

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ***** EXAMEN DU BACCALAUREAT	Epreuve : MATHEMATIQUES	
	Durée : 3h	Coefficient : 3
Lycée Bechri	Mai 2017	
Prof : Lahmadi Adel		

Exercice N°1 : (5points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $R(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Résoudre dans C , l'équation : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
- 2) On considère l'équation (E) ; $z^3 + 2(\sqrt{3} - 1)z^2 + 4(1 - \sqrt{3})z - 8 = 0$.
 - a) Vérifier que 2 est une solution de (E).
 - b) Résoudre dans C l'équation (E).
- 3) On considère $A(z_1)$ $B(z_2)$ avec $z_1 = 2$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ et $I = A * B$
 - a) Ecrire Z_2 sous la forme trigonométrique puis placer A et B dans le repère R.
 - b) Montrer que OAB est un triangle isocèle et en déduire une mesure de l'angle (\vec{OA}, \vec{OI})
 - c) Calculer OI et en déduire la forme trigonométrique de Z_1 .
 - d) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$
- 4) a) Résoudre dans C l'équation $z^5 = 2e^{i\theta}$ (avec $\theta \in \mathbb{R}$)
 b) En déduire les solutions de l'équation $z^{10} + 2\sqrt{3}z^5 + 4 = 0$

EXERCICE N°2 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 1 + x \ln x$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Toutes les aires considérées dans ce problème seront exprimées en unités d'aire.

Partie A

Le but de cette partie est de déterminer un encadrement de l'aire A du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe C_f et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$

On note M et N les points de C_f d'abscisses respectives 1 et 2, P et Q leurs projetés orthogonaux respectifs sur l'axe des abscisses.

La figure est donnée en annexe,

1.
 - a) Montrer que f est positive sur $[1, 2]$,
 - b) Montrer que le coefficient directeur de la droite (MN) est $2\ln 2$.
 - c) Soit E le point d'abscisse $\frac{4}{e}$
 Montrer que, sur l'intervalle $[1, 2]$, le point E est l'unique point de C_f en lequel la tangente à C_f est parallèle à (MN).
 - d) On appelle T la tangente à C_f au point E.
 Montrer qu'une équation de T est $y = (2\ln 2)x - \frac{4}{e} + 1$.
2. Soit g la fonction définie sur $[1, 2]$ par : $g(x) = f(x) - \left[(2\ln 2)x - \frac{4}{e} + 1 \right]$
 - a) Montrer que pour tout x de $[1, 2]$: $g'(x) = 1 + \ln\left(\frac{x}{4}\right)$
 - b) Étudier les variations de g sur $[1, 2]$ et en déduire la position relative de C_f et de la tangente T sur cet intervalle.
3. Soient M' et N' les points d'abscisses respectives 1 et 2 de la droite T.
 On admet que la courbe C_f reste sous la droite (MN) sur l'intervalle $[1, 2]$ et que les points

M'et N' ont des ordonnées strictement positives.

a) Calculer les aires des trapèzes MNQP et M'N'QP .

b) En déduire, à l'aide de la calculatrice, un encadrement de A d'amplitude 10^{-1}

Partie B

Le but de cette partie est de déterminer la valeur exacte de A .

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^2 x \ln x dx$

2. En déduire la valeur exacte de A .

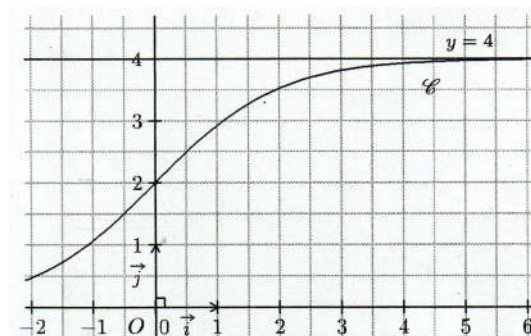
Exercice N°3 : (4points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(t) = \frac{4e^t}{e^t + 1}$$

Et sa courbe ζ représenté ci-contre. Pour tout entier naturel non n, on pose :

$$U_n = \int_{\ln n}^{\ln(n+1)} f(t) dt$$



1) a) A l'aide de la courbe ζ , donner une interprétation géométrique de u_n

b) Etablir que, pour tout $n \geq 1$, $u_n = 4 \ln \frac{n+2}{n+1}$

2) On pose pour tout $n \geq 1$, $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$

a) Montrer que $S_n = \int_0^{\ln(n+1)} f(t) dt$

b) Interpréter alors S_n

c) Déduire du 1°) b) une expression simple de S_n .

3) a) Calculer, en unités d'aire, l'aire $A(n)$ du domaine délimité par la courbe ζ et les droites d'équations $y = 4$, $x = 0$ et $x = \ln(n+1)$.

b) Déterminer la limite de $A(n)$ lorsque n tend vers $+\infty$.

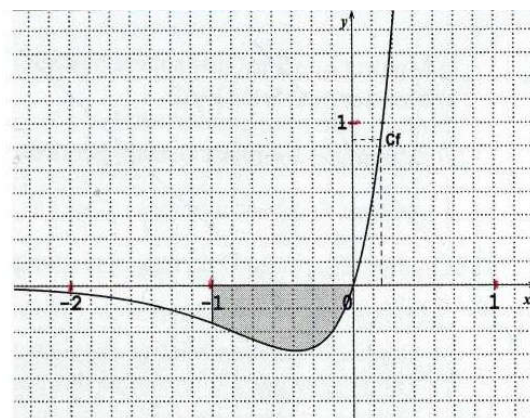
Exercice N°4 : (4points)

On considère les équations différentielles :

$$(E_0) : y' - 3y = 0$$

$$\text{et } (E) : y' - 3y = e^{2x+1}$$

et la courbe C_f de la fonction f ci-contre solution de (E) définie sur \mathbb{R}



1/ Résoudre l'équation (E_0)

2/ Vérifier que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -e^{2x+1}$ est une solution de l'équation (E).

3/ Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $(f-g)$ est une solution de (E_0)

4/ En déduire les solutions de (E)

5/ a) Expliciter alors $f(x)$

b) Calculer l'aire A de la partie du plan colorée sur la figure

ANNEXE

Cette page ne sera pas à remettre avec la copie

