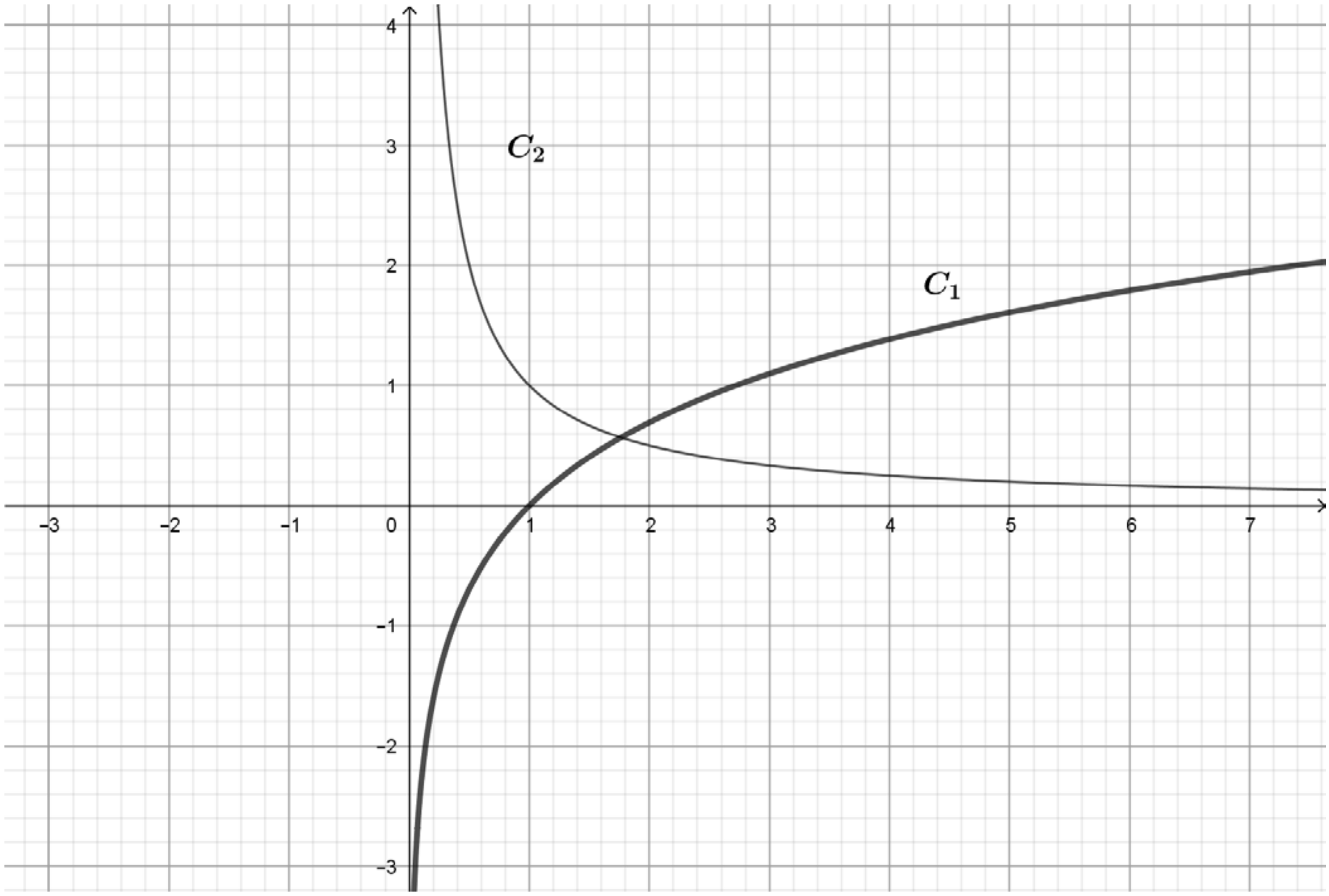
5)Soit ∝ un réel de $[1,+\infty[$,on note A(∝) l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations x =1 et x =∝

a) Montrer que pour tout $x \in [1,+\infty[\ on\ a : \frac{1}{x+xlnx} \leq f(x) \leq \frac{1}{x}$

b) Déduire que : $\ln(1 + ln \propto) \leq A(\propto) \leq ln \propto$. (On remarque que :$\frac{1}{x+xlnx} = \frac{\frac{1}{x}}{1+lnx}$)

c) Déduire $\lim_{\propto\to+\infty} A(\propto)$

Tous nos meilleurs vœux de réussite



C_2
C_1
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7