

**Exercice 1**

Choisir la seule réponse exacte

1) Une variable aléatoire  $X$  suit la loi binomiale de paramètres 3 et  $p \in ]0,1[$ .

$F$  est la fonction de répartition de  $X$ .  $F(\sqrt{2})$  vaut:

a/  $C_3^1 p^2 (1-p)$ .      b/  $(1-p)^2(1+2p)$ .      c/  $1-p^3$ .

2)  $F$  est la fonction de répartition d'une variable aléatoire  $Y$  qui suit la loi uniforme sur  $[3,13]$ .  $F(5)$  vaut:

a/ 0.      b/ 0,1.      c/ 0,2.

3) La durée de vie  $T$  en années d'un engin suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,2$ .

Cet engin n'a subi aucune panne au cours des 2 premières années.

La probabilité qu'aucune panne ne survienne avant 5 années est :

a/  $e^{-1}$ .      b/  $e^{-0,4}$ .      c/  $e^{-0,6}$ .

4) La distribution de probabilité d'une variable aléatoire  $X$  est donnée ci-contre.

$a \in \mathbb{R}$ . L'espérance mathématique est  $E(X) = 1,2$ . Alors la variance de  $X$  est:

a/  $V(X) = 0,16$ .      b/  $V(X) = 0,76$ .      c/  $V(X) = 1,6$ .

$x_i$	-1	1	2
$p_i$	0,2	$a$	0,3

**Exercice 2**

Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes. Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milliers de dinars, noté  $y$  en fonction de la production  $x$  en tonnes.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre.

$x$	1	2	4	6	8	10
$y$	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1) On a représenté ci-dessous le nuage de points de la série  $(X, Y)$ . Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre  $X$  et  $Y$ .

2) a) Calculer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart type  $\sigma_x$  de la variable  $X$ .

b) Calculer la moyenne  $\bar{Y}$  et l'écart type  $\sigma_y$  de la variable  $Y$ .

3) On pose  $z = e^{0,1y}$ .

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

$x$	1	2	4	6	8	10
$z$	25.79	46.99				

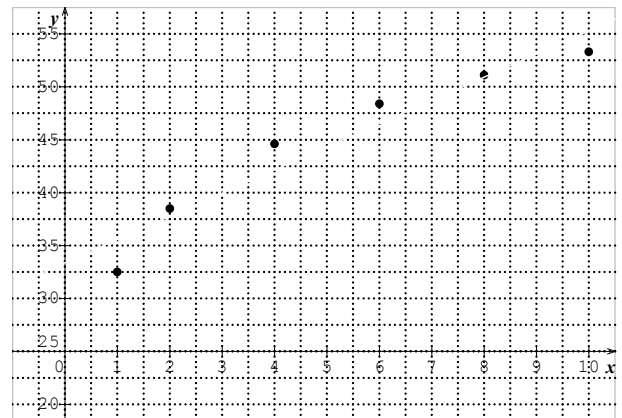
b) Calculer le coefficient de corrélation  $r(x, z)$ .

Expliquer pourquoi un ajustement affine est justifié.

c) Déterminer une équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$ .

d) Exprimer  $y$  en fonction  $x$ .

e) Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.



**Exercice 3 ( bac tech ctrl 2013 )**

1) Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, +\infty[$  par  $f(x) = x.e^{1-x}$ .

a) Montrer que pour tout  $x \geq 1$  ;  $f(x) \leq x$  et que pour tout  $0 \leq x \leq 1$  ;  $f(x) \geq x$ .

b) Vérifier que pour tout  $x \in [0, +\infty[$ ,  $f'(x) = (1-x)e^{1-x}$ .

c) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[0, +\infty[$ .

2) Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_0 = \frac{1}{2}$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Montrer que pour tout entier naturel;  $0 \leq u_n \leq 1$ .

b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante.

c) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et calculer sa limite.

### Exercice 4

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par :  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \cdot \ln x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ .

La courbe dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  est notée  $C$ . L'unité graphique est 2cm.

1) a) Montrer que  $f$  est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Préciser la nature de la branche infinie de  $C$  en  $+\infty$ .

2) a) Montrer que  $\forall x > 0, f'(x) = \frac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$ .

b) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[0, +\infty[$ .

3) a) Montrer que la tangente  $T$  à la courbe  $C$  au point  $A(1,0)$  est d'équation  $y = x - 1$ .

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)-1$	-	0	-

b) Utiliser le tableau ci-contre pour étudier la position relative de  $C$  et  $T$ .

c) Tracer la courbe  $C$ , sa tangente horizontale, sa demi-tangente au point  $O(0,0)$  et la tangente  $T$ .

4) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'aire en  $cm^2$  du domaine plan  $D$  limité par la courbe  $C$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = e^{-2}$  et  $x = 1$ . ( $x \mapsto \frac{2}{3}x\sqrt{x}$  est une primitive de  $x \mapsto \sqrt{x}$ )

5) a) Montrer que  $\int_{e^{-2}}^1 x \cdot \ln x \cdot dx = \frac{5e^{-4} - 1}{4}$ .

b) Calculer alors le volume  $V$  du solide de révolution engendré par la rotation de  $D$  autour de l'axe  $(O, \vec{i})$ .

### Exercice 5

Une urne contient trois dés équilibrés. Deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6. Le troisième est rouge et possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6.

On prend au hasard un dé dans l'urne et on le lance. On note :

- $V$  l'évènement : " le dé tiré est vert "
- $R$  l'évènement : " le dé tiré est rouge "
- $S_1$  l'évènement : " on obtient 6 au lancer du dé "

1) On tire au hasard un dé et on effectue un lancer de celui-ci.

a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre:

b) Calculer la probabilité  $p(S_1)$ .

2) On tire au hasard un dé de l'urne. On lance ensuite ce dé  $n$  fois de suite.

On note  $S_n$  l'évènement : " on obtient 6 à chacun des  $n$  lancers "

a) Démontrer que :  $p(S_n) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .

b) Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $p_n$  la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun des  $n$  lancers.

Démontrer que :  $p_n = \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1}$ .

c) Déterminer le plus petit entier  $n_0$  tel que  $p_n \geq 0,999$  ; pour tout  $n \geq n_0$ .

