LS EL Alia	Devoir de synthèse n°3	AS : 2016/2017
Prof: Tlich Ahmed	(Bac Science1 et 2)	Durée: 3h

Exercice n°1: (4,5 points)

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre hebdomadaire de visiteurs d'un musée au cours des sept premières semaines suivant sa création.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441

1) a)Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal, en prenant pour unités 1 cm pour une semaine sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 visiteurs sur l'axe des ordonnées.

b) Déterminer les coordonnées du point moyen *du nuage G* (on arrondira l'ordonné à l'unité).

2) a) Déterminer l'équation la droite de régression de y en x.*(Coefficients arrondie à l'unité).*

b) Un tel ajustement est il justifié?

c) Déterminer le nombre de visiteurs lors de la douzième semaine.

3) En remarquant que l'augmentation du nombre de visiteurs est plus faible sur les dernières semaines, on pense à faire un ajustement de type « logarithmique ». Pour cela, on pose : $z = \ln(x)$

a)Compléter ce tableau en arrondissant les résultats obtenus à 10^{-3} près.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(x_i)$	0	0,693			1,609		
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441

b)Déterminer un équation de la droite de régression de y en Z .(Coefficients arrondies à l'unité)

c) À l'aide de ce nouvel ajustement, déterminer le rang de la semaine au cours de laquelle le nombre prévisible de visiteurs dépassera 800.

Exercice n°2: (5 points)

Une infection touche 5% des moutons d'une ferme.

1) On choisie 10 moutons au hasard et note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre des moutons infectés. Calculer la probabilité de ces événements :

a) Deux moutons qui sont infectés.

b) Au moins un mouton qui est infecté.

c) Quelle est le nombre moyen des moutons infectés parmi 1000.

2) Le vétérinaire effectue des tests de dépistage qui donne ces résultats.

* la probabilité qu'un mouton ait un test positif sachant qu'il est infecté est de 0,8.

* lorsque le mouton n'est pas infecté ,la probabilité d'avoir un test négatif est de 0,9.

On note : M « le mouton est infecté » et P« le test est positif »

a) Calculer la probabilité de choisir un mouton infecté et qui a un test positif.

b) Calculer la probabilité de l'événement P.

c) Quelle est la probabilité qu'un mouton soit infecté sachant qu'il a un test positif.

3) La durée en année de vie d'un mouton Y suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,6$.

a) Quelle est la probabilité que un mouton vie plus que 3 ans.

b) Quelle est la probabilité qu' un mouton meure avant 18 mois.

c) Sachant qu'un mouton est en vie depuis 2 ans , quelle est la probabilité qu'il est encore moins de 5 ans.

Exercice n°3: (3,5 points)

Le nombre N(t) de noyaux d'un corps radioactif à l'instant t (exprimé en années) vérifie l'équation différentielle (E) : $y' = -\lambda y$ où λ la constante radioactive du corps.

1 a)Résoudre l'équation différentielle (E)

b) Soit N_0 le nombre de noyaux du corps à l'instant t = 0. Vérifier que $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

2. La période radioactive ou la demi-vie de ce corps est le temps T, nécessaire pour qu'un échantillon n'en contienne que la moitié $\frac{N_0}{2}$.

a)Exprimer la période T en fonction de λ.

b) Sachant que la période T du carbone 14 est de l'ordre de 5570 ans, vérifier que sa constante radioactive $\lambda = 12 \times 10^{-5}$ prés.

c) Calculer l'âge d'un échantillon du bois carbonisés qui contient 35% du nombre initial du carbone 14.

d) Après 3000 ans , le nombre de noyaux de cet échantillon égale à 500.Calculer le nombre initial N_0.

Exercice n°4: (7 points)

A) Soit la fonction définie sur IR par $g(x) = e^{2x}$ -2x-1

1) Etudier le sens de variation de g.

2) Calculer g(0) puis déduire que pour tout réel x on a: $g(x) \geq 0$

B) Soit la fonction définie sur Ir par $f(x) = (x+1)e^{-2x} + x + 1$ et C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que $f'(x) = e^{-2x} g(x)$.

2) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) montrer que la droite D: y = x+1 est une asymptotes à C_f au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position relative de C_f et D.

4) Etudier la nature de la branche infinie de C_f au voisinage de -∞.

5)a) Montrer que $f''(x) = 4xe^{-2x}$ puis déduire que C_f admet un point d'inflexion I .

b) Déterminer une équation de la tangente T au point I.

6) Tracer dans un repère orthonormé C_f ;T et D.

7) a) Par une intégration par partie montre que : $\int_o^1 xe^{-2x}dx = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}e^{-2}$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f , D et les droites d'équations x =0 et x=1.

Bon travail